

Fortgeschrittenenpraktikum der Physik  
Universität Ulm

---

# Michelson-Interferometer als Fourier-Spektrometer

Sabrina Brieger  
sabrina.brieger@student.uni-ulm.de

Michael-Stefan Rill  
michael-stefan.rill@student.uni-ulm.de

Gruppennummer: 534

Durchgeführt am 18. April 2002

Erstabgabe am 26. April 2002

Aktuelle Version vom 2. Mai 2002

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>2</b>
1.1	Die Fourier-Transformation . . . . .	2
1.2	Maxwellsche Gleichungen . . . . .	3
1.3	Die Wellengleichung . . . . .	4
1.4	Interferenz und Kohärenz . . . . .	4
1.5	Verwendete Lichtquellen . . . . .	6
1.5.1	Helium-Neon-Laser . . . . .	6
1.5.2	Festkörperlaser . . . . .	7
1.5.3	Natriumdampfampe . . . . .	7
1.5.4	Photomultiplier . . . . .	7
1.6	Linienbreiten der Spektrallinien . . . . .	8
1.6.1	Natürliche Linienbreite . . . . .	8
1.6.2	Druckverbreiterung . . . . .	9
1.6.3	Dopplerverbreiterung . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Versuchsbeschreibung</b>	<b>10</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	10
2.2	Justierung des Michelson-Interferometers . . . . .	11
2.3	Messen des Interferogramms des HeNe-Lasers . . . . .	11
2.4	Messen des Interferogramms des GaAs-Lasers . . . . .	12
2.5	Bestimmung der Einhüllenden . . . . .	12
2.6	Messen des Spektrums einer Natriumlampe . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Versuchsauswertung</b>	<b>14</b>
3.1	Bestimmung der Geschwindigkeit des Spiegels $S_2$ . . . . .	14
3.2	Bestimmung der Wellenlänge des GaAs-Lasers . . . . .	14
3.3	Einhüllende der verschiedenen Lichtquellen . . . . .	14
3.3.1	Helium-Neon-Laser . . . . .	14
3.3.2	Galliumarsenid-Laser . . . . .	15
3.3.3	Natrium-Dampfampe . . . . .	15
3.4	Spektrum verschiedener Lichtquellen . . . . .	16
3.4.1	Natrium-Dampfampe . . . . .	16
3.4.2	Cadmium- und Heliumdampfampe . . . . .	16

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Die Fourier-Transformation

Die Fourier-Transformation ist eine Integraltransformation der Form

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\omega, t) f(t) dt$$

Hierbei ist  $K(\omega, t)$  der Kern der Transformation,  $f(t)$  die Originalfunktion und  $H(\omega)$  die Bildfunktion. Die übliche Form der Fouriertransformation entsteht aus dem Fourierintegral

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t-\tau)} f(\tau) d\omega d\tau$$

dadurch, dass man

$$g(\omega) := \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega\tau} f(\tau) d\tau$$

substituiert. Für eine integrierbare Funktion  $f(t)$  ohne jegliche Periodizität gilt schließlich

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

Offensichtlich nähert eine Fouriertransformation jede beliebige integrierbare Funktion mit komplexen, periodischen Exponentialfunktionen an.

Ein praktisches Beispiel veranschaulicht die Beziehung (1): Sei  $f(t)$  jene Funktion, die einen physikalischen Vorgang in der Zeit beschreibt. Dann gibt die Fouriertransformierte  $g(\omega)$  das Spektrum an, also welche Frequenzen mit welcher Häufigkeit auftreten.

Im Zusammenhang mit der Messtechnik ist noch der Begriff der "Faltung" zu erwähnen. Die Faltung ist eine Rechenregel, die es erlaubt, die Originalfunktion komplizierterer Fouriertransformierter zu berechnen. Dabei faktorisiert man die Transformierte

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \mathcal{F}\{f_1(t) * f_2(t)\} = \mathcal{F}_1\{f_1(t)\} \cdot \mathcal{F}_2\{f_2(t)\} \quad (3)$$

und bestimmt die Originalfunktionen der beiden Faktoren mit Hilfe von Tabellenwerken oder Computern.

$f(t)$  ist nun durch die zweiseitige<sup>1</sup> Faltung

$$f_1(t) * f_2(t) := \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \quad (4)$$

festgelegt.

Der Nachteil der Fourier-Transformation liegt darin, dass man für ihre Durchführung eine vorgegebene Funktion benötigt, die für alle reellen Zahlen definiert sein muss. In der Praxis hat man aber lediglich einzelne Messpunkte auf einem beschränkten Intervall. Um trotzdem das Spektrum zu erhalten, bedient man sich der *Fast Fourier Transformation*, kurz FFT. Dies ist eine numerische Methode, um aus einer endlichen Anzahl von Stützstellen eines Graphen die Fouriertransformierte zu erhalten. Sie zeichnet sich besonders durch ihre Schnelligkeit gegenüber anderen numerischen Methoden aus. Der Algorithmus arbeitet rekursiv und basiert auf einer Zerlegung der Stützstellen in zwei gleich große Mengen; deshalb muss die Anzahl an Stellen immer  $2^n$  sein ( $n \in \mathbb{N}$ ).

## 1.2 Maxwellsche Gleichungen

Licht lässt sich als elektromagnetische Welle beschreiben. Das Verhalten elektrischer und magnetischer Felder wird durch die sogenannten Maxwellschen Gleichungen charakterisiert. Sie bilden die Grundlage für alle elektromagnetischen Vorgänge.

$$\operatorname{div} \vec{D} = \varrho \Leftrightarrow \oint \vec{D} d\vec{A} = \int \varrho dV \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \oint \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (6)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \Leftrightarrow \oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} \quad (7)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \Leftrightarrow \oint \vec{H} d\vec{r} = \frac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{A} + \int \vec{j} d\vec{A} \quad (8)$$

Die jeweiligen Zusammenhänge zwischen der integralen und der differentialen Form kommen durch die Integralsätze von Gauß und Stokes zustande.

- (5) macht eine Aussage über die Quellen des D-Feldes. Diese entsprechen den elektrischen Ladungsdichten.
- An (6) erkennt man, dass das B-Feld keine Quellen oder Senken hat, d.h. alle Magnetfeldlinien sind geschlossen. Insbesondere gibt es keine magnetischen Monopole.
- Aus (7) folgt, dass eine Änderung des Magnetfelds ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt. Dies entspricht dem Faraday-Gesetz.

<sup>1</sup>der Begriff "zweiseitig" beruht auf der Tatsache, dass die Grenzen der Integraltransformation von  $-\infty$  bis  $+\infty$  gehen und nicht wie bei der *einseitigen* Lorentz-Transformation von 0 bis  $t$ .

- (8) sagt aus, dass ein stromdurchflossener Leiter von einem magnetischen Wirbelfeld umgeben wird. Dies ist die Aussage des Ampereschen Durchflutungsgesetzes. Da z.B. in einem Kondensator kein Strom fließt, wohl aber ein magnetisches Wirbelfeld existiert, wurde von Maxwell der Begriff des Verschiebungsstroms eingeführt, womit auch der Kondensator richtig beschrieben wird. Dies ist der additive Term  $\dot{D}$ .

Ebenfalls von Maxwell wurde der Zusammenhang

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

zwischen den in der Elektrodynamik wichtigen Konstanten  $\varepsilon_0$  und  $\mu_0$  sowie der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c_0$  hergestellt.

### 1.3 Die Wellengleichung

Im ladungs- und stromfreien Vakuum vereinfachen sich die Maxwell-Gleichungen zu

$$\text{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (9)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (10)$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad (11)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (12)$$

mit  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  und  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ . Durch Anwenden der Rotation auf (10), erhält man

$$\text{rotrot} \vec{E} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Mit Hilfe der Identität  $\text{rotrot} = \nabla \times \nabla = \nabla \cdot \nabla - \Delta$  folgt

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (13)$$

Mögliche Lösung dieser Differentialgleichung ist eine ebene Welle der Form

$$\vec{E}(\vec{k}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (14)$$

### 1.4 Interferenz und Kohärenz

Die Linearität der Wellengleichung erlaubt Superpositionen, d.h. jede Linearkombination zweier Lösungen ist wiederum eine Lösung. Die Überlagerung von Teilwellen bezeichnet man als Interferenz. Überlagert man Wellen mit gleicher Phase (Vielfache von  $2\pi$ ), so spricht man von konstruktiver Interferenz, da diese sich verstärken. Löschen sich die Welle gerade gegenseitig

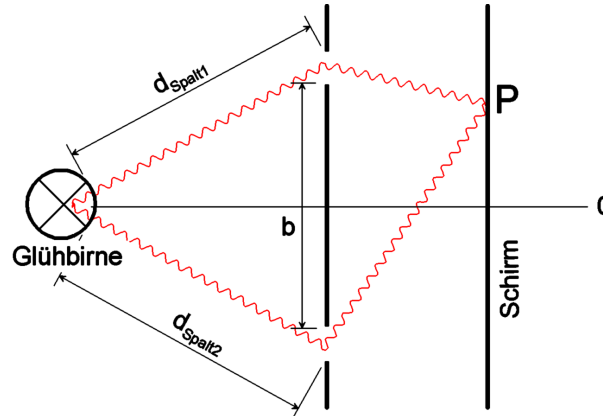


Abb. 1: Youngscher Doppelspalt als Beispiel für Anordnungen, die räumlich kohärentes Licht erzeugen

aus (ungerade Vielfache von  $\pi$ ), bezeichnet man dies als destruktive Interferenz. Betrachten wir zunächst zwei ebene Wellen, die sich beide in die gleiche Richtung ausbreiten (das Koordinatensystem sei so gewählt, dass Vektorpfeile überflüssig werden). Für die resultierende Intensität gelten somit folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 I &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E \bar{E} \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} (E_1 + E_2) (\overline{E_1 + E_2}) \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_0 \bar{E}_0}{4} (1 + e^{i\Delta\varphi})(1 + e^{-i\Delta\varphi}) \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_0 \bar{E}_0}{4} (2 + e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi}) \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_0^2}{2} (1 + \cos \Delta\varphi)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Dabei wurde angenommen, dass die beiden Teilwellen die gleiche Amplitude  $\frac{E_0}{2}$  und die gleiche Wellenlänge  $\lambda$  haben. Der zweite Summand aus Gleichung (15) wird als Interferenzterm bezeichnet.

Um Interferenzstrukturen beobachten zu können, müssen die Wellen eine feste Phasenbeziehung besitzen. Denn falls  $\Delta\varphi$  beliebige Phasenwinkel zwischen 0 und  $2\pi$  annimmt, mittelt sich der Interferenzterm aus (15) weg. Strahlt eine Strahlungsquelle Wellen konstanter Phasenbeziehung ab, so nennt man sie kohärent. Tatsächlich existieren solche idealen Quellen aber nicht! Es besteht lediglich die Möglichkeit durch bestimmte experimentelle Anordnungen zeitlich oder räumlich kohärente Wellen zu erzeugen.

Zeitliche Kohärenz beobachtet der Experimentator, wenn sich die Phasendifferenz während  $\Delta t$  um weniger als  $2\pi$  ändert. Die maximale Zeitspanne  $\Delta t$ , für die dies gilt, bezeichnet man als Kohärenzzeit. Eine typische Anordnung zur Erzeugung zeitlich kohärenter Lichtwellen ist

der Laser (näheres dazu findet man im Abschnitt 1.5.1). Das Produkt aus Kohärenzzeit und Lichtgeschwindigkeit heißt Kohärenzlänge.

Unter räumlicher Kohärenz versteht man, dass sich die Phasendifferenz in einem festen Raumpunkt während der gesamten Beobachtungszeit um weniger als  $2\pi$  ändert. Zur Erzeugung räumlich kohärenter Wellen verwendet man häufig den Youngschen Doppelspalt aus Abb. 1.

Die inkohärente Lichtquelle (z.B. Glühbirne) strahlt einen Doppelspalt an, wobei jeder Spalt den gleichen Abstand zur Lichtquelle hat. Die beiden Spalte können nun als punktförmige Lichtquellen betrachtet werden. Wegen  $d_{Spalt1} = d_{Spalt2}$  kommen die von der dekohärenten Lichtquelle verursachten Intensitätsfluktuationen gleichzeitig bei beiden Spalten an, so dass auf dem Schirm  $S$  an allen Raumpunkten  $P$  feste Intensitätsverteilungen auftreten - also Interferenzen.

## 1.5 Verwendete Lichtquellen

### 1.5.1 Helium-Neon-Laser

Ein Laser besteht im Wesentlichen aus drei Komponenten:

- dem *aktiven Medium*, in das von einer
- *Energiepumpe* selektiv Energie hinein gepumpt wird,
- und einem *Resonator*, der einen Teil dieser Energie in Form elektromagnetischer Wellen in wenigen Resonatormoden speichert.

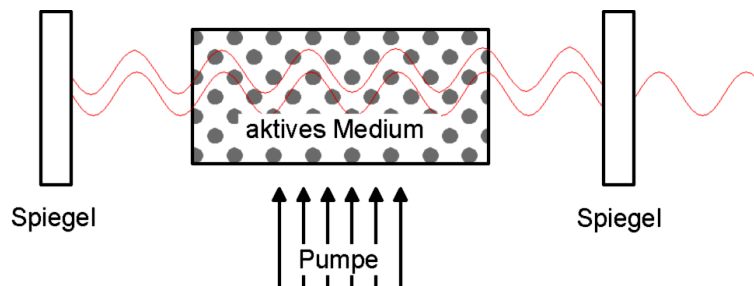


Abb. 2: Schematische Skizze eines Gaslasers

Die Energiepumpe erzeugt im Lasermedium eine vom thermischen Gleichgewicht extrem abweichende Besetzung eines oder mehrerer Energieniveaus. Bei genügend großer Pumpleistung wird zumindest für ein Niveau  $|k\rangle$  mit der Energie  $E_k$  die Besetzungsdichte  $N_k$  größer als die Besetzungsdichte  $N_i$  für ein energetisch tiefer liegendes Niveau  $|i\rangle$ , das mit  $|k\rangle$  durch einen erlaubten Übergang verbunden ist (Besetzungsinversion). Da in einem solchen Fall die induzierte Emissionsrate<sup>2</sup> auf dem Übergang  $|k\rangle \rightarrow |i\rangle$  größer wird als die Absorptionsrate, kann Licht beim Durchgang durch das aktive Medium verstärkt werden.

<sup>2</sup>induzierte Emission: Nach Einwirkung einer elektromagnetischen Strahlung entsprechender Frequenz erfolgt ein Übergang vom metastabilen zum Grundzustand.

Die Aufgabe des Resonators ist es nun, Licht, das von den durch die Pumpe aktivierten Atomen des Lasermediums emittiert wird, durch selektive optische Rückkopplung wieder durch das verstärkende Medium zu schicken und dadurch aus dem Laserverstärker einen schwingenden Oszillator zu machen. Mit anderen Worten: Der Resonator speichert das Licht in wenigen Resonatormoden, so dass in diesen Moden die Strahlungsdichte so hoch wird, dass die induzierte Emission wesentlich größer als die spontane Emission<sup>3</sup> werden kann.

Beim HeNe-Laser dient, wie der Name schon sagt, ein Helium-Neon-Gemisch als aktives Medium. Die typische Lichtemission von  $632,8\text{nm}$  wird jedoch nur von den Zustandsübergängen des Neons verursacht. Das Helium dient lediglich als "Energievermittler", d.h. durch Pumpen wird das Helium angeregt und überträgt seine Energie durch Stoßvorgänge an die Neon-Atome. Diese gelangen somit in einen angeregten Zustand und emittieren beim Übergang in den Grundzustand das sichtbare Laserlicht.

### 1.5.2 Festkörperlaser

Als aktives Medium von Festkörperlasern dienen Gläser oder Kristalle, die mit optisch anregbaren Atomen bzw. Ionen dotiert sind. Alle Festkörperlaser werden optisch gepumpt. Als Pumpquellen dienen meistens Blitzlampen, so dass die meisten Festkörperlaser gepulst betrieben werden.

Halbleiter-Laser verwenden als aktives Material eine p-n Halbleiterdiode, die in Durchlassrichtung von einem Strom durchflossen wird. Im Übergangsbereich zwischen dem n-Gebiet, in dem Elektronenüberschuss herrscht, und dem p-Gebiet, der einen Elektronenmangel und deshalb nicht besetzte Zustände (Löcher) hat, können die Elektronen aus einem energetisch höheren Zustand im Leitungsband in diese freien Zustände mit tieferen Energien fallen (Elektronen-Loch-Rekombination) und dabei Licht emittieren. Als Resonatorspiegel dienen oft unbeschichtete Kristallendflächen, die senkrecht zur Grenzschicht laufen.

### 1.5.3 Natriumdampflampe

Die Natriumdampflampe besteht hauptsächlich aus einem Natriumgas, das durch Erhitzen von Natrium entsteht und sich zwischen einer Kathode und einer Anode befindet. An der Kathode werden Elektronen ausgesandt und zur Anode beschleunigt. Unterwegs stoßen sie mit den Natriumgasatomen zusammen und bringen diese in einen angeregten Zustand. Wenn die Atome wieder in den Grundzustand übergehen, senden sie das gelbe Licht der Natrium-D-Linie aus. Man beobachtet eine Aufspaltung dieser Linie in zwei dicht benachbarte Linien. Ursache dieses Phänomens ist die Spin-Bahn-Kopplung.

### 1.5.4 Photomultiplier

In einem Photomultiplier (Sekundärelektronenvervielfacher) lösen die, auf eine Photokathode treffenden Lichtquanten Elektronen aus (Photoeffekt), die durch ein elektrisches Feld auf eine Elektrode (1. Dynode) hin beschleunigt werden. Dort erzeugt jedes Elektron im Mittel  $\delta > 1$

---

<sup>3</sup>spontane Emission: Das Elektron kehrt ohne äussere Einwirkung vom angeregten in den Grundzustand zurück.



Sekundärelektronen, die auf die nächste Dynode beschleunigt werden und dort  $\delta^2$  Sekundärelektronen freisetzen, usw. bis an der Anode eine Elektronenlawine ankommt. An der Anode erzeugt dieser Laserpuls einen Spannungspuls, dessen Abklingzeit durch einen Abschlusswiderstand  $R$  in weiten Grenzen variierbar ist. Der Multiplikationsfaktor  $\delta$  steigt mit zunehmender Beschleunigungsspannung.

## 1.6 Linienbreiten der Spektrallinien

Unter einer Spektrallinie versteht man den Verlauf der Intensität emittierter oder absorbiertes Strahlung in Abhängigkeit von der Frequenz der Strahlung. Bestimmt man das sogenannte Interferogramm (Intensität in Abhängigkeit vom Weg), so entspricht die Fouriertransformierte dieses Interferogramms dem Spektrum.

### 1.6.1 Natürliche Linienbreite

Bei der Absorption oder Emission elektromagnetischer Strahlung, die zu einem Übergang

$$\Delta E = E_i - E_k = h \cdot \nu_{ik}$$

zwischen zwei Energieniveaus des Atoms führt, ist die Frequenz  $\nu_{ik}$  nicht streng monochromatisch. Man beobachtet eine Verteilung  $I(\nu - \nu_{ik})$  um eine Mittenfrequenz  $\nu_0 = \nu_{ik}$ . Das Frequenzintervall  $\delta\nu = |\nu_1 - \nu_2|$ , bei dem die Intensität auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgesunken ist, heißt Halbwertsbreite. Häufig wird die Halbwertsbreite auch im Kreisfrequenzmaß als  $\delta\omega = 2\pi\delta\nu$  angegeben.

Man kann das angeregte Elektron durch das klassische Modell eines gedämpften harmonischen Oszillators beschreiben. Aus Experimenten ist bekannt, dass ein angeregter Zustand keine unendliche Lebensdauer hat, sondern nach der Zeit  $t$  in einen unangeregten Zustand übergeht. Das bedeutet für den Oszillator, dass er gedämpft ist und daher die Gleichung

$$f(t) = Ae^{-\delta t} e^{i\omega_0 t}$$

gilt. Berechnet man die Fouriertransformierte  $g(\omega)$  und betrachtet den Realteil  $\Re(\omega)$ <sup>4</sup>, so erhält man das Frequenzspektrum

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} Ae^{-\delta t} e^{(-\delta + i\omega_0 - i\omega)t} dt \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\delta - i(\omega_0 - \omega)} \end{aligned} \tag{16}$$

$$\Re(\omega) = \frac{\delta}{\delta^2 + (\omega_0 - \omega)^2} \tag{17}$$

<sup>4</sup>Bei  $\Re(\omega)$  handelt es sich um eine Lorentzverteilung.

**Bemerkung:** Die Grenzen des Fourier-Integrals können in diesem Fall aus Symmetriegründen von 0 bis  $\infty$  gewählt werden.

Auch quantenmechanisch lässt sich die Linienverbreiterung leicht verstehen, denn aufgrund der Unschärferelation von Energie und Zeit - der Kommutator verschwindet nicht - muss bei einer endlichen Dauer des angeregten Zustandes auch die Varianz der Energie und daher der Frequenz ungleich Null sein.

### 1.6.2 Druckverbreiterung

In dichten Gasen und besonders im kondensierten Zustand werden die individuellen Strahlungsakte nicht mehr, wie bei der natürlichen Linienverbreiterung, durch Strahlungsdämpfung, sondern durch Stöße mit anderen Teilchen abgebrochen. Die Lebensdauer  $\tau$  ist dann annähernd mit der gaskinetischen Stoßzeit gleichzusetzen. Es gilt

$$\tau = \frac{1}{v} \approx \frac{1}{nAv}$$

(wobei  $l \equiv$  freie Weglänge;  $v \equiv$  mittlere thermische Geschwindigkeit;  $n \equiv$  Teilchenzahldichte;  $A \equiv$  Stoßquerschnitt). Das führt dann zu der Druckverbreiterung der Spektrallinien.

### 1.6.3 Dopplerverbreiterung

Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Ursachen für die Linienverbreiterung handelt es sich hierbei um ein Phänomen, das vom Bezugssystem abhängig ist. Die lichtemittierenden Atome sind nicht in Ruhe, sondern bewegen sich zum Teil mit hohen Geschwindigkeiten. Der Beobachter "sieht" daher die Frequenz

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

Hierbei bezeichnet  $v$  die Komponente der Geschwindigkeit in Richtung des Beobachters. Befinden sich die Moleküle im Temperaturgleichgewicht, so ist die Geschwindigkeit nach Maxwell verteilt

$$P(v)dv = \sqrt{\frac{m}{2kT\pi}} e^{-\frac{m}{2kT}v^2} dv$$

Dabei ist  $m$  die Molekülmasse,  $k$  die Boltzmannkonstante und  $T$  die Temperatur. Durch eine Koordinatentransformation, gemäss der Frequenzverschiebung, erhält man

$$P(\omega)d\omega = \sqrt{\frac{m}{2kT\pi}} \cdot e^{-\frac{mc^2}{2kT\omega_0^2}(\omega-\omega_0)^2} \frac{c}{\omega_0} d\omega$$

Es handelt sich hierbei um eine Gaußkurve, deren Fouriertransformierte wiederum eine Gaußkurve liefert. Daher sind Spektrum und Einhüllende des Interferogramms gaußverteilt.

## 2 Versuchsbeschreibung

### 2.1 Versuchsaufbau

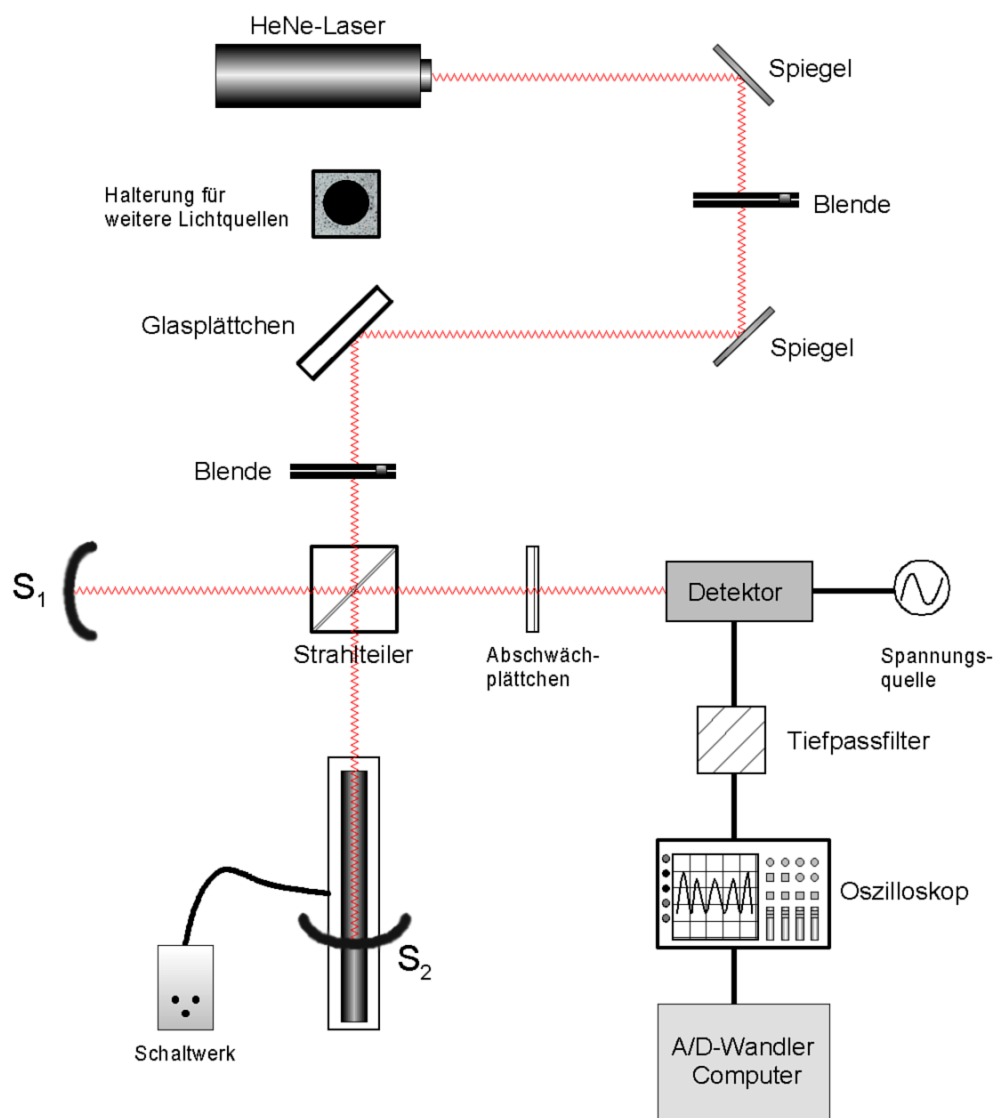


Abb. 3: Versuchsaufbau des Michelson-Interferometers

Der ganze Aufbau (siehe Abb. 3) ist auf einem luftgelagerten Stahltisch montiert, um Vibrationen von aussen abzumildern. Das Michelson-Interferometer selbst besteht aus einer Lichtquelle und einem Strahlteiler, der zwei Teilstrahlen erzeugt, die von zwei Spiegeln reflektiert werden. Der eine Spiegel ist in einer Halterung fest angebracht, während der andere über eine spezielle Apparatur mit nahezu konstanter Geschwindigkeit bewegt werden kann. Der aus den zwei Teilstrahlen reflektierte Strahl kann entweder an die Wand geworfen oder mit einem entsprechenden Detektor gemessen werden. Dieser erzeugt je nach Intensität eine Spannung, die dem Oszillo-

skop (zur Beobachtung) und dem Computer (zur Aufzeichnung und Auswertung) zugeführt wird. Zusätzlich kann bei der Messung ein Tiefpass-Filter zwischengeschaltet werden, um hochfrequente störende Anteile, die das Signal verrauschen würden, auszufiltern. In der Anordnung sind noch zahlreiche Blenden und Spiegel angebracht, um störende Teilstrahlen ausblenden und die Versuchsanordnung ohne größere Umbauarbeiten an die Messung anpassen zu können.

## 2.2 Justierung des Michelson-Interferometers

An unserem Versuchstag war der Aufbau schon größtenteils justiert. Im folgenden wird jedoch der Vollständigkeit halber der gesamte Justiervorgang im einzelnen beschrieben:

Zu Beginn wird der Strahlteiler entfernt und Spiegel  $S_2$  so justiert, dass der von ihm reflektierte Strahl wieder auf die Laseröffnung zurückreflektiert wird. Anschließend wird der Strahlteiler wieder eingesetzt und so ausgerichtet, dass der Strahl von Spiegel  $S_2$  in die Detektoröffnung trifft. Spiegel  $S_1$  wird dabei abgedeckt. Nun deckt man Spiegel  $S_2$  ab und stellt Spiegel  $S_1$  durch Kippen so ein, dass Rückreflexionen ausgeglichen werden und der Strahl ebenfalls auf die Detektoröffnung fällt.

Wenn beide Spiegel justiert sind, dann werden sie so positioniert, dass die Wege der beiden Teilstrahlen etwa gleich sind. Die Stellung, in der beide Wege exakt gleich lang sind bezeichnet man als Weißlicht-Position, da die Strahlen hier genau in Phase sind und deshalb sogar weißes Licht konstruktiv interferiert. Hat man diesen Punkt ungefähr gefunden, wird der Detektor entfernt, der Strahl durch eine Linse aufgeweitet und an die Wand projiziert.  $S_1$  wird so eingestellt, dass konzentrische Kreise zu sehen sind (keine Streifen!). Danach wird der Motor eingeschaltet und der Detektor wieder eingesetzt, wobei die Vorschubgeschwindigkeit klein gewählt wird. Durch Benutzung von Filtern und Blenden erreicht man, dass die am Oszilloskop gemessene Spannung den Wert von  $10V$  nicht übersteigt.

## 2.3 Messen des Interferogramms des HeNe-Lasers

Man nutzt die bekannte Wellenlänge des HeNe-Lasers ( $\lambda = 632,8nm$ ) aus, um die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit der sich Spiegel  $S_2$  bewegt. Nachdem der Motor angeschaltet wird, misst man in fest definierten Abständen die am Detektor ankommende Intensität. Dafür benutzt man das Computerprogramm **Interferogramm**, in das sowohl die Frequenz für die Messwertaufnahme (A/D-Wandlerrate), als auch die Anzahl der gewünschten Messpunkte ( $2^n$ ) eingegeben wird. Nun beginnt der Computer mit der Messung. Ist sie beendet, so wird vom Computer die tatsächlich relevante Anzahl an Messpunkten bestimmt und die Anzahl der Minima angegeben. Die gesuchte Geschwindigkeit lässt sich dann über die Formel

$$v = \ddot{\text{Übersetzung}} \cdot \frac{\#\text{Minima} \cdot \lambda \cdot \text{A/D-Rate}}{\#\text{Messpunkte}} \quad (18)$$

berechnen.

## 2.4 Messen des Interferogramms des GaAs-Lasers

Während dieser Messung wird der HeNe-Laser ausgeschaltet und muss nicht ausgebaut werden. Der Festkörperlaser wird hinter dem ersten Ablenkspiegel in den Versuchsaufbau eingebaut. Mit der ermittelten Durchschnittsgeschwindigkeit des Spiegels  $S_2$  lässt sich nun die unbekannte Wellenlänge des Festkörperlasers bestimmen. Dazu wird die Formel (18) nach  $\lambda$  aufgelöst:

$$\lambda = \frac{v \cdot \#\text{Messpunkte}}{\#\text{Minima} \cdot A/D\text{-Rate}} \quad (19)$$

## 2.5 Bestimmung der Einhüllenden

Zur Bestimmung der Kohärenzlänge wird die Einhüllende des Interferogramms gemessen. Dazu wird die Übersetzung des Motors auf 500 eingestellt und die maximal mögliche Wegstrecke abgefahren. Das Signal wird im Verhältnis dazu relativ langsam mit dem A/D-Wandler abgetastet. Man kann dadurch zwar keine einzelnen Perioden der Interferenz mehr auflösen, aber die Messpunkte verteilen sich statistisch unter der Einhüllenden des Interferogramms. Aufgrund der hohen Oszillation des Signals muss bei der Durchführung der Tiefpass entfernt werden. Der Versuch wird mit drei verschiedenen Lichtquellen durchgeführt. Dies sind ein HeNe-Laser, ein GaAs-Halbleiterlaser und eine Natriumdampfampe. Zusätzlich wird der Laserstrahl mit einem Filter abgeschwächt, um den Detektor vor zu starker Einstrahlung zu schützen. Bei der Na-Dampfampe wird anstatt des Detektors ein Photomultiplier verwendet. Dieser reagiert schon auf kleinste Lichteinstrahlung, was bei diesem Licht absolut erforderlich ist. Aufgrund der kurzen Kohärenzlänge des Lichtes ist es notwendig, vor der Messung den Weißlichtpunkt zu finden, so dass man während der Messung überhaupt Interferenz beobachten kann. Dazu fährt man mit hoher Geschwindigkeit den möglichen Längenbereich mit dem Spiegel ab und sucht visuell eine Veränderung des Signals am Oszilloskop.

## 2.6 Messen des Spektrums einer Natriumlampe

Um das Spektrum der Natrium-Dampfampe zu erhalten, wird von der Lichtquelle ein Interferogramm aufgenommen. Dazu wird der Spiegelvorschub auf Übersetzung 1 eingestellt und aufgrund der benötigten Empfindlichkeit der Photomultiplier eingesetzt. Die Abtastrate wird verhältnismäßig hoch gewählt, um einzelne Perioden möglichst gut auflösen zu können. Wählt man die Abtastrate zu niedrig, kann es passieren, dass man (wie in Abb. 4 gezeigt) die Punkte A und B misst und nicht den Peak P. Folglich kann diese Frequenz nachher auch nicht als Spektrallinie interpretiert werden. Mit Hilfe eines Computers, der auch die Messung vornimmt, wird anschließend das Signal einer Fouriertransformation (FFT) unterzogen und als Diagramm ausgegeben. Mit Hilfe der Formel

$$\lambda = \frac{\#\text{Messpunkte} \cdot v}{\#\text{Messpunkte bis Peak} \cdot A/D\text{-Rate}} \quad (20)$$

kann dadurch auf die im Spektrum vorkommenden Frequenzen und somit auch auf die entsprechenden Wellenlängen geschlossen werden.

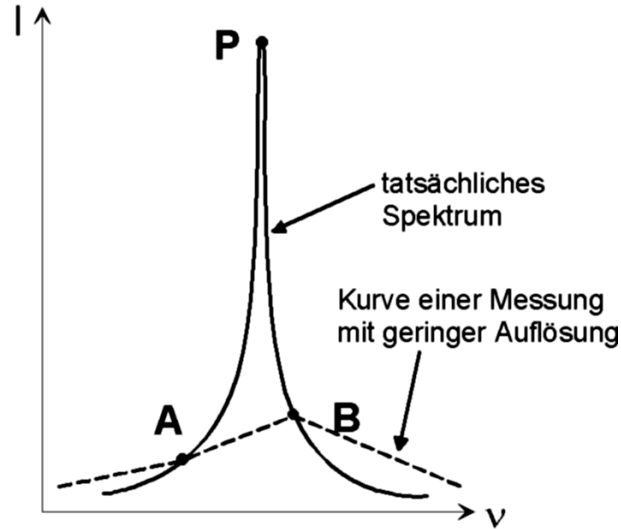


Abb. 4: Veranschaulichung zur Abtastrate (Auflösung)

Der gesamte Versuch wäre jedoch zu ungenau, da die Geschwindigkeit des Spiegelvorschubs nicht exakt konstant bleibt. Es würde zu Verzerrungen der Periodenlänge, und nach einer Fouriertransformation zu einer starken Einstreuung an Oberwellen kommen. Aus diesem Grund wird mit dem HeNe-Laser der Verlauf der Spiegelgeschwindigkeit gemessen und als Korrektur in die nachfolgende FFT miteinbezogen. Dies wird dadurch erreicht, dass man den Laser mit in den Strahlengang der zu messenden Lampe einstrahlen lässt. Durch geschicktes Einschalten eines Spiegels kann das Laserlicht kurz vor dem Photomultiplier abgetrennt und separat einem zweiten Detektor zugeführt werden. Über einen zweiten Kanal misst der Computer auch dessen Interferogramm. Aufgrund der hohen Frequenzstabilität des Lasers kann daraus eine Korrektur des Spiegelvorschubs berechnet werden.

## 3 Versuchsauswertung

### 3.1 Bestimmung der Geschwindigkeit des Spiegels $S_2$

Die Ergebnisse der einzelnen Messungen sind in Anhang A aufgelistet. Es ergibt sich eine mittlere Geschwindigkeit von  $v_{S_2} = (0,9937 \pm 0,0449) \frac{\mu m}{s}$ . In den Anhängen B bis E sind die Periodenanalysen der jeweiligen Messungen dargestellt. Wie man deutlich sehen kann, ist die Geschwindigkeit bei weitem nicht konstant. Man sollte sich deshalb vor Augen führen, dass diese Schwankungen nachfolgende Ergebnisse beträchtlich beeinflussen.

**Fehlerdiskussion:** Die nicht konstante Geschwindigkeit hat vor allem folgende Ursachen:

- Der Antrieb unterliegt mechanischen Unregelmäßigkeiten.
- Da die Spindel auf einer Schiene geführt wird und daher ein direkter Kontakt besteht, muss mit Reibungseffekten gerechnet werden.
- Die Zahnräder unterliegen ebenfalls mechanischen Unregelmäßigkeiten, wie z.B. Reibungen zwischen Achse und Rad.

### 3.2 Bestimmung der Wellenlänge des GaAs-Lasers

Die Messergebnisse zu diesem Versuch findet man ebenfalls in Anhang A. Für die mittlere Wellenlänge des Lasers erhalten wir  $\lambda_{GaAs} = (616,7 \pm 27,8) nm$ . Der tatsächliche Literaturwert liegt im Bereich von  $640 nm$  und somit in unserem Fehlerbereich.

**Fehlerdiskussion:** Die Messabweichungen liegen wohl hauptsächlich an den Unregelmäßigkeiten des Antriebmotors von Spiegel  $S_2$ . Die Anhänge F bis J zeigen nochmals die Periodenanalysen der einzelnen Messungen. Auch hier erkennt man deutliche Schwankungen der Vorschubgeschwindigkeiten. Besonders in den Messungen `ribi_gaas04` (Anhang I) und `ribi_gaas05` (Anhang J) bleibt die Spindel zeitweise fast stehen. Zudem gelang es uns vor der Messung nicht den luftgedämpften Tisch zu beruhigen, so dass wir kurzum die Luftzufuhr abgedreht haben. Im folgenden sollte daher die von uns berechnete Wellenlänge des Lasers nur als Richtwert dienen.

### 3.3 Einhüllende der verschiedenen Lichtquellen

#### 3.3.1 Helium-Neon-Laser

In Anhang K sieht man die aufgenommene Messung der Einhüllenden des HeNe-Lasers. Über die gesamte x-Achse hinweg erkennt man geringe chaotische Intensitätsschwankungen. Im Bereich von 0 bis 5000 Skalenteilen sind diese Schwankungen im unteren Bereich des Diagramms (zwischen  $-0,1$  und  $-0,2$  Skalenteilen auf der y-Achse) sogar periodisch, was auf eine leichte Schwebung schließen läßt. In erster Näherung kann die Schwebung aber vernachlässigt, bzw.

als Messungenauigkeit der Versuchsanordnung interpretiert werden, da die chaotischen Intensitätsschwankungen in etwa gleich stark sind. Die Lichtquelle kann daher als monochromatisch angesehen werden. Weiterhin ist nur eine schwache Abnahme der Intensität zu erkennen. Der maximale Wert liegt bei etwa 2,26 Skalenteilen und der minimale bei 2,1 Skalenteilen. Daraus kann man eine Abnahme von nur 7% ermitteln.

Da bei dem Laser von einer Kohärenzlänge im Bereich von 40cm ausgegangen werden muss, ist es auch klar, dass bei einem möglichen Messweg von ca. 11cm keine großartigen Veränderungen observiert werden können.

### 3.3.2 Galliumarsenid-Laser

Anhang L und M zeigen die Einhüllende des GaAs-Lasers. Im Gegensatz zum HeNe-Laser sind hier ganz deutlich Schwebungen zu sehen. Daraus schließen wir, dass der Laser Lichtwellen verschiedener Frequenzen emittiert, die infolge der relativ kurzen Schwebungsdauer entsprechend weit auseinander liegen. Im Anhang N wird die Intensitätsverteilung der Messung unverfälscht veranschaulicht (d.h. wir bilden die Differenz zwischen den oberen und unteren Peaks). Hier kann man unter Umständen die Weißlichtposition bei 3800 Skalenteilen (auf der x-Achse) ausmachen.

Über die Kohärenzlänge des GaAs-Lasers lässt sich nur schwer etwas sagen, da uns weder Messwerte noch verlässliche Literaturwerte zur Verfügung stehen. Wir wissen nur, dass sie im Zentimeterbereich liegt und kleiner als die des HeNe-Lasers ist.

### 3.3.3 Natrium-Dampflampe

Da die Messung der Einhüllenden sehr verrauscht ist, macht es für uns keinen Sinn die gesamte Kurve zu diskutieren. Wir beschränken uns lediglich auf ein kleines ausgewähltes Intervall, in dem eine Zone  $\xi$  hoher Intensität existiert. Diese könnte als Weißlichtpunkt interpretiert werden (siehe dazu Anhang O). Allerdings liegt dieser Punkt relativ weit hinten, während die eigentliche Weißlichtposition wesentlich weiter vorne liegen müsste. Diese Abschätzung ergibt sich aus den geometrischen Abmessungen, da beim Weißlichtpunkt die Spiegelwege gleich sein sollten.

Zur Kohärenzlänge der Natriumlampe sollte erwähnt werden, dass sie sich im Millimeterbereich befindet und deshalb relativ schwer auszumachen ist.

**Fehlerdiskussion:** Die verrauschten Messwerte sind u.a. auf Streulichteinflüsse von aussen zurückzuführen. Eine weitere Fehlerquelle liegt in den großen Intensitätsverlusten, die auf das starke Aufweiten des Lichtkegels zurückzuführen sind. Außerdem ist es wesentlich schwieriger, den großen Lichtkegel der Natriumlampe auf die Detektoröffnung zu justieren, als einen kollimierten Laserstrahl.



## 3.4 Spektrum verschiedener Lichtquellen

### 3.4.1 Natrium-Dampfampe

Da eine Bestimmung des Weißlichtpunktes in 3.3.3 nur spekulativ war, stellten wir vor der Messung des Spektrums diese Position manuell ein. Dabei wurde die Apparatur solange justiert bis Interferenzringe auf der Wand mit freiem Auge beobachtet werden konnten. Danach zeichnet wir das Interferogramm der Lichtquellen, wie in Kapitel 2.6 beschrieben, auf. Anschließend wurde mit Hilfe des Programms **Spektrum** unter Berücksichtigung der Weglinearisierung (Anhang Q) eine Fouriertransformation durchgeführt. Die Ausgabe des Programms findet man in Anhang P.

Mit Hilfe der Formel (20) berechnen sich die Wellenlängen der Peaks zu  $\lambda_1 = 630,5nm$  und  $\lambda_2 = 586,1nm$ . Offensichtlich stammt der erste Peak von dem HeNe-Laserstrahl ( $\lambda = 632,8nm$ ), der nicht vollständig von der Detektoröffnung des Photomultipliers abgeschirmt werden konnte. Der zweite Peak lässt sich der Natrium-D-Linie zuordnen. Allerdings ist es nicht möglich, die beiden eng zusammen liegenden Frequenzen einzeln aufzulösen. Laut Literatur liegen diese bei den Frequenzen  $5,091 \cdot 10^{14}Hz$  (was einer Wellenlänge von  $589,3nm$  entspricht) und  $5,086 \cdot 10^{14}Hz$  (entspricht einer Wellenlänge von  $589,8nm$ ). Unsere Messwerte liegen demnach erstaunlich nahe bei den beiden Idealwerten.

### 3.4.2 Cadmium- und Heliumdampfampe

Leider scheiterte dieser Versuch, da die Weißlichtposition der Lampen beim besten Willen nicht bestimmt werden konnte. Obwohl wir den Bereich, in dem diese Position gefunden werden müsste, mehrmals abfuhren, konnten keine Interferenzen beobachtet werden. Offenbar ist die Kohärenzlänge dieser Lampen zu klein für eine manuelle Justierung. Aus diesem Grund existieren keine Messergebnisse und demzufolge auch keine Auswertungen.

## Literatur

- [1] Demtröder, Wolfgang: Laserspektroskopie; 3. Auflage - Berlin: Springer, 1993
- [2] Buser / Eckhart: Protokoll "Das Michelson-Interferometer als Fourierspektrometer", Nov. 2001
- [3] Klein / Furtak: Optik; 2. Auflage - Berlin: Springer, 1988
- [4] Stöcker, Horst: Taschenbuch der Physik - Harry Deutsch, 1994
- [5] Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik 3; 1. Auflage - Berlin: Springer, 1996
- [6] Born, Max: Optik; 3. Auflage - Berlin: Springer, 1985
- [7] C. Gerthsen: Gerthsen Physik; 20., aktualisierte Aufl.; Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1999

## Anhang A

### Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Spiegels $S_2$

Übersetzung: 1  
 Wellenlänge des He-Ne-Lasers [nm]: 632.8  
 Eingestellte Messpunkteanzahl: 32768

Messpunktabstand	Anzahl Minima	A/D-Wandlerrate [1/s]	Geschw. von $S_2$ [ $\mu\text{m/s}$ ]	Name der Messdatei
32002	45	1200	1.0678	ribi_hene01
32102	42	1200	0.9935	ribi_hene02
31486	40	1200	0.9647	ribi_hene03
31894	40	1200	0.9524	ribi_hene03
32714	128	400	0.9904	ribi_hene04

Mittelwert: **0.9937**  
 Standardabw.: **0.0449**

### Bestimmung der Wellenlänge des GaAs-Lasers

Übersetzung: 1  
 Eingestellte Messpunkteanzahl: 32768  
 Mittlere Geschwindigkeit von  $S_2$  [ $\mu\text{m/s}$ ]: 0.9937  
 Fehler der mittleren Geschw. [ $\mu\text{m/s}$ ]: 0.0449

Messpunktabstand	Anzahl Minima	A/D-Wandlerrate [1/s]	Wellenlänge [nm]	Fehler [nm]	Name der Messdatei
31908	41	1200	644.5	29.1	ribi_gaas01
32574	44	1200	613.1	27.7	ribi_gaas02
32602	130	400	623.0	28.1	ribi_gaas03
16356	67	400	606.5	27.4	ribi_gaas03
16084	63	400	634.3	28.6	ribi_gaas04
32166	46	1200	579.1	26.1	ribi_gaas05

Mittelwert: **616.7** **27.8**

# Einhüllende des GaAs-Lasers

Anhang N

