

Universität Ulm
Fortgeschrittenenpraktikum der Physik
Versuch 9: Der Mössbauereffekt

Picha Meier-Boeke
picha.meier-boeke@student.uni-ulm.de

Rafael Lang
rafael.lang@student.uni-ulm.de

Gruppe 558

Betreuer: Dr. G. I. Asbach

Durchführung des Versuchs vom 16. bis 28. Oktober 2003
Erstabgabe des Protokolls am 3. November 2003
Abgabe der Korrektur am 12. November 2003

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	1
---------------------------	---

Inhaltsverzeichnis

I Theorie	3
1 Streuexperimente	3
2 Massenspektrometer	5
3 Kernmodelle	5
3.1 Das Fermi-Gas-Modell	6
3.2 Das Tröpfchenmodell	6
3.3 Das Schalenmodell	7
4 Erhaltungssätze und Wechselwirkungen	7
5 Elementarteilchen	8
6 Photonen und Materie	9
6.1 Der Comptoneffekt	9
6.2 Der Photoeffekt	9
6.3 Paarbildung	9
6.4 Absorptionskoeffizienten	10
7 Die Poisson-Verteilung	10
8 Der Mössbauereffekt	11
8.1 Emission vom freien Atom	11
8.2 Emission vom Kristall	12
8.3 Der Debye-Waller-Faktor	13
II Überblick über das Experiment	14
III Versuchsauswertung	15
9 Linearität der Karte	15
10 Totzeit	15
11 Versuche mit einer ¹³⁷Cäsium-Quelle	16
11.1 Energie-Kanal-Zuordnung	16
11.2 Das Spektrum	16

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	2
12 Versuche mit einer ^{57}Co-Quelle	18
12.1 Energie-Kanal-Zuordnung	18
12.2 Das Spektrum	18
13 Verschiedene Absorber und ihre Wirkung	19
13.1 ^{57}Co mit Plexiglasabsorber	19
13.2 ^{57}Co mit Aluminiumabsorber	20
14 Der Mössbauer-Effekt	21
14.1 Absorption mit Edelstahl	22
14.2 Absorption mit Eisensulfat	22
14.3 Absorption mit natürlichem Eisen	23
15 Fehlerbetrachtung	24
Literaturverzeichnis	24
Anlagen ab Seite	24

Teil I

Theorie

1 Streuexperimente

Streuexperimente sind das wichtigste Werkzeug, um den Geheimnissen der Atomphysik auf die Schliche zu kommen. Rutherford untersuchte 1911 als erster eine dünne Goldfolie mit α -Strahlen. Bei diesem Experiment stellt man zunächst fest, dass die meisten der α -Teilchen die Goldfolie ungehindert durchdringen, nur wenige Teilchen werden gestreut. Selten kommt es sogar vor, dass ein einfallendes Teilchen von der Folie komplett zurückgeworfen wird. Also ist Materie auf atomarer Ebene nicht gleichmäßig verteilt, sondern in Kernen zusammengeklumpt. Diese Kerne sind nicht punktförmig, sondern haben eine endliche Ausdehnung.

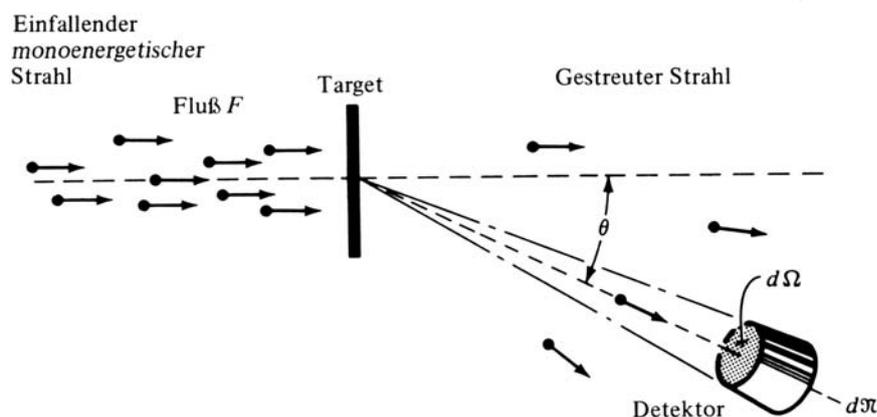


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Streuexperiments, aus [1]. Teilchen fallen auf ein Target und werden dort zum Teil abgelenkt.

Um für diese Kernausdehnung eine Abschätzung zu erhalten, betrachten wir das Experiment anhand Abbildung 1. Ein Fluß F von monoenergetischen Teilchen fällt auf das Target. F ist dabei definiert als die Anzahl von Teilchen, die pro Zeiteinheit eine Flächeneinheit des Targets durchqueren. Enthält der Strahl n_{rein} Teilchen pro Volumeneinheit, die sich mit der Geschwindigkeit v bewegen, so ist der Fluß $F = n_{rein}v$.

Die meisten Teilchen durchdringen die Folie ungehindert. Nur einige Teilchen $n_{gestreut}$ werden elastisch gestreut und mit einem Detektor nachgewiesen. Dieser Detektor befindet sich unter einem Winkel θ zur Einfallsrichtung und sammelt alle dn Teilchen, die von den N unabhängigen Streuzentren in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreut werden. Es gilt dabei die Beziehung

$$dn = \sigma(\Omega)FNd\Omega. \quad (1)$$

Die Proportionalitätskonstante $\sigma(\Omega)$ heißt *differentieller Wirkungsquerschnitt*. Den *totalen Wirkungsquerschnitt* erhält man durch Integration über den gesam-

ten Raumwinkel:

$$\sigma_{\text{total}} = \int \sigma(\Omega) d\Omega \quad (2)$$

Die Gesamtzahl n_{gestreut} der pro Zeiteinheit gestreuten Teilchen ist dann

$$n_{\text{gestreut}} = FN\sigma_{\text{total}}. \quad (3)$$

Wirkungsquerschnitte haben die Dimension einer Fläche. Üblicherweise werden sie in der Einheit Barn angegeben, wobei $1b = 10^{-28}m^2 = 100fm^2$ ist.

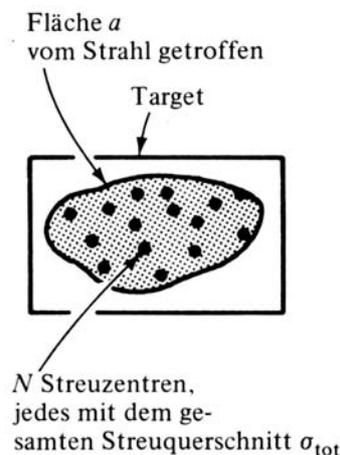


Abbildung 2: Das Target mit seinen Streuzentren, aus [1]. Die Sicht folgt dem einfallenden Teilchenstrahl, zeigt also das Target, wie es von den anfliegenden Teilchen gesehen wird.

Der Strahl einfallender Teilchen trifft auf eine Fläche a des Targets (gepunktete Fläche in Abbildung 2). In dieser Fläche a liegen die N Streuzentren, von denen jedem der totale Wirkungsquerschnitt σ_{total} zugeordnet werden kann. Der Bruchteil der gestreuten Teilchen von den einfallenden Teilchen ist dann gerade gleich dem effektiven Teil der Targetfläche, der von Streuzentren belegt wird:

$$\frac{n_{\text{gestreut}}}{n_{\text{rein}}} = \frac{N\sigma_{\text{total}}}{a} \quad (4)$$

Anders formuliert: $N\sigma_{\text{total}}$ ist die Gesamtfläche aller Streuzentren. Damit ist der totale Wirkungsquerschnitt σ_{total} die effektive Fläche eines Streuzentrums, also der wirkende Querschnitt. Sie hängt neben der Art der streuenden Teilchen ab und über die vorhandenen Wechselwirkungen auch von den einfallenden Teilchen und deren Energie.

2 Massenspektrometer

Das andere wichtige Experiment, um Informationen über den atomaren Bereich zu erhalten, ist das *Massenspektrometer*, siehe Abbildung 3.

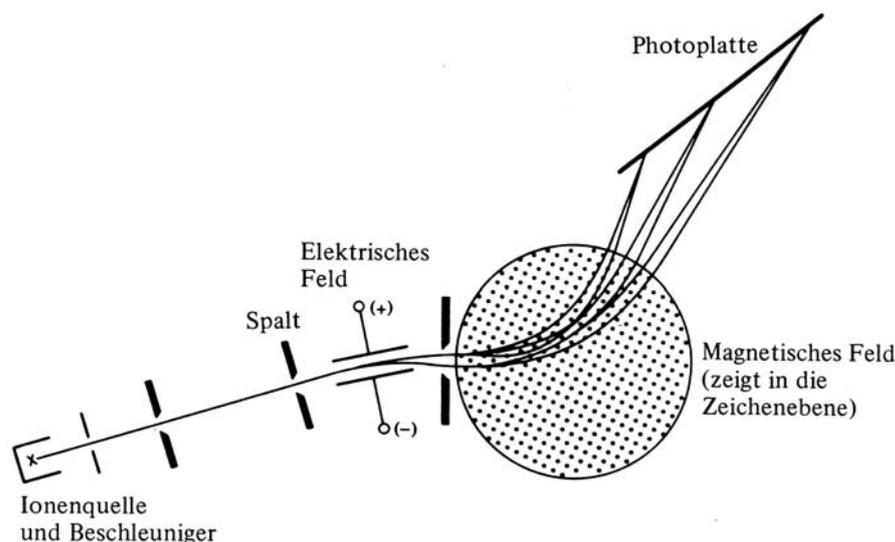


Abbildung 3: Schema eines Massenspektrometers nach F. W. Aston, aus [1]. Ionen werden beschleunigt, um dann durch ein elektrisches und ein magnetisches Feld sortiert werden zu können.

Wegen der relativistischen Beziehung

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (5)$$

$$= (\gamma m v)^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (6)$$

kann die Masse eines Teilchens bestimmt werden, wenn seine Geschwindigkeit und seine Energie bekannt sind. Im *Astonschen Massenspektrometer* wird die zu untersuchende Materie zunächst ionisiert, um dann einen Beschleuniger zu durchlaufen. Ein elektrisches Feld und ein magnetisches Feld liefern zwei Einschränkungen an die Beziehung 6, so dass die Masse der Teilchen bestimmt werden kann.

3 Kernmodelle

Mit solcherlei (und anderen) Experimenten lassen sich Informationen über die Struktur der Materie auf atomarer und subatomarer Ebene gewinnen. Rutherfords Streuexperimente mit α -Teilchen reichten aus, um atomare Strukturen aufzulösen. Heute ist es mit großen Teilchenbeschleunigern möglich, Elektronen extrem schnell ($> 0,999c$) zu beschleunigen. Damit wird ihre deBroglie-Wellenlänge so klein, dass selbst Strukturen innerhalb eines Protons aufgelöst werden können. Mit der Zeit ergibt sich dann aus diesem Puzzlespiel das gesamte Mosaikbild der Elementarteilchenphysik.

3.1 Das Fermi-Gas-Modell

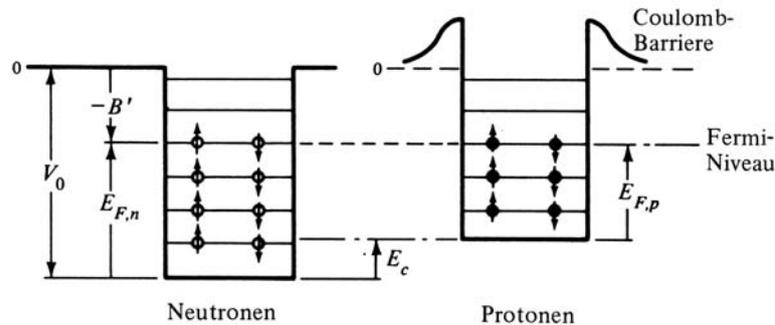


Abbildung 4: Das Kastenpotential für Neutronen und Protonen nach dem Fermi-Gas-Modell, aus [1] Das Potential der Protonen ist um die Coulomb-Energie E_C gegenüber dem Potential der elektrisch neutralen Neutronen angehoben.

Für ein einfaches Modell schaut man beim Festkörper ab und nimmt an, dass der Kern ein Fermi-Gas der Nukleonen ist. Die Temperatur wird als so niedrig angenommen, dass das Fermi-Gas entartet ist. Weiter kann man das Wechselwirkungspotential der Nukleonen als Kastenpotential nähern. Trägt man die Energien der Neutronen und Protonen wie in Abbildung 4 auf, sind zwei wesentliche Unterschiede zu bemerken: Wegen der Coulomb-Wechselwirkung der Protonen ist ihr Potential höher und besitzt nach außen hin eine Coulomb-Barriere. Als Konsequenz folgt unter anderem die Vorhersage, dass Kerne mehr Neutronen als Protonen besitzen.

3.2 Das Tröpfchenmodell

Aus Streuexperimenten und Massenanalysen kommt man zu dem Ergebnis, dass das Volumen der Kerne annähernd proportional zur Zahl A der Nukleonen ist: Die Dichte der Kerne ist annähernd konstant. Da dies bei Flüssigkeiten ebenfalls der Fall ist, kann man für ein besseres Kernmodell von dort abschauen und kommt zum *Tröpfchenmodell*, nach Weizsäcker (1935) und Bohr (1936).

Die Gesamtbindungsenergie des Kerns wird im Tröpfchenmodell als Summe verschiedener Beiträge berechnet:

$$E_{\text{Bindung}} = \sum_i E_i \quad (7)$$

Diese Beiträge haben für einen Kern mit A Nukleonen alle die Form cA^q und sind im einzelnen:

$E_1 = +aA$: Dies ist die Kondensationsenergie des Kerns.

$E_2 = -bA^{2/3}$ ist der Term, der wie beim Tröpfchen die Oberflächenenergie berücksichtigt.

$E_3 = -cZ^2A^{-1/3}$: Dieser Term ist der Coulombterm. Er beschreibt die Abstößung der Protonen. Eigentlich ist $E_2 = -cZ(Z-1)r^{-1}$, aber es ist $r \approx A^{1/3}$ und für große Z ist $Z(Z-1) \approx Z^2$.

$E_4 = -d(N - Z)^2 A^{-1}$ ist ein Term, der berücksichtigt, dass die Bindungsenergie auch vom Neutronenüberschuß (N-Z) abhängt. Leichte stabile Kerne sind daher bei $Z=N$ zu finden, schwere Kerne sind für $Z > N$ besonders stabil.

$E_5 = \Delta_E$: Hier wird berücksichtigt, dass gepaarte Nukleonen der selben Sorte stets eine hohe Bindung bewirken. Δ_E ist +1 für gg-Kerne, 0 für ug- oder gu-Kerne und -1 für uu-Kerne.

3.3 Das Schalenmodell

Das Fermigas- und das Tröpfchenmodell beschreiben den Atomkern nur recht grob. Kerne sind besonders stabil, wenn die Zahl Z der Protonen oder die Zahl N der Neutronen eine sogenannte *magische* Zahl (2, 8, 20, 28, 50, ...) ist. Dieses Phänomen wird durch das Schalenmodell erklärt, bei dem von den Elektronenschalen des Periodensystems der Elemente abgeschaut wird. Man geht also davon aus, dass die Nukleonen Schalen auffüllen, und die magischen Zahlen den Schalenabschlüssen entsprechen. Kerne mit abgeschlossenen Schalen sind dann wie die Halogene besonders stabil.

4 Erhaltungssätze und Wechselwirkungen

Bei allen (kernphysikalischen) Reaktionen gelten Energie- und Impulserhaltung sowie die Drehimpulserhaltung. Die elektrische Ladung bleibt erhalten, die Zahl der Baryonen und die Zahl der Leptonen auch. Der Gesamtspin und der Isospin bleiben ebenfalls erhalten. Bei den Quarks bleibt schließlich die Strangeness ebenfalls erhalten.

Das CPT-Theorem besagt, dass die kombinierte Operation von Ladungskonjugation (C), Paritätsumkehr (P) und Zeitumkehr (T) eine Symmetrie jeder Wechselwirkung ist. Aus der Gesamtheit aller drei Operationen definiert sich damit eine Erhaltungsgröße.

Das Standardmodell kann alle beobachteten Phänomene mit nur vier elementaren Wechselwirkungen beschreiben. Im einzelnen sind dies

Elektromagnetische Wechselwirkung: Sie wirkt auf alle elektrisch geladenen Teilchen und folgt einem r^{-1} -Potential. Sie ist damit eine langreichweitige Kraft. Das Feld wird durch Photonen, den Quanten dieser Wechselwirkung, erzeugt.

Schwache Wechselwirkung: Sie wirkt zwischen Leptonen und Hadronen. Feldquanten sind das W^- , Z^0 - und das W^+ -Boson. Die schwache Wechselwirkung ist für β -Zerfälle verantwortlich.

Starke Wechselwirkung: Sie wirkt zwischen Quarks und folgt einem Yukawa-Potential wie $e^{-kr} r^{-1}$. Feldquant dieser Wechselwirkung ist das Gluon.

Gravitative Wechselwirkung: Sie wirkt zwischen allen Teilchen und folgt einem r^{-1} -Potential. Das Quant dieser Wechselwirkung wurde noch nie beobachtet und hat doch schon einen Namen; man nennt es das Graviton.

5 Elementarteilchen

Wir wollen im Folgenden einen kurzen Überblick über das Standardmodell der Elementarteilchenphysik geben. Zunächst lassen sich alle Teilchen in *Fermionen* und *Bosonen* unterteilen:

Fermionen besitzen halbzahligen Spin ($1/2, 3/2, \dots$), gehorchen der Fermi-Dirac-Statistik und unterliegen dem Pauli-Ausschließungsprinzip.

Bosonen dagegen besitzen ganzzahligen Spin ($0, 1, 2, \dots$) und unterliegen der Bose-Einstein-Statistik. Ein Ausschließungsprinzip gilt für sie nicht, mehrere Bosonen können gleichzeitig den selben Quantenzustand einnehmen.

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik geht man davon aus, dass alle Materie aus 12 verschiedenen Fermionen und deren Antiteilchen aufgebaut ist. Diese 12 Fermionen lassen sich aufteilen in 6 *Quarks* und 6 *Leptonen*.

Die 6 Leptonen heißen Elektron (Kurzzeichen e^-), Myon (μ) und Tauon (τ) sowie Elektron-Neutrino (ν_e), Myon-Neutrino (ν_μ) und Tauon-Neutrino (ν_τ). Kein Experiment konnte bisher einem Lepton eine Ausdehnung zuordnen, so dass sie als punktförmige Diraceteilchen behandelt werden können. Leptonen können als freie Teilchen beobachtet werden.

Anders die Quarks: Sie unterliegen der starken Wechselwirkung und sind noch nie als freie Teilchen beobachtet worden. Die 6 Quarks heißen Up-Quark, Down-Quark, Strange-Quark, Charme-Quark, Bottom-Quark und Top-Quark.

Zwei oder drei Quarks zusammengenommen bilden die sogenannten *Hadronen*, die sich wiederum unterteilen lassen: Kommt ein Quark mit seinem Antiteilchen zusammen, so entsteht ein Hadron mit ganzzahligem Spin, auch *Meson* genannt. Kommen drei Quarks zusammen, so bildet sich ein Hadron mit halbzahligem Spin, auch *Baryon* genannt. Beispiele für Baryonen sind das Proton (Zwei Up- und ein Down-Quark) und das Neutron (Ein Up- und zwei Down-Quarks).

Mit diesen Teilchen läßt sich bereits einiges an Physik betreiben, die wichtigsten Reaktionen lassen sich mit ihnen erklären.

Da Elektronen, Protonen und Neutronen für unseren Versuch besonders wichtig sind, stellen wir deren Eigenschaften kurz in einer Tabelle auf. Dabei ist $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ das Bohrsche Magneton und $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p}$ das Kernmagneton. e ist dabei die Elementarladung.

Teilchen	Elektron	Proton	Neutron
Ruhemasse	0,5 MeV	938 MeV	939 MeV
Ladung	$- e $	$+ e $	0
Spin	$1/2$	$1/2$	$1/2$
magn. Mom.	$1 \mu_B$	$2,8 \mu_K$	$-1,9 \mu_K$
Elektromagnetische Kraft	ja	ja	nein
Schwache Wechselwirkung	ja (β -Zerfall)	ja	ja
Starke Wechselwirkung	nein (Lepton)	ja (Hadron)	ja (Hadron)
Gravitation	ja	ja	ja

6 Photonen und Materie

Photonen wechselwirken mit Materie hauptsächlich durch die drei Reaktionen Comptoneffekt, Photoeffekt und Paarbildung.

6.1 Der Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt wird das einfallende Photon an einem Elektron des Targetatoms elastisch gestreut. Natürlich gelten relativistischer Energie- und Impulssatz:

$$\hbar\omega_{vorher} = \hbar\omega_{nacher} + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_{Elektron}c^2 \quad (8)$$

$$\hbar\vec{k}_{vorher} = \hbar\vec{k}_{nacher} + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m_{Elektron}\vec{v} \quad (9)$$

woraus sich nach durch Umformen und unter Berücksichtigung der Geometrie die Compton-Streufmel ergibt:

$$\Delta\omega = \frac{\hbar(\omega_{vorher} - \omega_{nacher})}{m_{Elektron}c^2} (1 - \cos\varphi) \quad (10)$$

6.2 Der Photoeffekt

Beim Photoeffekt schlägt das Photon ein Elektron aus seiner Schale und wird dabei absorbiert. Das Elektron bekommt dabei die Energie des Photons übertragen. Wird das Elektron vom Atomkern gelöst, so gilt die Energieerhaltung

$$\hbar\omega = E_{(e^-)} + E_{Bindung} \quad (11)$$

da die Bindungsenergie des Elektrons überwunden werden muß. Der Photoeffekt ist der wesentliche Effekt bei niedrigen Energien, typischerweise unterhalb einigen 100keV. Der Photoeffekt ist besonders stark ausgeprägt, wenn die Energie des Photons gerade passt, um ein Elektron in einen angeregten Zustand zu versetzen.

6.3 Paarbildung

Bei der Paarbildung zerfällt ein Elektron im Targetkern in ein Elektron und ein Positron. Da sowohl Energie- als auch Impulserhaltung gewährleistet sein müssen, kann diese Reaktion nicht im freien Raum stattfinden. Ein Targetkern muss als weiterer Reaktionspartner zur Verfügung stehen, um über die Coulomb-Wechselwirkung den Rückstoßimpuls aufnehmen zu können. Um ein Elektron-Positron-Paar bilden zu können, müssen die Photonen mindestens eine Energie von $2m_e c^2 \approx 1MeV$ besitzen. Bei hohen Photonenenergien überwiegt die Paarbildung die beiden anderen Effekte.

6.4 Absorptionskoeffizienten

Die drei soeben erläuterten Reaktionen sind stark Energieabhängig. Bei niedrigen Energien überwiegt der Photoeffekt, während bei hohen Energien die Paarerzeugung dominiert. Beide Effekte vernichten jedoch das Photon, so dass der aus Materie austretende Photonenstrahl eine exponentielle Abhängigkeit $N = N(d)$ von der Targetdicke d aufweist. Mit

$$N(d) = N(0)e^{-\mu d} \quad (12)$$

definiert man den *Absorptionskoeffizienten* μ , der sich aus den Komponenten $\mu = \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Paarbildung}}$ zusammensetzt. Der Gesamtabsorptionskoeffizient μ ist in Abbildung 5 exemplarisch für Aluminium und Blei gezeichnet.

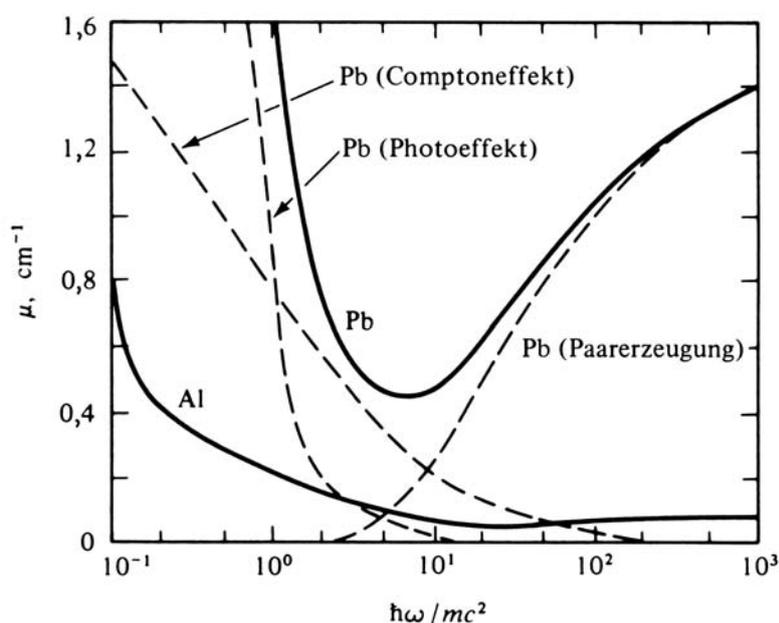


Abbildung 5: Der Gesamtabsorptionskoeffizient μ für γ -Strahlen beim Durchgang durch Blei und Aluminium in Abhängigkeit von der Photonenenergie, aus [1]

7 Die Poisson-Verteilung

Aus der Statistik stammt die Aussage, dass im Grenzfall seltener Ereignisse die Binomialverteilung in die Poisson-Verteilung

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (13)$$

übergeht. Im Vergleich zur Gauss-Glockenkurve hat die Poissonverteilung einen deutlich ausgeprägteren Randbereich. Abbildung 6 zeigt beispielhaft einen Plot der beiden Kurven.

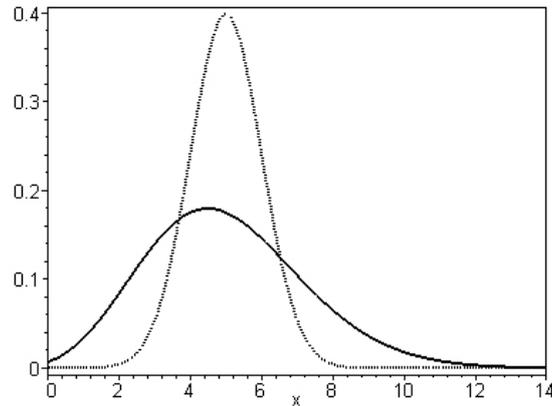


Abbildung 6: Gemeinsame Auftragung der Poisson-Kurve (durchgezogen) mit einer Gauss-Kurve (gestrichelt). Beide Kurven sind auf 1 normiert. Die Poissonverteilung wurde auf eine kontinuierliche Form erweitert. Man sieht leicht, dass die Poissonverteilung nicht symmetrisch ist. Daher fällt auch ihr Maximum nicht mit dem Erwartungswert zusammen.

8 Der Mössbauereffekt

Wir betrachten zunächst ein freies Atom. Wenn dessen Kern vom angeregten Zustand $|a\rangle$ in den Grundzustand $|g\rangle$ übergeht, muß die freiwerdende Energiedifferenz $E_a - E_g = \hbar\omega_0$ abgegeben werden. Sie kann direkt durch ein γ -Quant der Energie $\hbar\omega_0$ abgestrahlt werden, oder die Energie wird direkt auf ein Hüllenelektron übertragen. Letzteren Prozeß nennt man auch *internal conversion*.

Die mittlere Lebensdauer eines angeregten Kernzustandes ist natürlich endlich und hat eine mittlere Lebensdauer τ . Damit ist nach Heisenberg mit dem Übergang eine Energieunschärfe $\Gamma \geq \hbar/\tau$ verbunden. Die abgestrahlte γ -Energie ist also nicht genau monochromatisch, sondern um den Mittelwert ω_0 herum verschmiert. Die Intensität folgt der Lorentz-Verteilung

$$I(\omega) \propto \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (14)$$

mit der *natürlichen Linienbreite* Γ . Diese natürliche Linienbreite kann nicht unterschritten werden. Sie ist aber auch sehr klein: Beim Isotop ^{57}Fe liegt der erste angeregte Zustand $|a\rangle$ 14,4keV über $|g\rangle$, es ist also $\hbar\omega_0 = 14,4\text{keV}$. Die Halbwertszeit beträgt $\tau = 10^{-7}\text{s}$. Damit ist die relative Energieunschärfe der γ -Quanten nur $\Gamma/(\hbar\omega_0) \approx 10^{-13}$.

8.1 Emission vom freien Atom

Emitiert ein freies Atom ein γ -Quant, so zeigt das Spektrum nicht die natürliche Linienbreite. Stattdessen ist die Emissionslinie verschoben und verbreitert. Wir wollen dieses Phänomen verstehen: Im seinem angeregten Zustand $|a\rangle$ hat ein thermisch angeregtes Atom die Energie

$$E_{\text{vorher}} = E_a + \frac{\vec{p}^2}{2M}. \quad (15)$$

Wird ein γ -Quant mit Impuls $\hbar\vec{k}$ emittiert, geht das Atom in seinen Grundzustand $|g\rangle$ über. Dabei gilt natürlich der Impulserhaltungssatz, und die Atomenergie verringert sich auf

$$E_{\text{nacher}} = E_g + \frac{(\vec{p} - \hbar\vec{k})^2}{2M}. \quad (16)$$

Die Energiedifferenz entspricht der Energie des ausgesandten Quants, und es gilt der Energieerhaltungssatz:

$$\hbar\omega = E_{\text{vorher}} - E_{\text{nacher}} \quad (17)$$

$$= E_a - E_g + \frac{\vec{p}^2}{2M} + \frac{(\vec{p} - \hbar\vec{k})^2}{2M} \quad (18)$$

$$= \omega_0 + \frac{\hbar}{M}\vec{p} \cdot \vec{k} - \frac{\hbar^2}{2M}\vec{k}^2. \quad (19)$$

Wir haben also zusätzlich zum vorherigen einfachsten Modell zwei Beiträge zur Energie des γ -Quants. Der letzte Term heißt *Rückstoßeffect*. Der zweite Term ist die *Dopplerverschiebung*. Sie ist von der Geschwindigkeit des Atoms abhängig, oder ganz allgemein, von der Relativbewegung der beteiligten Reaktionspartner. Wir werden den Dopplereffekt an entscheidender Stelle im Versuch verwenden.

Wir geben für diese beiden Beiträge wiederum Näherungswerte an. Für die $14,4\text{keV}$ -Linie des ^{57}Fe beträgt der Energieverlust durch den Rückstoßeffect rund 10^{-3}eV , und der Dopplereffekt ist etwa von der selben Größenordnung oder auch etwas kleiner. Die natürliche Linienbreite hingegen beträgt nur etwa 10^{-9}eV . Das Spektrum einer gasförmigen Quelle ist also keineswegs eine scharfe Linie mit der kleinen natürlichen Linienbreite Γ . Stattdessen ist die Verteilung wegen des Beitrages des Dopplerters deutlich verschmiert, und wegen des Beitrages des Rückstoßterms zu kleineren Frequenzen hin verschoben.

8.2 Emission vom Kristall

Mössbauer erkannte, dass diese Effekte im Kristall unterdrückt werden können. Im Gegensatz zum Atom besitzt ein Kristall innere Freiheitsgrade, nämlich Schwingungsmoden n_s der Atome an ihren Kristallplätzen. Entsprechend der Quantenmechanik gebundener Zustände sind diese Zustände diskret. Diese Schwingungszustände $|n_s\rangle$ der Atome haben die Energien $E_s = \hbar\Omega_s(n_s + 1/2)$.

Nun sind im makroskopischen Kristall viele Energieniveaus vorhanden. Ihre Summe ist die innere Kristallenergie

$$E_{\text{innen}} = \sum_{s=1}^{3N} \Omega_s(n_s + 1/2). \quad (20)$$

Die Energiedifferenz zweier benachbarten Schwingungsmoden Ω_s und Ω_t ist selbst im Vergleich zur natürlichen Linienbreite Γ sehr gering, so dass das Spektrum dieser inneren Kristallenergien als quasikontinuierlich angesehen werden kann.

Wird nun ein γ -Quant von einem Kristall emittiert, so können auch diese inneren Freiheitsgrade angeregt werden. Die jeweilige Anregungsenergie fehlt dann dem

ausgesandten Quant. Es ist daher

$$\hbar\omega = \omega_0 + \frac{\hbar}{M}\vec{p}\cdot\vec{k} - \frac{\hbar^2}{2M}\vec{k}^2 - \Delta E_{innen} \quad (21)$$

Im makroskopischen Kristall ist M praktisch unendlich, so dass Dopplereffekt und Rückstoßterm in sehr guter Näherung vernachlässigt werden können. Wir erhalten daher mit Gleichung 20

$$\hbar\omega = \omega_0 - \sum_{s=1}^{3N} \Omega_s (n_t - n_s). \quad (22)$$

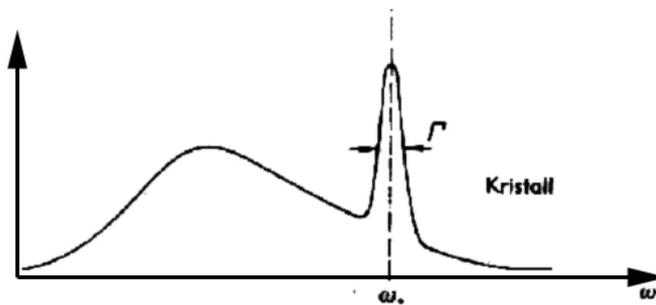


Abbildung 7: Das schematische Emissionsspektrum eines Kristalls mit der Mössbauerlinie. Diese hebt sich hier deutlich vom quasikontinuierlichen Untergrund ab und besitzt lediglich die natürliche Linienbreite Γ .

Bei niedrigen Temperaturen sind vor allem die niedrigen Anregungszustände im Kristall besetzt. Es ist daher wahrscheinlicher, dass beim Absorptionsprozess ein innerer Freiheitsgrad angeregt wird, als dass das Quant einen zusätzlichen Energiebetrag mitbekommt. Daher ist (zumindest bei nur mäßig hohen Temperaturen) das Spektrum der emittierten γ -Quanten nicht symmetrisch um ω_0 , sondern zu kleineren Energien hin verschoben.

8.3 Der Debye-Waller-Faktor

Der Debye-Waller-Faktor $f_A(T)$ ist das Verhältnis von rückstoßfrei emittierten γ -Quanten zu allen γ -Emissionen. Wegen der Nullpunktenergie kann $f_A(T)$ nicht null werden, und andererseits kann der Faktor wegen der natürlichen Linienbreite den Wert 1 nicht erreichen. Der Debye-Waller-Faktor ist etwa

$$f_A(T) \approx \exp \left[-\frac{3E_r}{2k_B\Theta_D} - \frac{\pi^2 T^2 E_r}{k_B\Theta_D^3} \right] \quad (23)$$

für Temperaturen T unterhalb der Debye-Temperatur Θ_D . Es ist hier abgekürzt $E_r = \frac{E_0^2}{2mc^2}$. Bei dem von uns verwendeten Übergang von ^{57}Fe mit einer Energie von 14,4keV ist der Debye-Waller-Faktor bei Zimmertemperatur $f_A(T) = 0,91$, also recht hoch. Wir erwarten damit eine stark überhöhte Mössbauerlinie, die sich vom kontinuierlichen Untergrundspektrum deutlich abheben sollte.

Teil II

Überblick über das Experiment

Wir verwenden im Experiment unter anderem eine ^{57}Co -Quelle. ^{57}Co wandelt sich mit einer Halbwertszeit von 270 Tagen durch K-Einfang in einen hoch angeregten Zustand $|h\rangle$ des ^{57}Fe . Dieser angeregte Kern geht unter Emission von γ -Quanten mit einer Energie von 123 keV in den angeregten Zustand $|a\rangle$ über. Von dort geht der Kern unter Emission von 14,4 keV Quanten in seinen Grundzustand $|g\rangle$ über. Dieser letzte Schritt erfolgt in 90% der Fälle durch K-Einfang, nur 10% der Übergänge emittieren ein γ -Quant. Zum Nachweis der Mössbauerlinie verwenden wir das Prinzip der Resonanzabsorption. Dazu verwenden wir einen Absorber mit dem gleichen Isotop. Damit passen die Energien der emittierten Quanten exakt auf den Absorber, dieser wird mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit angeregt. Der angeregte Absorberkern geht wiederum durch innere Umwandlung oder erneute Emission eines γ -Quants in seinen Grundzustand zurück.

Die Quelle ist mit einem Antrieb verfahrbar. Der Einfachheit halber ist dieser Geschwindigkeitsvektor parallel zur Verbindungssachse zwischen Quelle und Absorber. Durch dieses Verfahren werden die von der Quelle emittierten Quanten dopplerverschoben, eine Resonanzabsorption findet nicht mehr statt. Ist die Geschwindigkeit dagegen null, so ist die Resonanzabsorption maximal. Wir messen mit einem Szintillationszähler diejenigen Quanten, die nicht absorbiert werden und daher den Absorber durchdringen. Ist die Resonanzabsorption maximal, so messen wir ein Minimum in dem Gammaspektrum.

Neben dem Dopplereffekt beeinflussen noch einige andere Effekte das Spektrum. Im Versuch begegnen wir auch noch den folgenden Effekten.

Magnetische Hyperfeinstrukturaufspaltung: Besitzt der Kern ein magnetisches Dipolmoment und liegt ein äußeres Magnetfeld an, so spalten sich Grund- und Anregungszustand des Kerns auf. Dadurch entstehen dann mehrere Mössbauerlinien. Das Kerndipolmoment tritt auf, wenn eine ungerade Anzahl an Nukleonen (mit Spin $1/2$) im Isotop eingebaut sind. Das Magnetfeld kann extern sein, oder es wird von den Schalelektronen, Leitungselektronen oder benachbarten Kernen erzeugt.

Elektrische Quadrupolaufspaltung: Besitzt der Kern ein elektrisches Quadrupolmoment und liegt ein äußeres inhomogenes elektrisches Feld an, so spaltet sich die Mössbauerlinie wiederum auf. Ein so stark inhomogenes elektrisches Feld kann durch die Elektronen der Nachbaratome am Kernort erzeugt werden.

Isomerieverschiebung: Das Kernpotential wird von der Ladungsverteilung im Kern bestimmt. Geht ein Kern in seinen angeregten Zustand über, so verschiebt sich diese Ladungsverteilung. Es ändert sich auch das Kernpotential und damit die potentielle Energie der Elektronen. Damit wird die Energie der emittierten γ -Quanten verschoben, man spricht von Isomerieverschiebung.

Quadratischer (relativistischer) Dopplereffekt: Dies ist schlicht die relativistische Korrektur zum sonst nichtklassisch berechneten Dopplereffekt.

Teil III

Versuchsauswertung

9 Linearität der Karte

Wir wollen unsere Messgeräte zuerst prüfen, in dem wir eine Rechtecksspannung anlegen welche gleichmäßig erhöht wird. Dann können wir den Nullpunkt der Energie feststellen, in dem wir zu jeder Spannung einen Kanal zuordnen, der die maximalen Zählrate liefert. Nach einigen Messungen können wir ein Kanal-Spannung-Diagramm darstellen. Man erkennt im **Anhang A** einen linearen Verlauf. Durch die lineare Regression können wir den Offset der Messkarte bestimmen. Aus diesem Offset ist ersichtlich, dass der Nullpunkt der Energie beim Kanal -18 liegen würde.

Die Linearität der verwendeten Karte ist sehr gut: Das Bestimmtheitsmaß beträgt $R^2 = 0,9999 \approx R$. Dabei ist R der *Pearsonsche Korrelationskoeffizient*. Er liegt zwischen $-1 \leq R \leq +1$ und ist $R = +1$ für die perfekte lineare Abhängigkeit. Wir können daher sehr beruhigt mit der Linearität unserer Karte rechnen.

10 Totzeit

Wegen des geometrischen Aufbaus der Messapparatur kann nicht jedes Ereignis der Quelle detektiert werden. Schon wegen der Betrachtung eines bestimmten Raumwinkels gehen viele Ereignisse verloren. Dies kann aber mit folgender Formel berücksichtigt werden:

$$\dot{n}_w = \dot{n}_0 \frac{A}{4\pi r^2}. \quad (24)$$

Dabei ist \dot{n}_w die Zählrate im betrachteten Raumwinkel, \dot{n}_0 ist die gesamte Zählrate im vollen Raumwinkel 4π , A ist die Detektorfläche und r der Abstand der Quelle vom Detektor. Ein relativ großes Problem bei der Messung stellt die Totzeit τ dar. Die Totzeit ist die Zeitdifferenz zwischen zwei unterscheidbaren Ereignissen. Für diesen Effekt ist unter anderem die Reaktionszeit der Messapparatur verantwortlich, die eine bestimmte Zeit braucht, bis das Eingangssignal über die Dynoden-Kaskade verstärkt und schließlich ausgegeben wird. Die Zählrate der verloren gegangenen Ereignisse ist $\tau \dot{n}_m \dot{n}_w$. \dot{n}_m ist die gemessene Zählrate. Insgesamt ist also:

$$\tau \dot{n}_m \dot{n}_w + \dot{n}_m = \dot{n}_w \quad (25)$$

Mit Gleichung 24 folgt:

$$\frac{1}{\dot{n}_m} = \left(\frac{4\pi}{\dot{n}_0 A} \right) r^2 + \tau \quad (26)$$

d.h. die Totzeit ist als Achsenabschnitt der Auftragung $\frac{1}{\dot{n}_m}(r^2)$ abzulesen. Die Zählrate ist dabei definiert als der Bruch Gesamtimpulse pro Zählzeit. Wir bestimmen die Totzeit durch Abstandsvariation.

Wir tragen die Zählrate in **Anhang B** gegen den Abstand auf. Lineare Regression über alle 7 gemessenen Werte ergibt eine Totzeit von $\tau = 0,0001s$ mit einem Bestimmtheitsmaß von $R = 0,9990$.

Die gepunktete Linie zeigt allerdings den ungefähren Verlauf einer linearen Regression, wenn nur die ersten vier Datenpunkte berücksichtigt werden. Deutlich ist zu erkennen, dass bei höheren Abständen die Gesamtzählrate zu hoch (bzw. ihr Inverses zu niedrig) ist. Mögliche Ursache sind Sekundäreffekte von der Bleiwand: Die Strahlen treffen von der Quelle mit zunehmendem Abstand in immer flacheren Winkeln auf, so dass immer mehr Quanten in den Detektor gestreut werden können. Somit sind hier die gemessenen Zählraten systematisch zu hoch.

Wir fitten deshalb in einem zweiten Anlauf eine lineare Regressionsgerade nur an die ersten vier Datenpunkte, siehe ebenfalls **Anhang B**. Daraus bestimmen wir die Totzeit zu $\tau = 0,00006\text{s}$, also rund einen Faktor 2 kleiner. Allerdings beträgt das Bestimmtheitsmass nun nur 0,9973. Uns erscheint es allerdings wichtiger, den systematischen Fehler zuungunsten einer statistischen Unsicherheit zu eliminieren.

11 Versuche mit einer $^{137}\text{Cäsium-Quelle}$

11.1 Energie-Kanal-Zuordnung

Da wir schon festgestellt haben, dass die Energie den verschiedenen Kanälen linear zugeordnet wird, können wir leicht durch zwei ausgezeichnete Punkte im Spektrum des ^{137}Cs den Kanalnummern eine bestimmte Energie zuweisen. Wir verwenden hierzu den Photopeak der Energie 662keV bei Kanal 1800 sowie den Nullpunkt der Energie bei Kanal -18, siehe auch **Anhang C**. Woher die die 662 keV-Energie kommt, kann man in Abschnitt 11.2 und aus Abbildung 8 sehen. Darüber hinaus wird deutlich mit welcher Genauigkeit wir die einzelnen Energien bestimmen. Die Energieauflösung beträgt 364 eV pro Kanal.

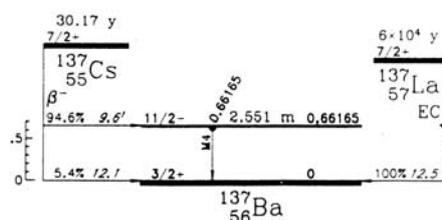
11.2 Das Spektrum

Um spektroskopische Effekte zu sehen, müssen die einzelnen Spektrallinien noch deutlich unterscheidbar sein und dürfen sich nicht zu stark überlagern. Am einfachsten ist es deshalb, eine monochromatische Quelle zu betrachten, wie etwa ^{137}Cs . Trotzdem finden wir im aufgenommenen Spektrum in **Anhang D** verschiedene Linien und Formationen. Im Wesentlichen sehen wir vier Dinge:

662 keV Photopeak: Aufgrund der Umwandlung des ^{137}Cs in ein angeregtes Niveau von ^{137}Ba durch K-Einfang wird vom Barium ein γ -Quant der Energie 662 keV ausgesandt, um ins Grundniveau zu gelangen. Die Emission erfolgt in dieser Energie zu 100%, da keine erlaubten Niveaus dazwischenliegen (vgl. Abb. 8). Der entsprechende Peak liegt im Schaubild aus **Anhang D** auf Kanal 1800.

Rückstreupeak durch Comptoneffekt: Im Szintillator tritt der Comptoneffekt, also die Streuung der γ -Quanten an Elektronenhüllen, auf. Die Energie des Rückstreupeaks zu unserem 662 keV Photopeak bestimmen wir zu 202,8 keV. In den Messdaten finden wir den Peak bei Kanalnummer 539.

Comptonkante: Infolge der Streuung der γ -Quanten werden auch Elektronen beschleunigt, sie nehmen Energie auf. Da der Comptoneffekt von 0° - 180°

Abbildung 8: Zerfallsschema von ^{137}Cs

zunimmt, wird diese Formation im Spektrum Comptonkante genannt. Die Energie beträgt bei uns 481,9 keV, der Kanal ist 1324.

Röntgenpeak durch Blei: Weil auch das uns schützende Blei durch die Strahlung angeregt wurde, sehen wir eine entsprechende Bleilinie. Die Energie beträgt 90,7 keV und beruht auf einem K-Einfang im Blei. Die entsprechende Energie liegt bei Kanal 231.

Die gemessenen Werte können auch theoretisch mit der Compton-Formel berechnet werden. Es gilt dabei für den maximalen Energieübertrag vom γ -Quant auf das Elektron bei Rückstreuung um π

$$\begin{aligned} E_{kin,e^-} &= \frac{E_\gamma^2}{m_{e^-}c^2} \cdot \frac{1 - \cos \pi}{1 + \frac{E_\gamma}{m_{e^-}c^2}(1 - \cos \pi)} \\ &= \frac{2E_\gamma^2}{m_{e^-}c^2 + 2E_\gamma} \end{aligned} \quad (27)$$

Für die γ -Quanten gilt dann

$$E_{Rueck,\gamma} = \frac{E_\gamma m_{(e^-)}c^2}{m_{(e^-)}c^2 + 2E_\gamma} \quad (28)$$

und für Comptonkante gilt

$$E_{Compton} = E_{Photopeak} - E_{Rueck,\gamma} \quad (29)$$

Zur besseren Übersicht noch die Zusammenfassung in Tabelle 1 zum Vergleich mit den durch die Comptonformel berechneten Energiewerten (mit $m_{(e^-)}c^2 = 511$ keV). Die Werte aus der Comptonformel weichen von den von uns gemessenen Werten nur um 10% bzw. 1% ab.

Art	gemessene Energie	Kanal	Energie aus Comptonformel
Photopeak	662 keV	1800	-
Rückstreupeak	202,80 keV	539	184,35 keV
Comptonkante	481,93 keV	1324	477,65 keV
Röntgenpeak	90,65 keV	231	Literaturwert 75 keV

Tabelle 1: Ergebnisse der Cäsium-Messungen

12 Versuche mit einer ^{57}Co Cobalt-Quelle

12.1 Energie-Kanal-Zuordnung

Auch in diesem Fall nutzen wir wieder die Linearität der Zuordnung, um den einzelnen Kanälen Energien zuzuweisen. Wir verwenden hierzu die beiden Photopeaks bei 122,1 keV und 14,4 keV, siehe **Anhang E**. Ein einziger Kanal umfasst in dieser Auftragung 70 eV. Des weiteren sind wir nun in der Lage, einzelne Energie-Fenster zu wählen und somit die Kanäle nur diesen Energiebereich einzuschränken.

12.2 Das Spektrum

Im Gegensatz zur vorherigen Messung mit Cäsium liegt nun ein Spektrum mit drei Photopeaks vor. Nach einem Einfang eines Elektrons der K-Schale im Kern des ^{57}Co wandelt dieser sich in ^{57}Fe um. Eisen ist dabei im angeregten Zustand, 136,5 keV über dem Grundniveau. Die Energieabgabe erfolgt nun entweder in einem einzigen γ -Quant der Energie 136,5 keV oder unter Emission zweier Quanten von 122,1 keV und 14,4 keV, vergleiche Abbildung 9 sowie **Anhang F**.

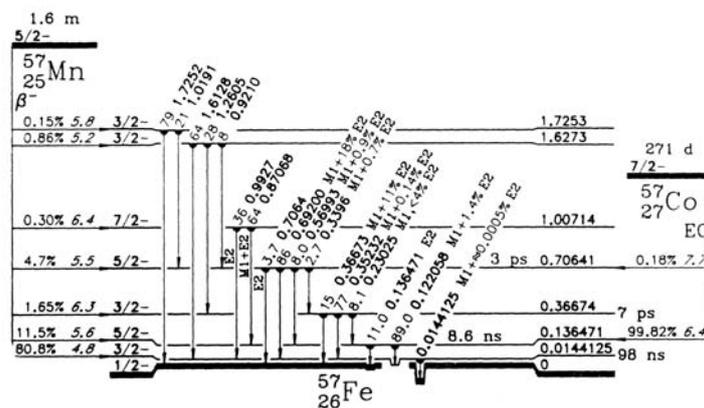


Abbildung 9: Zerfallsschema von ^{57}Co .

Die Vorgänge und Rechnungen verlaufen hier analog zu denen in Abschnitt 11.2.

136,5 keV Photopeak: Aufgrund der Seltenheit dieser Emission und der Energieauflösung in diesem Versuch sehen wir weder diesen Photopeak noch die entsprechende Comptonkante.

122,1 keV Photopeak: Dieser Peak ist im Diagramm deutlich zu erkennen. Aus den Messdaten lesen wir Kanal 1753 für diese 122,1 keV Linie ab.

14,4 keV Photopeak: Auch dieser Peak ist leicht auszumachen, da er sich scharf hervorhebt. Kanal 209 entspricht den 14,4 keV.

Rückstreupeak zum 136,5 keV Peak: Bei diesem Peak erhalten wir ein deutliches Signal. Die Energie beträgt 89,37 keV, die Kanalnummer 1283.

Rückstreupeak zum 122,1 keV Peak: Dieser Peak ist mit dem 136,5 keV Rückstreupeak verschmiert.

Rückstreupeak zum 14,4 keV Peak: Auch dieser Peak geht leider in anderen unter.

Comptonkante zum 122,1 keV Peak: Infolge des Zusammenfallens einiger Linien ist auch diese sehr verschmiert und kann nicht eindeutig ausgemacht werden. Wir vermuten eine Energie von 18,74 keV, entsprechend Kanal 271.

Comptonkante zum 14,4 keV Peak: Nachdem schon der Rückstreupeak nicht zu sehen war ist es nicht verwunderlich, dass auch die zugehörige Comptonkante in den Peaks im unteren Kanalbereich untergeht.

Röntgenpeak: Durch den K-Einfang im Cobalt sowie durch innere Konversion wird Energie freigesetzt. Diese wird in Form von Röntgenstrahlung emittiert. Im Diagramm ist dies Kanal 77, den wir zu 5,20 keV berechnet haben.

Zur Übersicht wiederum die Kurzfassung in Tabelle 2 und der Vergleich mit den berechneten Energiewerten aus der Comptonformel. Von den mit der Comptonformel berechneten Werten konnten wir leider nur einen eindeutig im Diagramm ausmachen, dieser Wert deckt sich aber gut mit dem berechneten.

Art	gemessene Energie	Kanal	Comptonformel Energie
Photopeak I	14,4 keV	209	-
Photopeak II	122,1 keV	11753	-
Photopeak III	136,5 keV	-	-
Rückstreupeak I	-	-	13,63 keV
Rückstreupeak II	-	-	82,61 keV
Rückstreupeak III	89,37 keV	1283	88,97 keV
Comptonkante I	-	-	0,77 keV
Comptonkante II	18,74	271	39,49 keV
Comptonkante III	-	-	47,53 keV
Röntgenpeak	5,20 keV	77	-

Tabelle 2: Ergebnisse der Cobalt-Messungen

13 Verschiedene Absorber und ihre Wirkung

Im Allgemeinen ist der Aufbau immer derselbe. Nachdem wir bei 20cm Abstand zwischen Detektor und Quelle in angemessener Zeit ein annehmbares Signal erhalten, nahmen wir das Cobalt-Spektrum erneut auf. Diesmal allerdings mit Absorbern verschiedener Materialien und Dicken. Die Ergebnisse einer Totzeitkorrektur werden hier nicht angegeben. Unsere Rechnung ergibt, dass sich dieser Effekt nicht merklich auswirkt.

13.1 ^{57}Co mit Plexiglasabsorber

Bei Plexiglas nehmen wir drei Spektren mit den Absorberdicken $d = 0,5\text{cm}$, $d = 1,0\text{cm}$ und $d = 1,5\text{cm}$ auf. Es fällt sofort auf, dass Plexiglas eine hohe

Absorptionswirkung im Bereich der 14,4keV-Linie zeigt. Die Wirkung auf die oberen Kanäle ist ebenfalls zu erkennen, aber nicht so stark ausgeprägt. Siehe dazu **Anhang G** und **Anhang H**.

Den Absorptionskoeffizienten bestimmen wir durch die Steigung der linearen Regression bei einer Auftragung des Logarithmus der gemessenen Zählrate über der Detektordicke:

$$\begin{aligned}\dot{n}(d) &= \dot{n}(0) \exp -\lambda d \quad | \times \ln() \\ \ln \frac{\dot{n}(d)}{\dot{n}(0)} &= -\lambda d \\ \ln \dot{n}(d) &= -\lambda d + \ln \dot{n}(0),\end{aligned}$$

wobei λ der Absorptionskoeffizient ist.

Aus der Auftragung im **Anhang I** entnehmen wir die Steigung der linearen Regression. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Bereich	Absorptionskoeffizient	Literaturwert [4]
14,4keV	0,119 $\frac{1}{mm}$	0,127 $\frac{1}{mm}$
122,1keV	0,001 $\frac{1}{mm}$	0,018 $\frac{1}{mm}$

Tabelle 3: Absorptionskoeffizienten von Plexiglas im Vergleich mit Literaturwerten aus [4].

Wir erhalten bei der 14,4 keV einen Absorptionskoeffizienten, der um 25% schwächer als der Literaturwert ist. Die 122,1 keV-Linie wird kaum absorbiert, der Absorptionskoeffizient beträgt nur etwa 6% des Literaturwertes. Dies könnte in beiden Fällen daran liegen, dass Sekundäreffekte zusätzlich Quanten in den Detektor streuen.

13.2 ^{57}Co mit Aluminiumabsorber

Aluminium lag in den Absorberdicken 5,0mm, 10,0mm und 15,0mm vor. Diesmal verschwindet die 14,4keV-Linie schon beim Einbau des dünnsten Absorbers, siehe **Anhang J** und **Anhang K**. Wir können daher nur sagen, dass der Absorptionskoeffizient des Aluminiums mindestens $1,2mm^{-1}$ beträgt. Bei der 122,1keV-Linie erfolgt die Ermittlung wieder durch lineare Regression in der log-Auftragung aus **Anhang L**. Tabelle 4 fasst die Ergebnisse zusammen.

Bereich	Absorptionskoeffizient	Literaturwert [4]
14,4keV	$> 1,2 \frac{1}{mm}$	2,735 $\frac{1}{mm}$
122,1keV	0,021 $\frac{1}{mm}$	0,045 $\frac{1}{mm}$

Tabelle 4: Absorptionskoeffizient von Aluminium

Bei der 122,1 keV erhalten einen Koeffizienten wir 47% des Literaturwertes.

14 Der Mössbauer-Effekt

Der Aufbau zu diesem Versuchsteil ist dem der Bestimmung der Absorptionskoeffizienten sehr ähnlich. Der Abstand Quelle - Detektor beträgt 51cm . Der Abstand zwischen Quelle und Absorber beträgt $(42,6 \pm 0,1)\text{cm}$. Wesentlich ist, dass nun die Quelle bewegt wird. Dadurch tritt eine geringe Energieverschiebung auf, welche die Effekte Isomerieverschiebung, elektrische Quadrupol- und magnetische Hyperfeinaufspaltung sichtbar macht.

Mit Hilfe eines Computers teilen wir die Energie in 2048 Kanäle auf. Da am Lautsprecherantrieb der Quelle eine Dreiecksspannung anliegt, durchläuft die Geschwindigkeit der Quelle eine Sequenz $[v_{max}, 0, -v_{max}$ und wieder $0]$. Bei v_{max} wird der Kanal durch einen Startimpuls wieder auf 0 gesetzt. v_{max} beträgt bei uns $7,64\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die Diagramme in den **Anhängen P, S und V** zeigen die unverarbeiteten Rohspektren für verschiedene Absorber. Aufgetragen sind die gemessenen Zählraten gegen die Kanäle.

Die Energiezuordnung auf die Kanäle erfolgt durch lineare Zuordnung der Geschwindigkeiten auf die Kanäle. So entspricht Kanal 0 der Geschwindigkeit v_{max} und Kanal 511 der Geschwindigkeit 0. Eine Geschwindigkeitsdifferenz der Quelle entspricht dann einer Energiedifferenz, die wie folgt gegeben ist:

$$\Delta E = \hbar\omega_0 \frac{\Delta v}{c}$$

Die Nulllinie, also die Energie $14,4\text{keV}$, liegt auf Kanal 511 in den Diagrammen der **Anhänge P, S und V**.

Um die Statistik zu verbessern, kombinieren wir die Rohspektren. Die eine Hälfte der Daten bei niedrigen Kanälen wird am Kanal 1047 auf die andere Hälfte bei hohen Kanälen umgeklappt. Damit landen die Daten für gleiche Geschwindigkeiten auf der selben Position und können addiert werden.

Zuvor geben wir noch einen recht hübschen Zwischenschritt in den **Anhängen Q, T und W** an. Um zu sehen ob bzw. wie ausgezeichnet die beiden Hälften des Spektrums zusammen passen, werden sie in einem gemeinsamen Diagramm aufgetragen. Eine Hälfte ist dabei bereits gespiegelt. Nur zur besseren Veranschaulichung sind die beiden Hälften vertikal gegeneinander verschoben. Die Zählraten sind daher in zwei Farben aufgetragen, wobei für den jeweiligen Datensatz die Ordinate in der jeweiligen Farbe gültig ist.

Nachdem wir uns davon überzeugt haben, dass die Datensätze gut zueinander passen, addieren wir sie zusammen und erhalten die zur Auswertung verwendeten **Anhänge R, U und X**. Sie zeigen etwa die doppelten Zählraten und haben daher ein viel besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis.

In den **Anhängen Q, R, T, U, W und X** entspricht die Nulllinie auch der Geschwindigkeit null. Eine Isomerieverschiebung liegt vor, wenn die Mitte des Peaks von diesem Kanal abweicht. Alle Auswertungen sind in **Anhang O** zusammengefasst.

14.1 Absorption mit Edelstahl

Zunächst betrachten wir Edelstahl in den **Anhängen O bis R**. Die Isomerieverschiebung beträgt

$$\Delta v_{Iso} = 0,224 \frac{mm}{s}$$

entsprechend

$$\Delta E_{Iso} = 1,075 \times 10^{-11} keV$$

Die Halbwertsbreite der Linie bestimmen wir zu (siehe: **Anhang O und R**)

$$\Gamma = 2,007 \times 10^{-11} keV$$

Im Vergleich zur erwarteten Linienbreite von

$$\Gamma_{erwartet} = 9,2 \times 10^{-12} keV$$

liegen wir darüber. Da im Edelstahl immer noch zu einem großen Anteil Eisen vorkommt, kann es hier passieren, dass es zu einer Aufspaltung wie beim natürlichen Eisen kommt. Dieser Effekt wird zwar bei weitem nicht derartig ausgeprägt sein, reicht aber aus, um zu einer Abweichung der Halbwertsbreite in dieser Größenordnung zu führen.

14.2 Absorption mit Eisensulfat

Auch bei Eisensulfat $FeSO_4$ messen wir in den **Anhängen O und S bis U** eine Isomerieverschiebung. Die Geschwindigkeitsdifferenz beträgt hier

$$\Delta v_{Iso} = -1,134 \frac{mm}{s}$$

entsprechend

$$\Delta E_{Iso} = -5,447 \times 10^{-11} keV$$

Der Literaturwert beträgt

$$\Delta v_{Iso,lit} = -1,27 \frac{mm}{s}$$

Da die Linie aufspaltet, bestimmen wir den Mittelwert der Halbwertsbreiten: (siehe: **Anhang O und U**)

$$\bar{\Gamma} = 3,010 \times 10^{-11} keV$$

Mit diesem Wert liegen wir verglichen mit dem erwarteten Wert von

$$\Gamma_{erwartet} = 9,2 \times 10^{-12} keV$$

erneut zu hoch. Dies ist eine durchaus realistische Abweichung vom erwarteten Wert, die durch beim Versuch selbst auftretende Störungen verursacht werden kann. Die elektrische Quadrupolaufspaltung beträgt

$$\Delta v_{Quadrupol} = 2,746 \frac{mm}{s}$$

mit

$$\Delta E_{Quadrupol} = 1,319 \times 10^{-10} keV$$

Alle Auswertungen sind in **Anhang O** zusammengefasst.

14.3 Absorption mit natürlichem Eisen

Zuletzt haben wir die Hyperfeinaufspaltung bei natürlichem Eisen in den **Anhängen O** und **V bis X** betrachtet. Die mittlere Isomerieverschiebung finden wir um

$$\Delta v_{Iso} = 0,117 \frac{mm}{s}$$

entsprechend

$$\Delta E_{Iso} = 5,615 \times 10^{-12} keV$$

Die mittlere Halbwertsbreite der sechs Linien beträgt (siehe: **Anhang O** und **X**)

$$\bar{\Gamma} = 1,039 \times 10^{-11} keV$$

Der erwartete Wert ist

$$\Gamma_{erwartet} = 9,2 \times 10^{-12} keV$$

Allerdings liegen die Halbwertsbreiten der beiden inneren Peaks unter dem erwarteten Wert. Die dazu benötigten Werte sind in Tabelle 5 und **Anhang Y** zusammengestellt. Die Stärke des Magnetfeldes der Aufspaltung wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$H = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{v - v_\delta}{k} \quad (30)$$

$$\text{wobei } k \equiv \frac{\mu_g m_g}{j_g} - \frac{\mu_a m_a}{j_a} \quad (31)$$

Dabei ist μ das magnetische Dipolmoment, m die kernmagnetische Quantenzahl und j die Kernspinquantenzahl.

	$(v - v_\delta)$	m_g	m_a	$k = \frac{\mu_g m_g}{j_g} - \frac{\mu_a m_a}{j_a}$	$H = \frac{h\nu_0 (v - v_\delta)}{c k}$
1. Peak:	$5,178 \frac{mm}{s}$	1/2	3/2	0,243	331,847 kG
2. Peak:	$2,925 \frac{mm}{s}$	1/2	1/2	0,141	329,961 kG
3. Peak:	$0,731 \frac{mm}{s}$	1/2	-1/2	0,039	321,182 kG
4. Peak:	$-0,925 \frac{mm}{s}$	-1/2	1/2	-0,039	321,182 kG
5. Peak:	$-3,193 \frac{mm}{s}$	-1/2	-1/2	-0,141	329,961 kG
6. Peak:	$-5,417 \frac{mm}{s}$	-1/2	-3/2	-0,243	331,847 kG

Tabelle 5: Absorptionslinien bei natürlichem Eisen

Der Durchschnittswert der Magnetfeldstärke ist somit

$$\bar{H} = 327,664 kG$$

und im Vergleich zum Literaturwert

$$H_{lit} = 333 kG$$

nur um 1,6 % abgesenkt.

15 Fehlerbetrachtung

Da unsere gemessenen Werte nur wenig von den Literaturwerten abweichen, können wir ruhig sagen, dass unsere Messwerte recht gut sind. Die Geräte zeigen bei der Kalibrierung einen linearen Verlauf, so dass wir hier keine Fehler erwarten. Bei der Bestimmung der Absorptionskoeffizienten für Aluminium war es schwierig einen richtigen Wert zu erhalten, da bereits bei der kleinsten verwendeten Dicke die 14,4 keV Linie vollständig absorbiert wurde. Dadurch kann der Absorptionskoeffizient hier nicht exakt angegeben werden. Es ist zu erwarten, dass der reale Absorptionskoeffizient betragsmäßig größer ist.

Wir haben zusätzlich ein Spektrum der Hintergrundstrahlung aufgenommen. Dazu lief der Detektor, ohne dass ein Absorber oder eine Quelle im Strahlengang eingebaut waren. Man sollte eigentlich nichts sehen, sieht dann aber doch einen kleinen Hügel im Bereich zwischen Kanal 200 und Kanal 400, siehe **Anhänge M und N**. Der Ursprung dieser Strahlung bleibt uns verborgen. Wir können diesen Fehler auch getrost vernachlässigen, da die Zählrate insgesamt über alle Kanäle nur etwa 3 Ereignisse pro Sekunde beträgt.

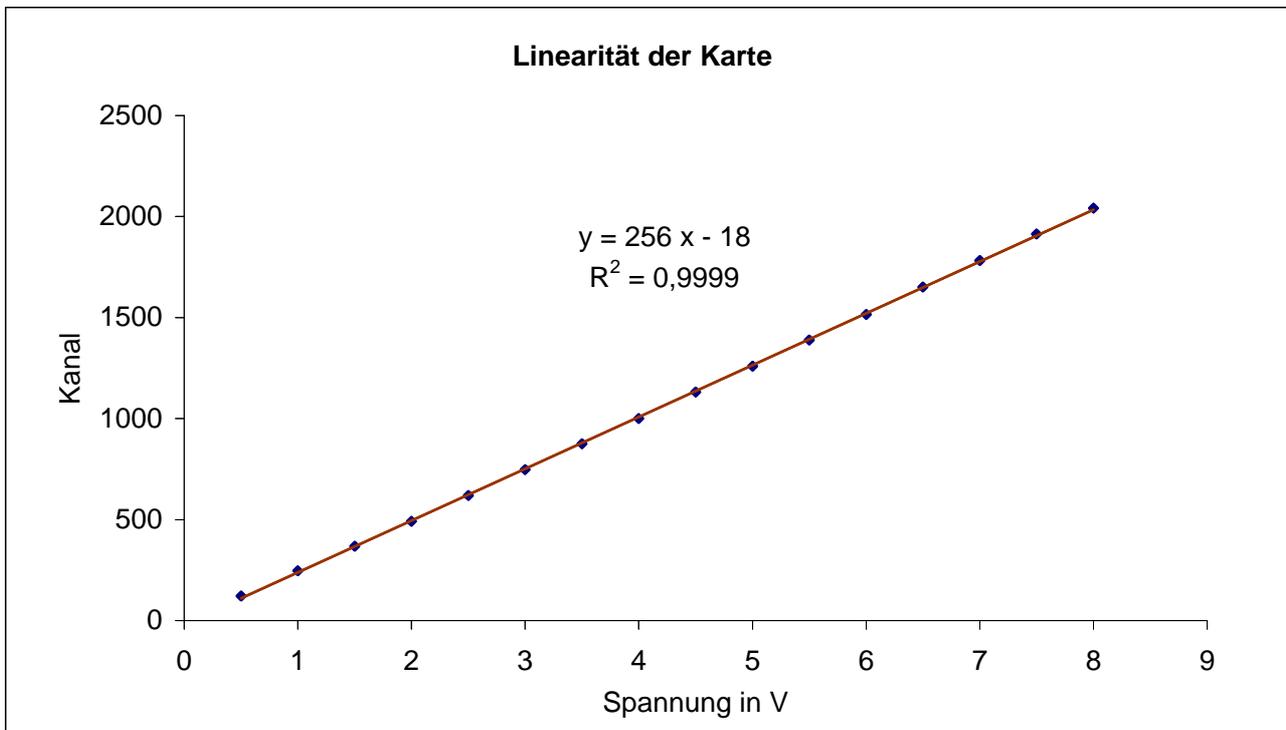
Beim Mössbauereffekt selbst liegen die Messergebnisse auch gut im Bereich der Literaturwerte. Wir brauchen daher auch hier keine großen Fehlerquellen zu vermuten und erfreuen uns stattdessen an den schönen Spektren dieses FP-Versuchs.

Literatur

- [1] H. Frauenfelder und E. M. Henley (1987): *Teilchen und Kerne - Subatomare Physik*, 2. Auflage, Oldenburg Verlag, München.
- [2] H. Wegener (1964): *Der Mössbauer-Effekt und seine Anwendungen in Physik und Chemie*, 2., erweiterte Auflage, Bibliographisches Institut Mannheim.
- [3] S. Fischer, D. Fritz (2002): *Der Mössbauereffekt*, Fortgeschrittenenpraktikum der Physik, Universität Ulm.
- [4] Kohlrausch (1996): *Praktische Physik*, 24. Auflage, Teubner 1996

Anhang A: Linearität der Karte

Spannung in V	Kanal
0,5	122
1,0	247
1,5	368
2,0	491
2,5	620
3,0	747
3,5	875
4,0	1000
4,5	1131
5,0	1260
5,5	1389
6,0	1515
6,5	1651
7,0	1782
7,5	1913
8,0	2041

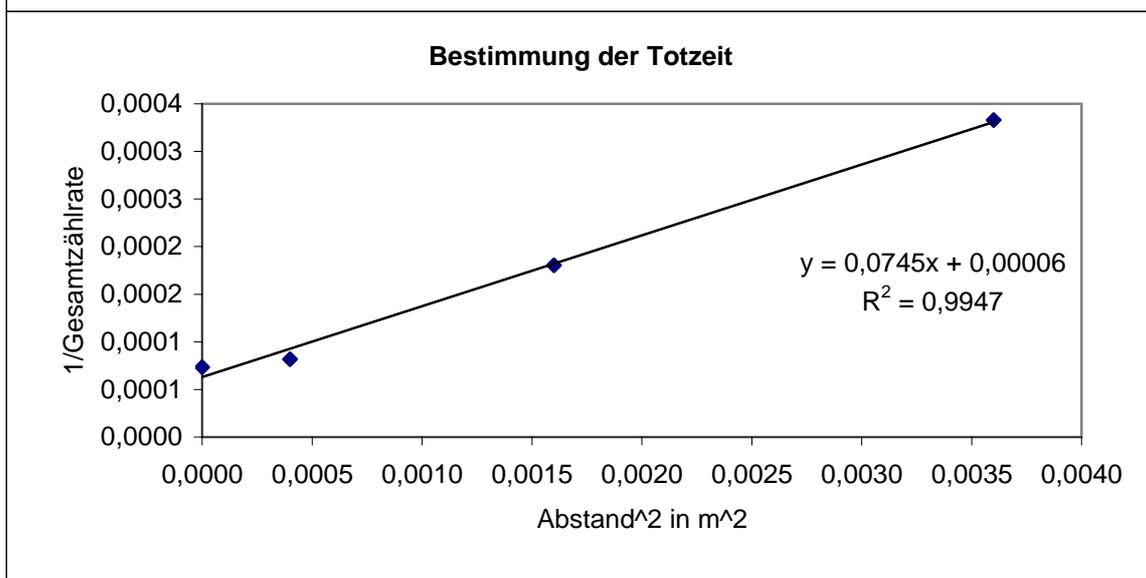
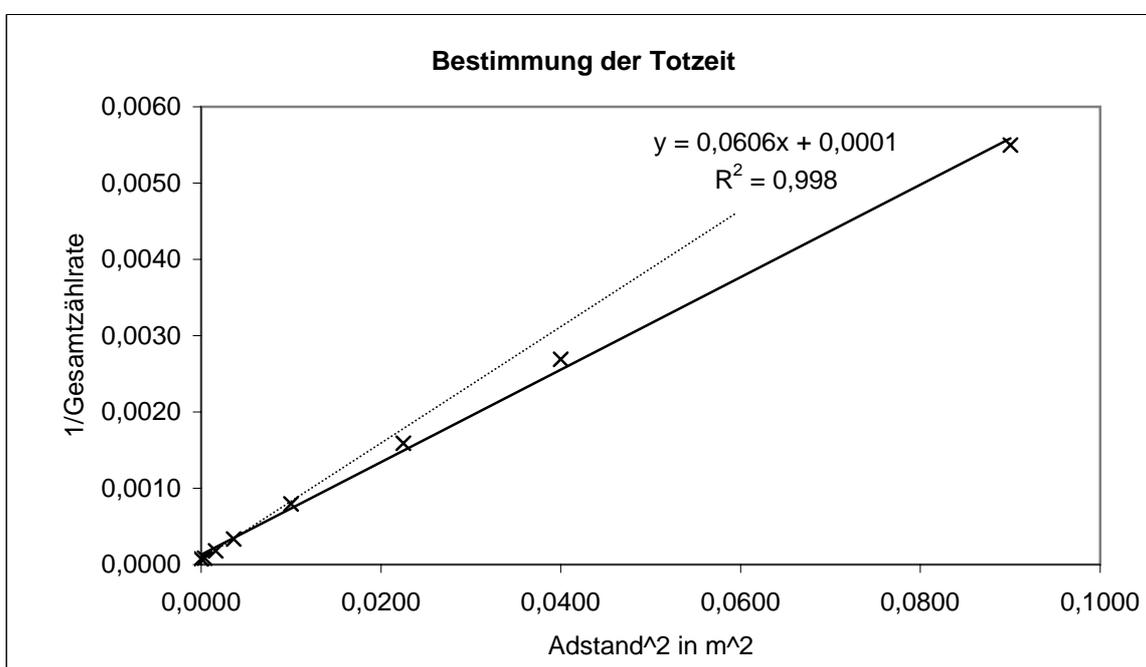


Anhang B: Bestimmung der Totzeit des Detektors

Messzeit in s: 100

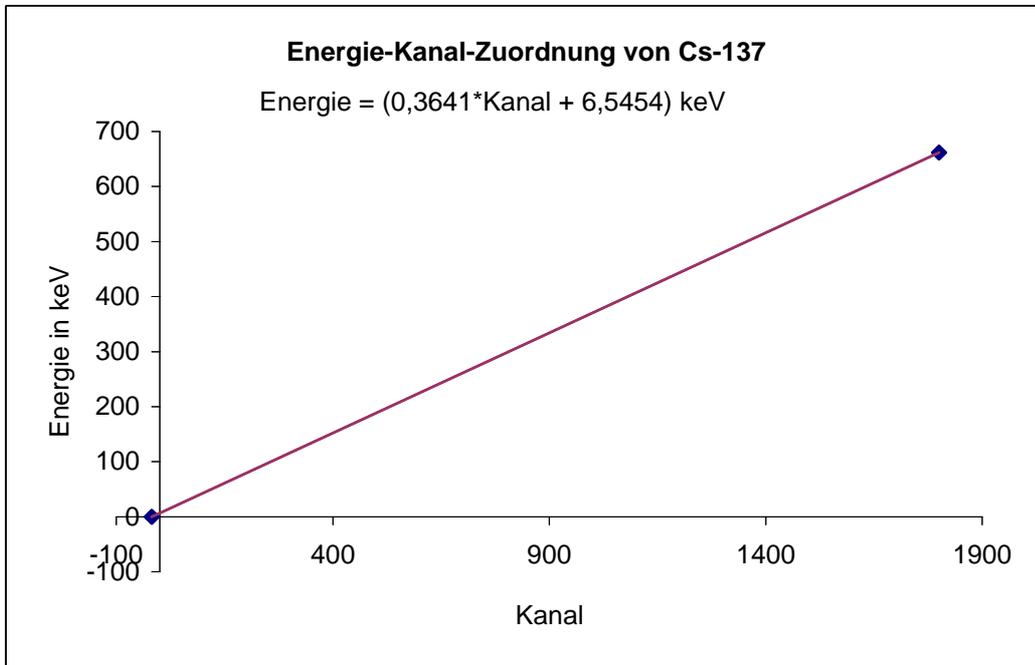
Quelle: Co57

Abstand r in cm	Gesamtzahl der Zählimpulse	1/gesamtzählrate in 1s	r ² in m ²
0	1362694	7,3E-05	0,0E+00
2	1220380	8,2E-05	4,0E-04
4	554370	1,8E-04	1,6E-03
6	300321	3,3E-04	3,6E-03
10	125977	7,9E-04	1,0E-02
15	62896	1,6E-03	2,3E-02
20	37168	2,7E-03	4,0E-02
30	18187	5,5E-03	9,0E-02

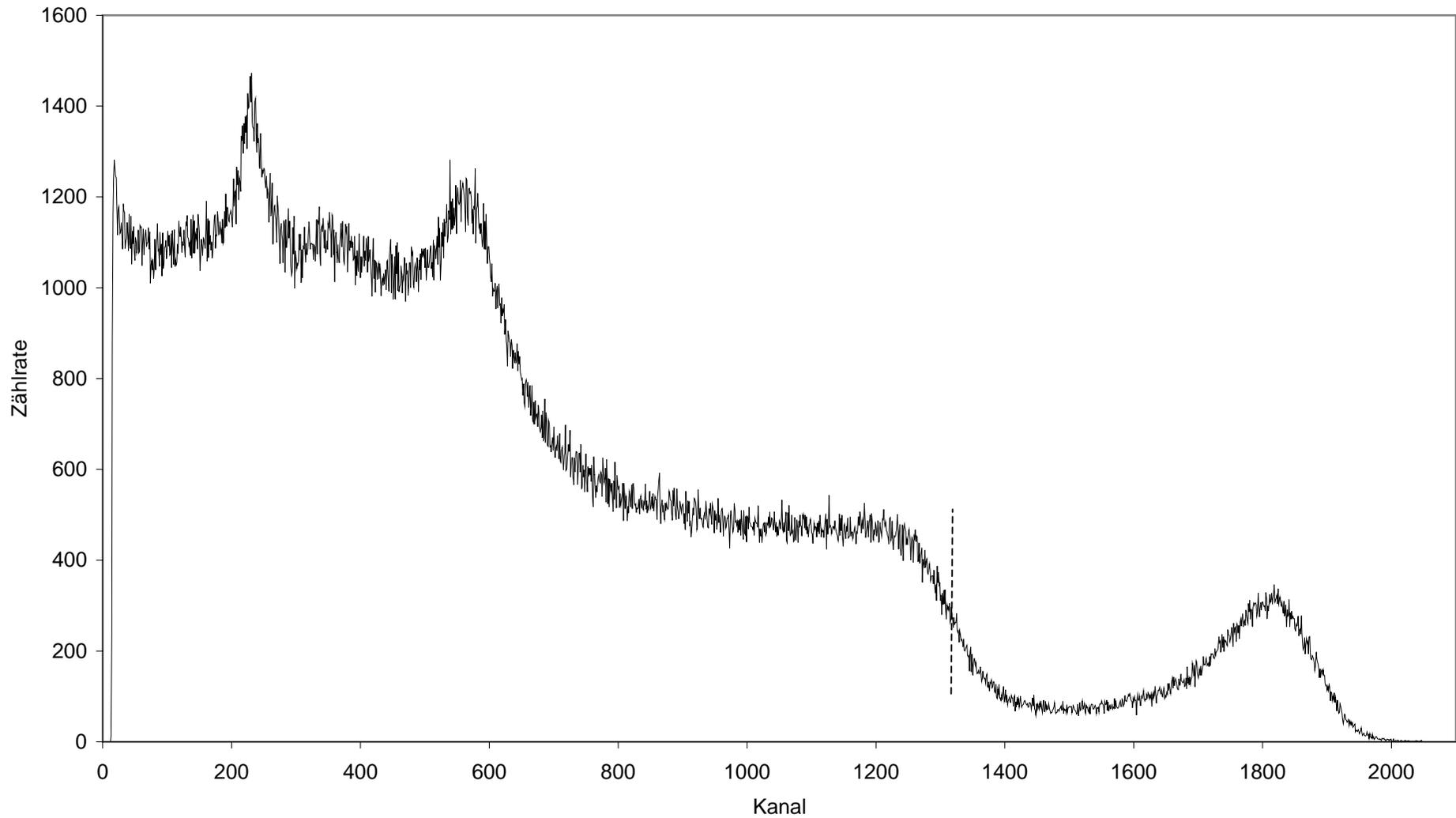


Anhang C: Energie-Kanal-Zuordnung von Cs-137

Kanal	Energie in keV
-17,975	0
1800	662

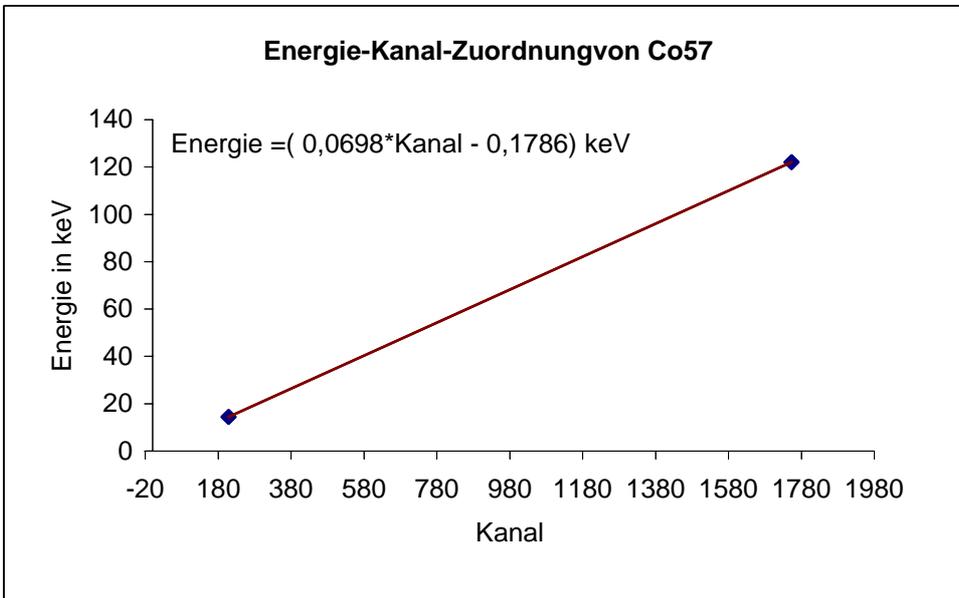


Anhang D: Cs137-Spektrum

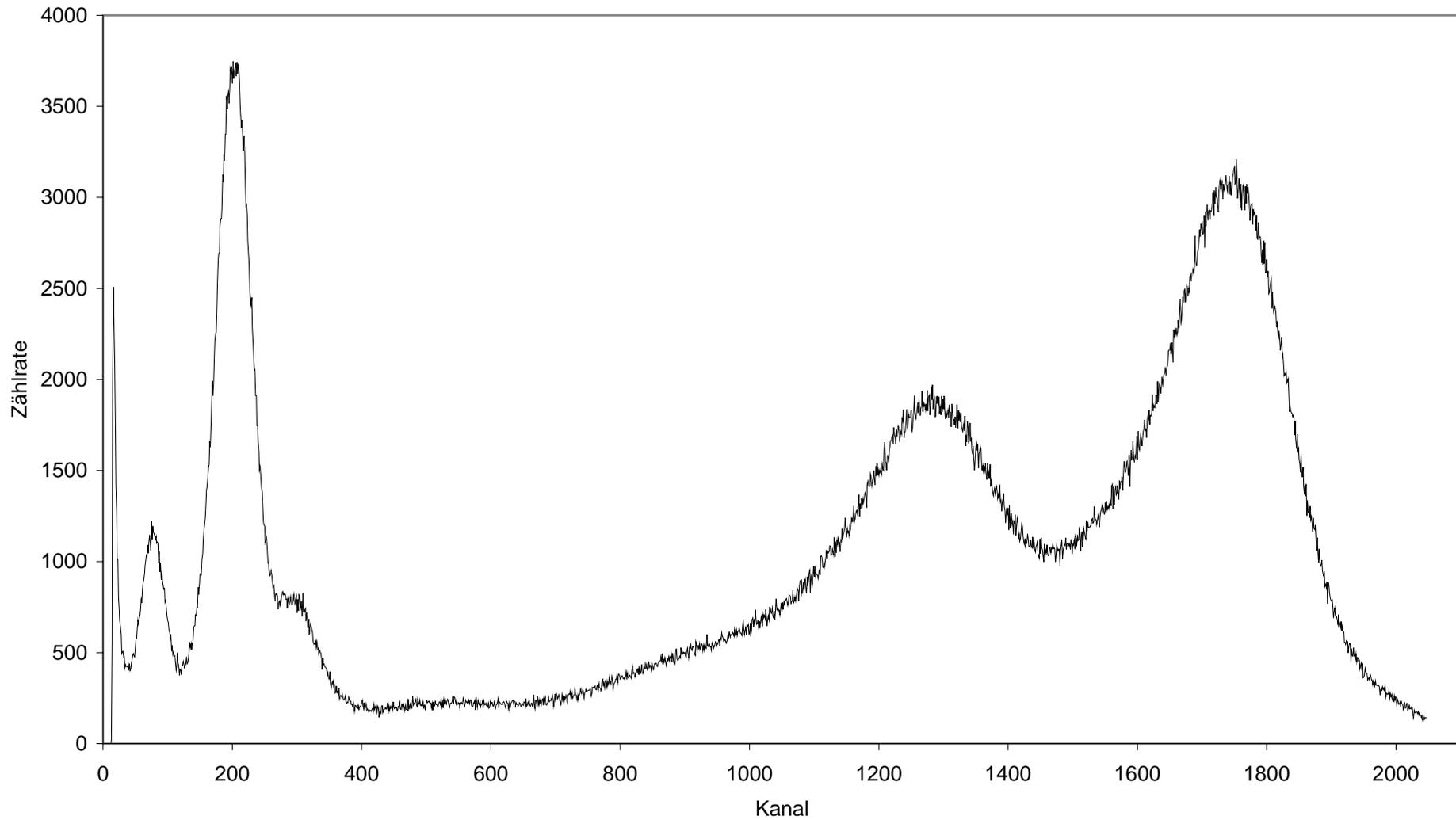


Anhang E: Energie-Kanal-Zuordnung von Co57

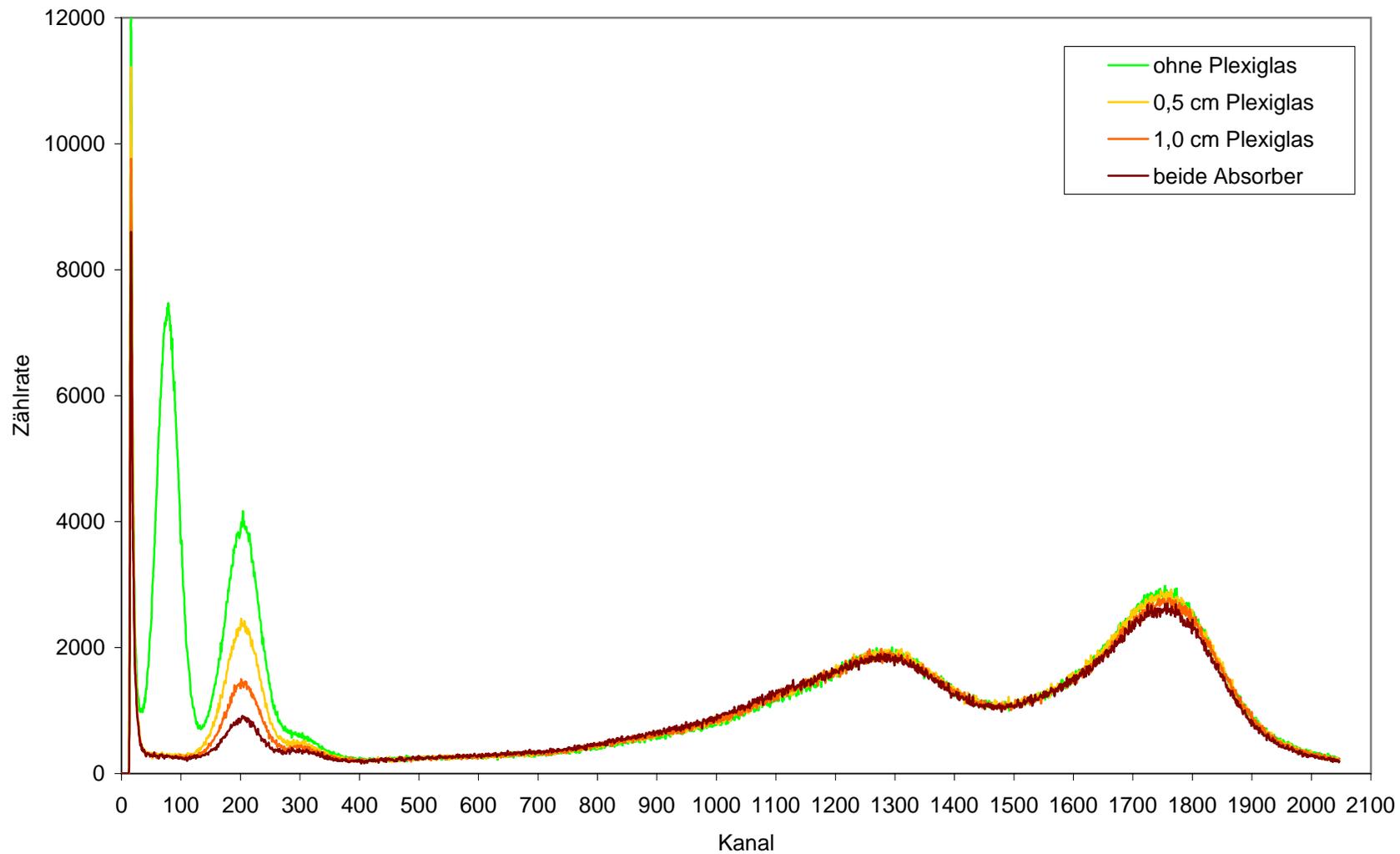
Kanal	Energie in keV
209	14,4
1753	122,1



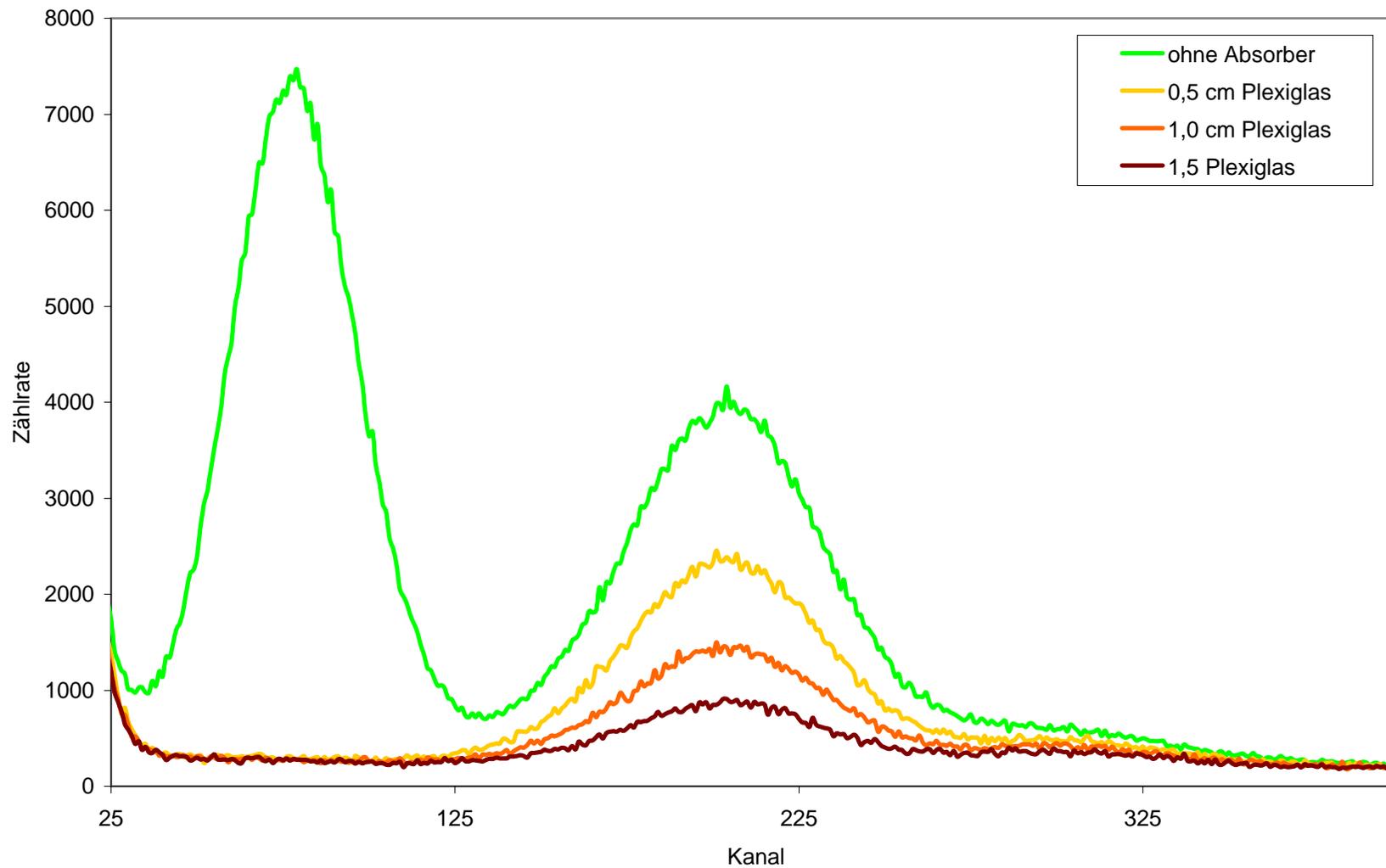
Anhang F: Co57-Spektrum



Anhang G: Absorption mit Plexiglas



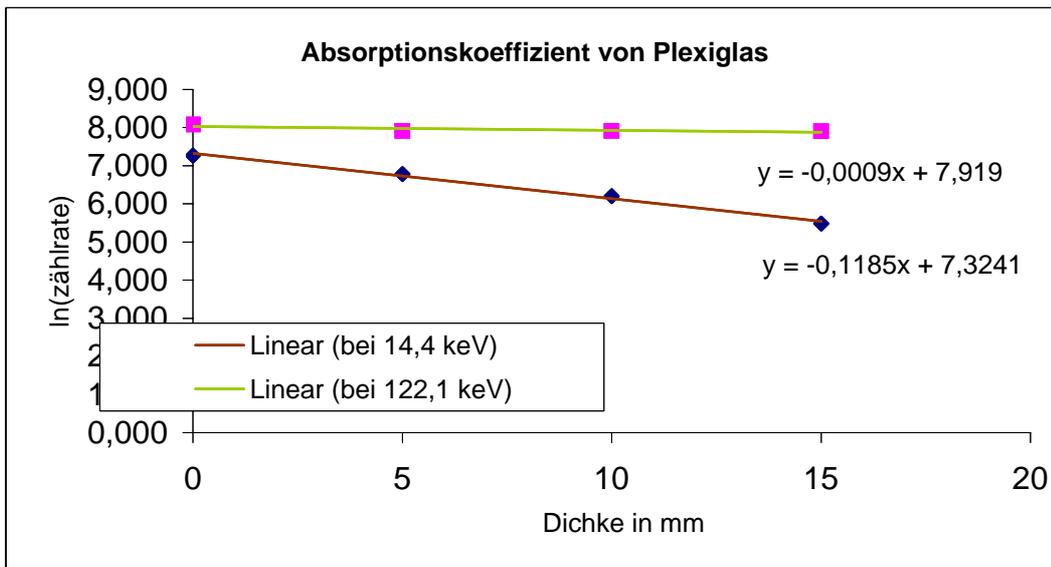
Anhang H: Absorption mit Plexiglas im Bereich 14,4 keV



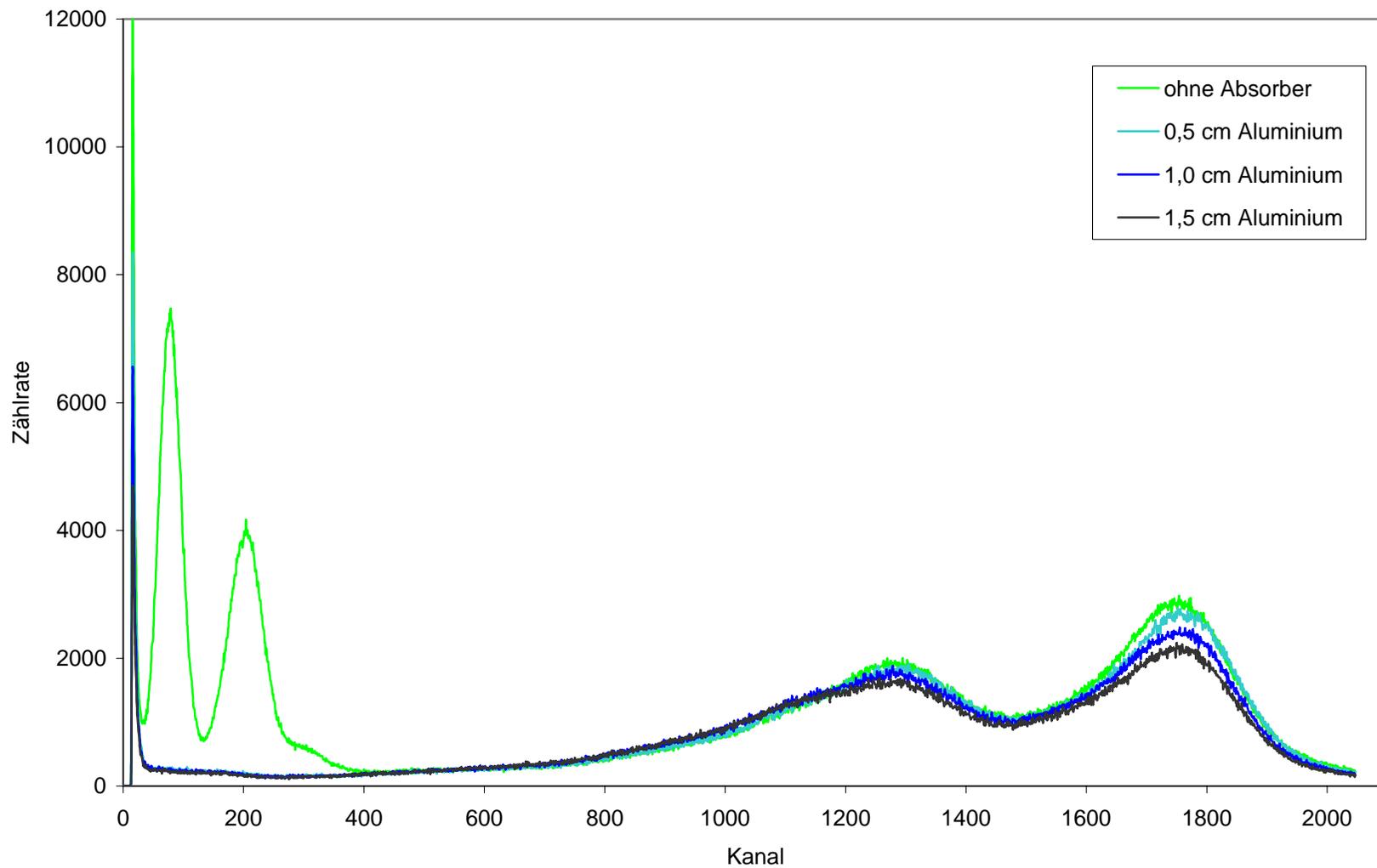
Anhang I: Absorptionskoeffizient von Plexiglas

Messzeit in s: 150

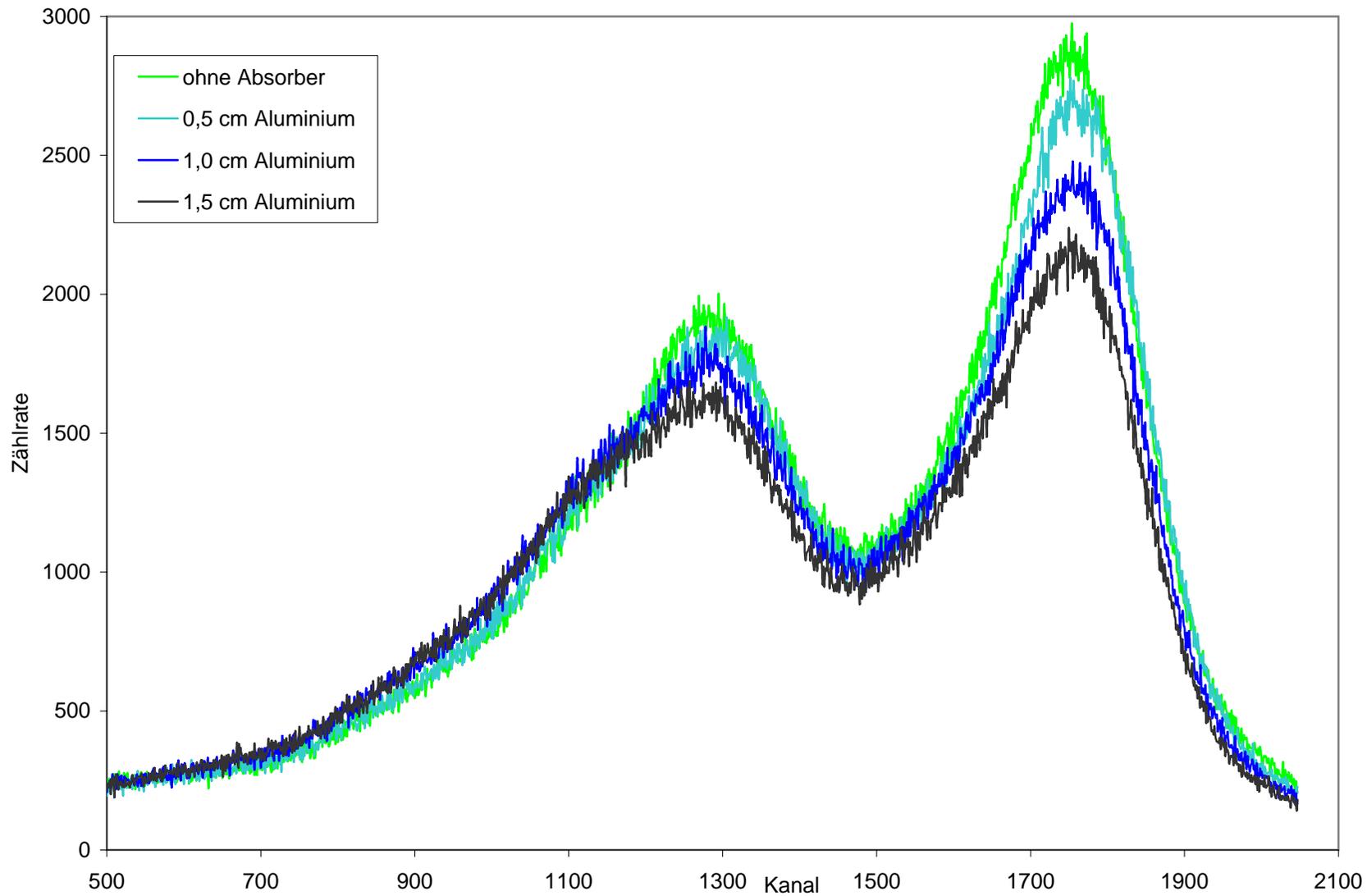
Glasdicke in mm	Zählrate bei Energie 14,4 keV	Zählrate bei Energie 122,1 keV	ln(Zählrate) bei 14,4 keV	ln(zählrate) bei 122,1 keV
5	884	2734	6,784	7,914
10	495	2735	6,205	7,914
15	241	2712	5,485	7,905
0	1432	3213	7,267	8,075



Anhang J: Absorption mit Aluminium



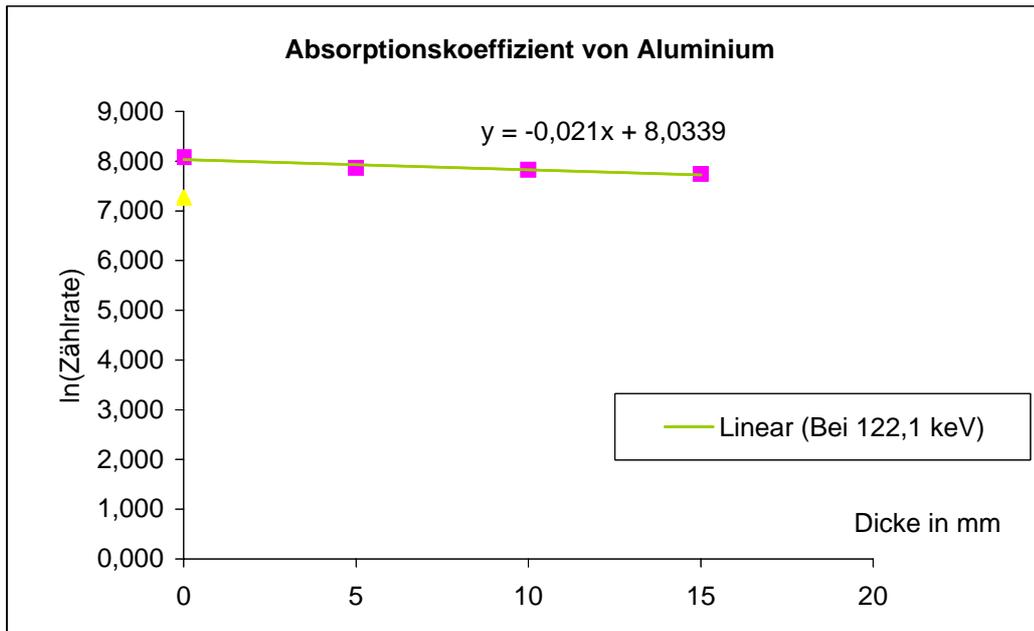
Anhang K: Absorption mit Aluminium im Bereich 122 keV



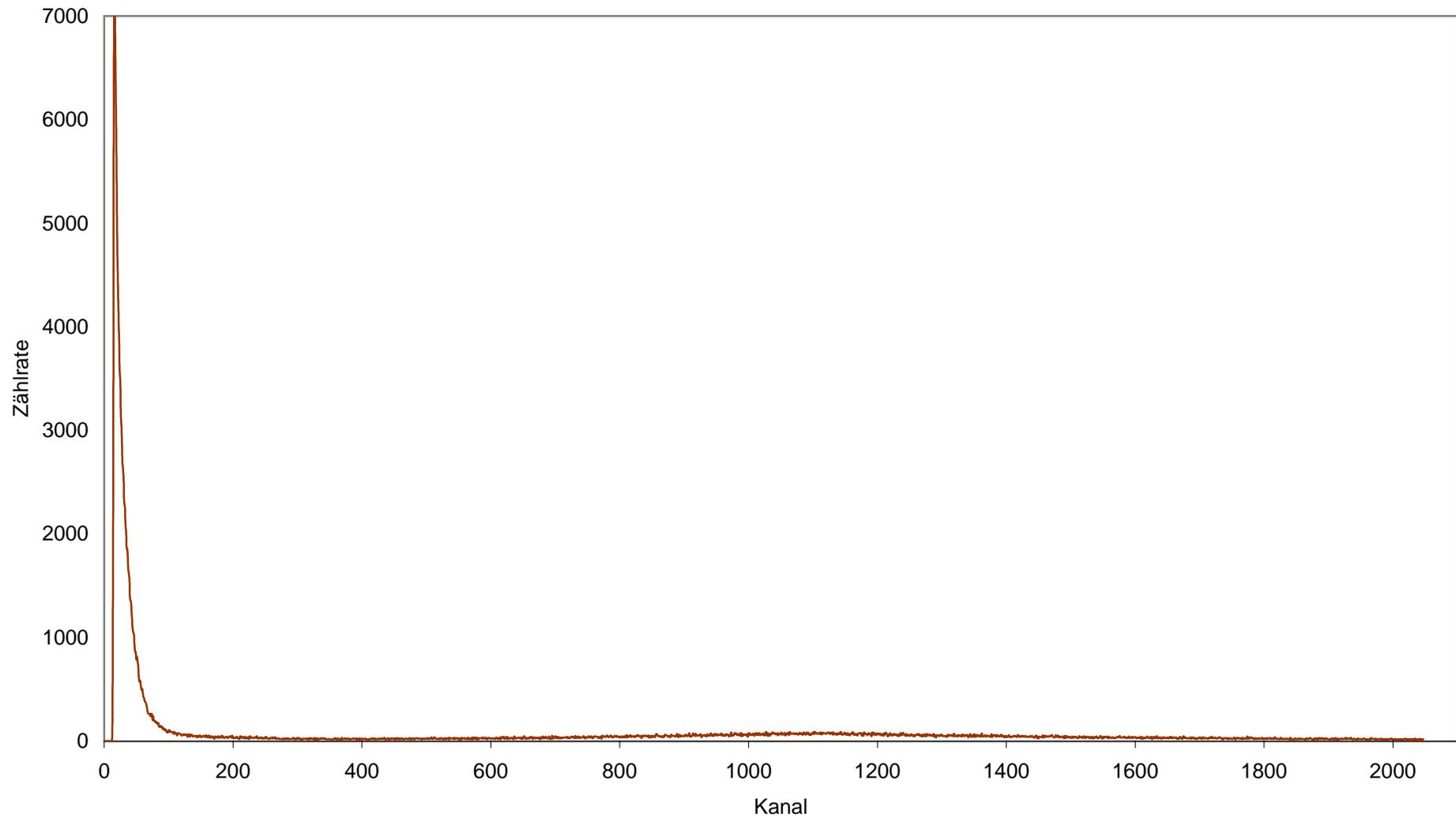
Anhang L: Absorptionskoeffizient von Aluminium

Messzeit in s: 150

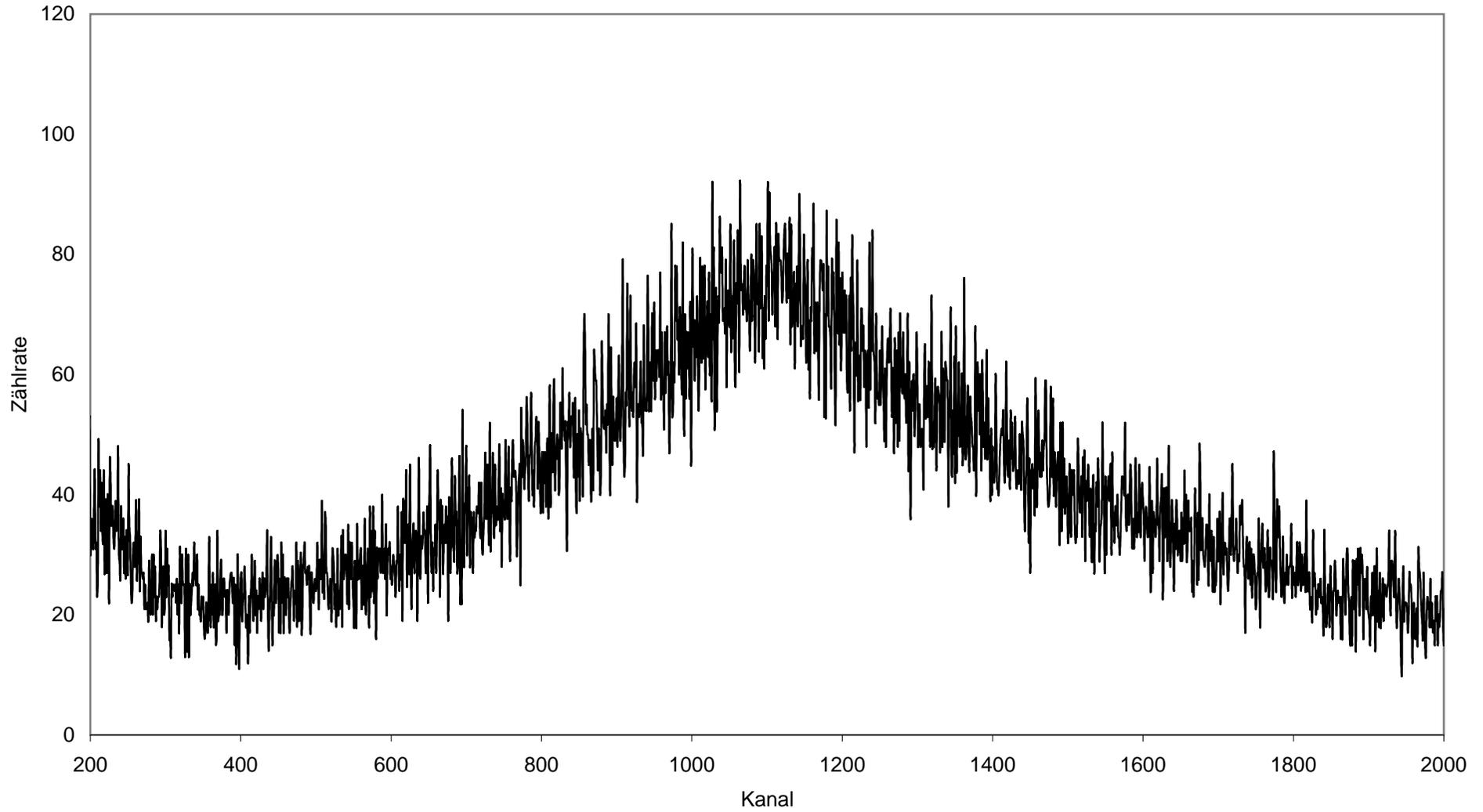
Glasdicke in mm	Zählrate bei Energie 14,4 keV	Zählrate bei Energie 122,1 keV	ln(Zählrate) bei 14,4 keV	ln(zählrate) bei 122,1 keV
5		2608		7,866
10		2506		7,826
15		2296		7,739
0	1432	3213	7,267	8,075



Anhang M: Hintergrundstrahlung



Anhang N: Hintergrundstrahlung (Abschnitt)



Anhang O: Mößbauereffekt - Messdaten

Startwerte:

v_{\max} :	7,64 mm/s	Durchmesser der Absorber in cm:	
Energie $h\nu$:	14400 eV	Edelstahl:	24,00
Lichtgeschwindigkeit:	2,998E+11 mm/s	Eisensulfat:	24,00
Abstand Detektor - Quelle:	510 mm	Eisen:	23,90
Abstand Absorber - Quelle:	400 mm		
Schwingungsdauer d. Trägers:	420 ms		

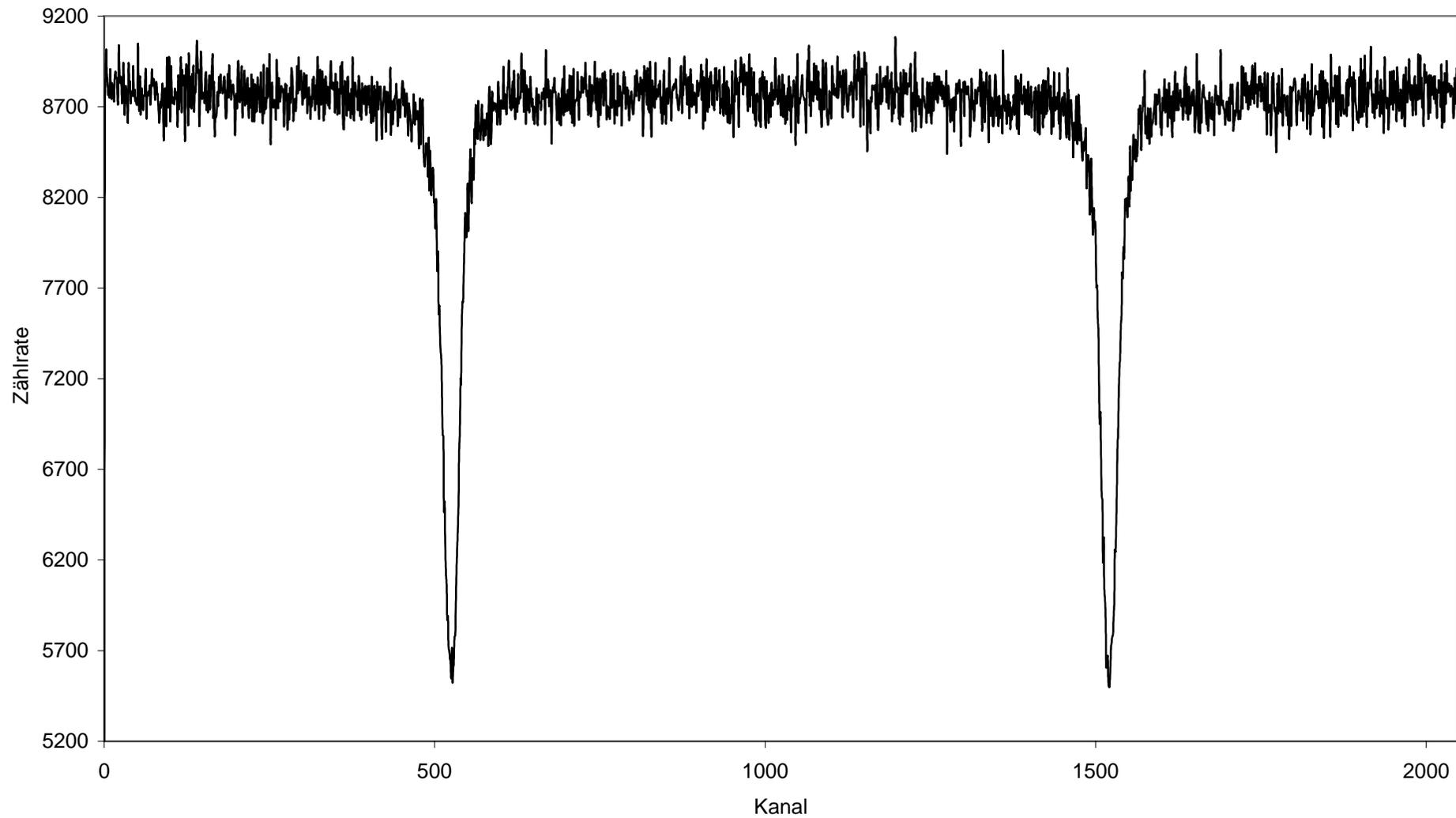
Isomerieverschiebung und Halbwertsbreite:

Edelstahl:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung:	0,224 mm/s	1,075E-08 eV
Halbwertsbreite:	0,418 mm/s	2,007E-08 eV

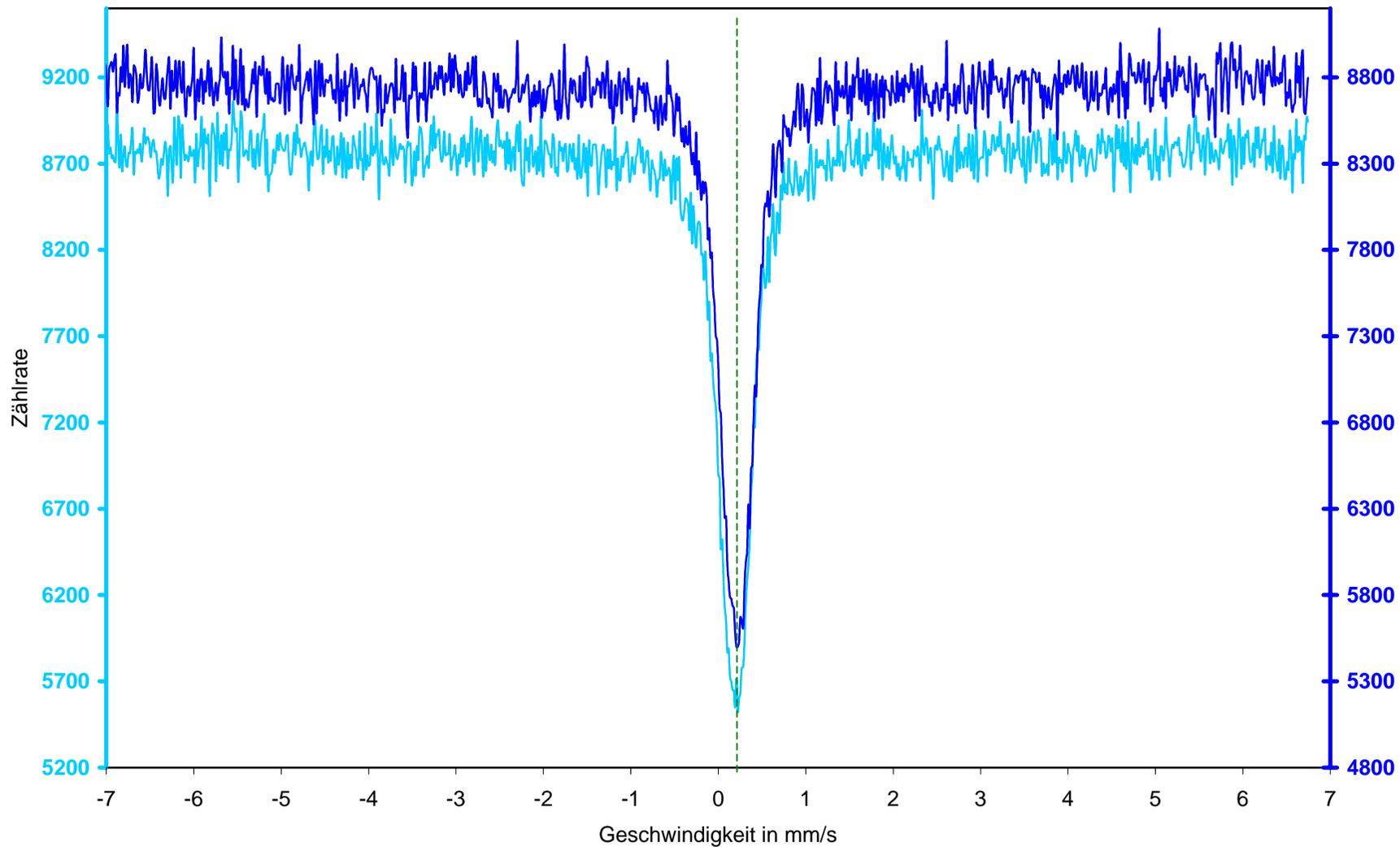
Eisensulfat:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung:	-1,134 mm/s	-5,447E-08 eV
Halbwertsbreite (1.Peak):	0,612 mm/s	2,939E-08 eV
Halbwertsbreite (2.Peak):	0,642 mm/s	3,082E-08 eV
Durchschnitt:	0,627 mm/s	3,010E-08 eV
elektrische Quadrupolaufspaltung:	2,746 mm/s	1,319E-07 eV

Eisen:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung (inneres Paar):	0,097 mm/s	4,659E-09 eV
Isomerieverschiebung (mittleres Paar):	0,134 mm/s	6,451E-09 eV
Isomerieverschiebung (äußeres Paar):	0,119 mm/s	5,734E-09 eV
Durchschnitt:	0,117 mm/s	5,615E-09 eV
Halbwertsbreite (1.Peak):	0,224 mm/s	1,075E-08 eV
Halbwertsbreite (2.Peak):	0,209 mm/s	1,003E-08 eV
Halbwertsbreite (3.Peak):	0,194 mm/s	9,318E-09 eV
Halbwertsbreite (4.Peak):	0,209 mm/s	1,003E-08 eV
Halbwertsbreite (5.Peak):	0,224 mm/s	1,075E-08 eV
Halbwertsbreite (6.Peak):	0,239 mm/s	1,147E-08 eV
Durchschnitt:	0,216 mm/s	1,039E-08 eV

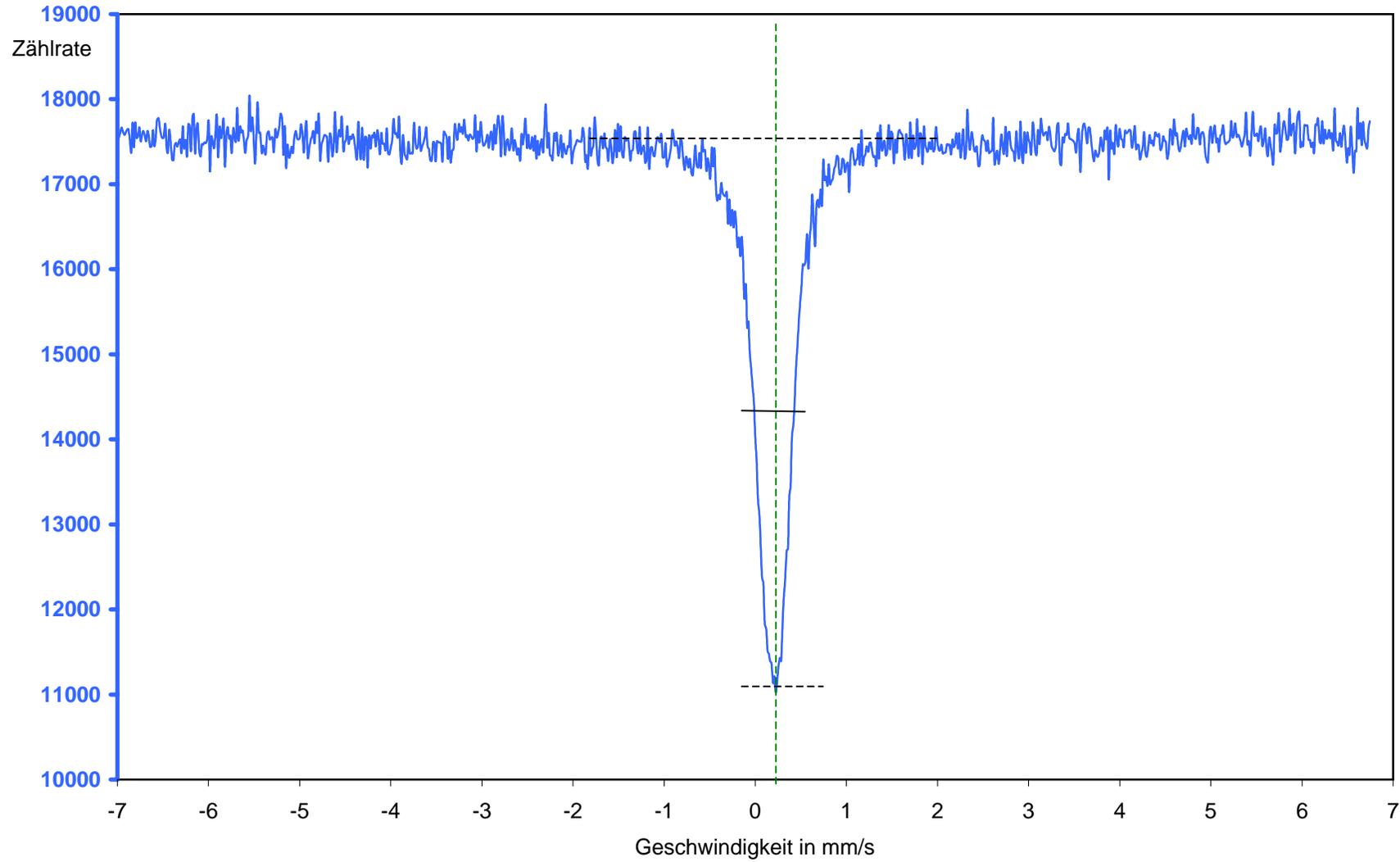
Anhang P: Absorptionsspektrum von Edelstahl



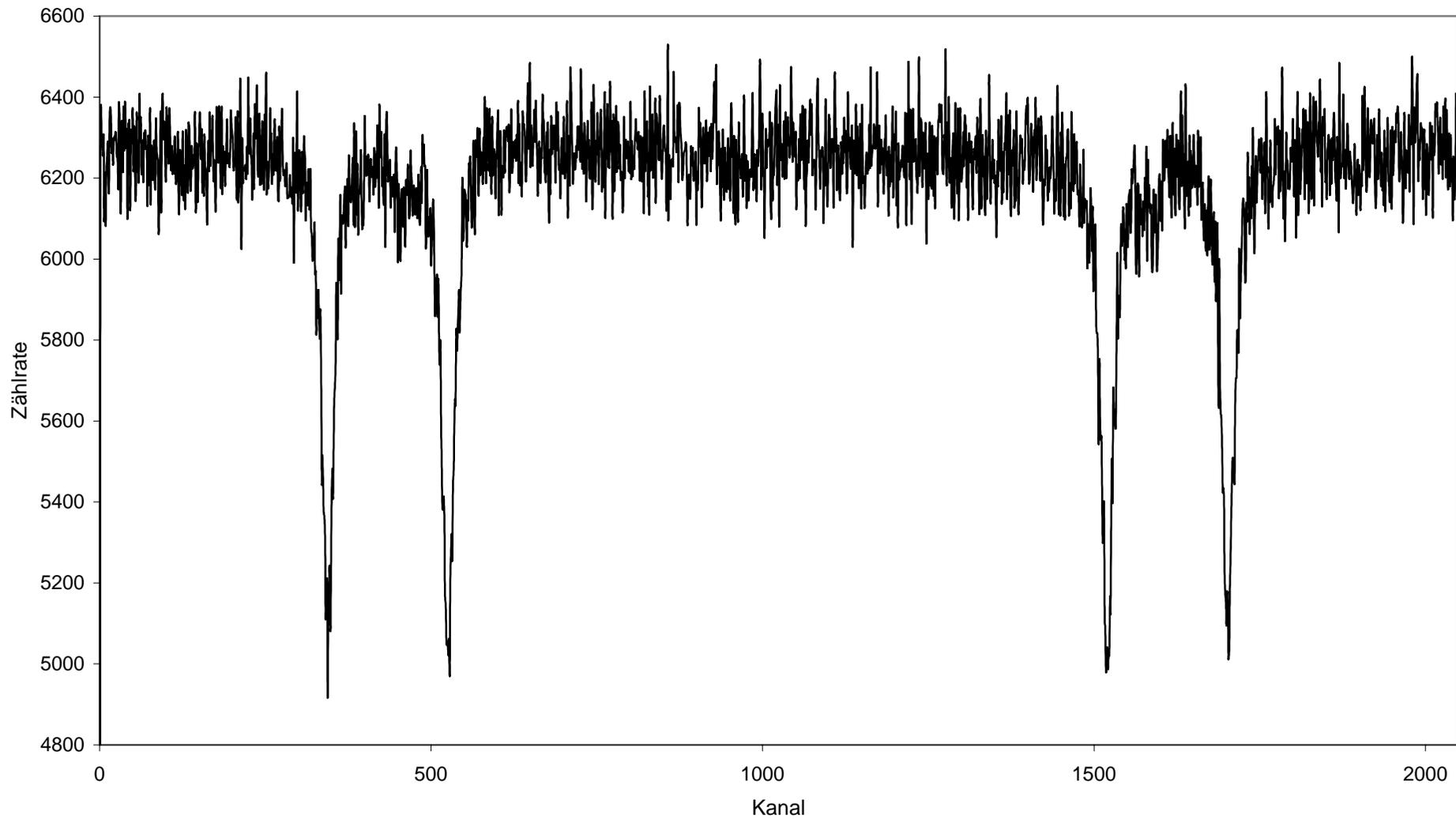
Anhang Q: Absorptionsspektrum von Edelstahl



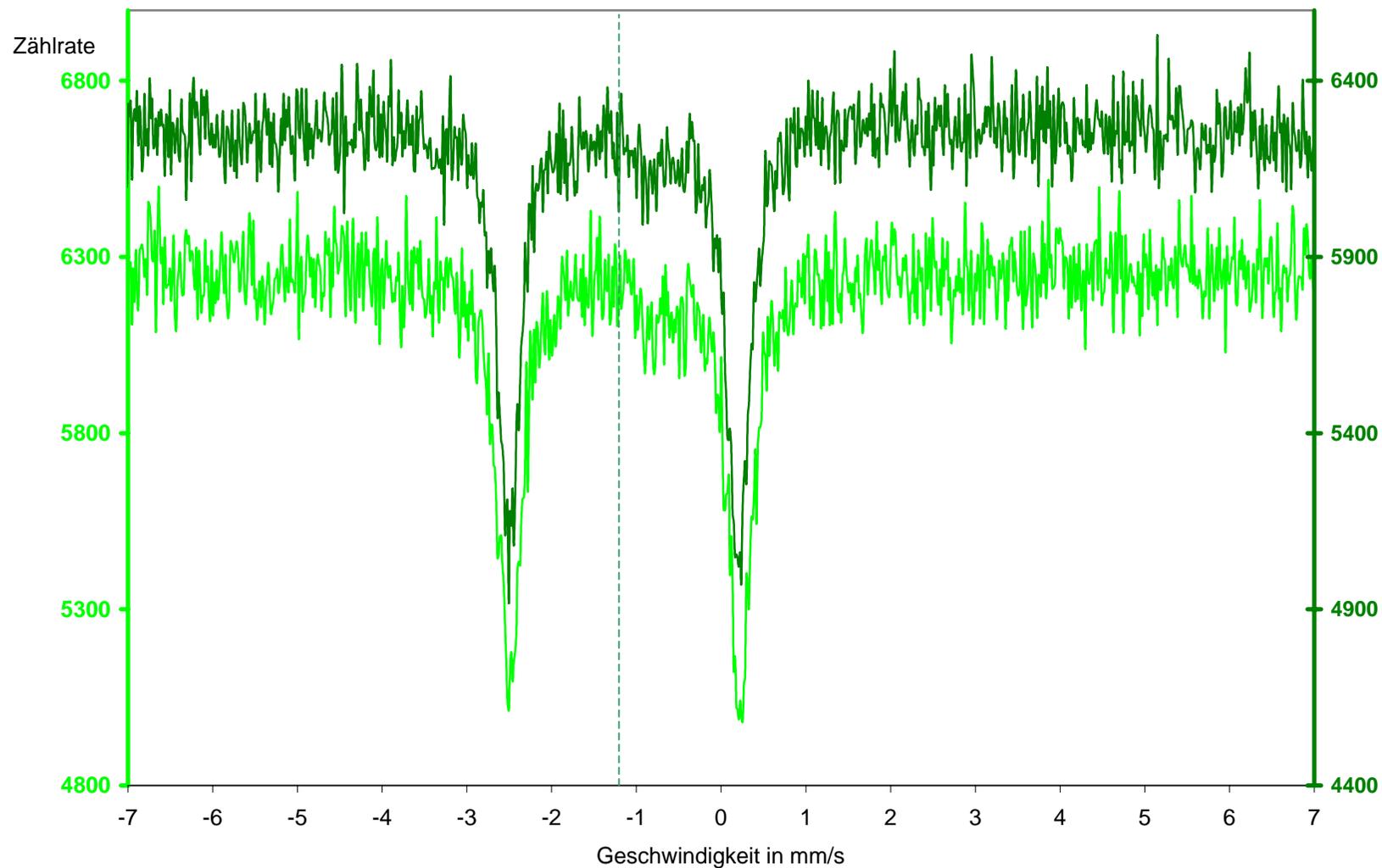
Anhang R: Absorptionsspektrum von Edelstahl



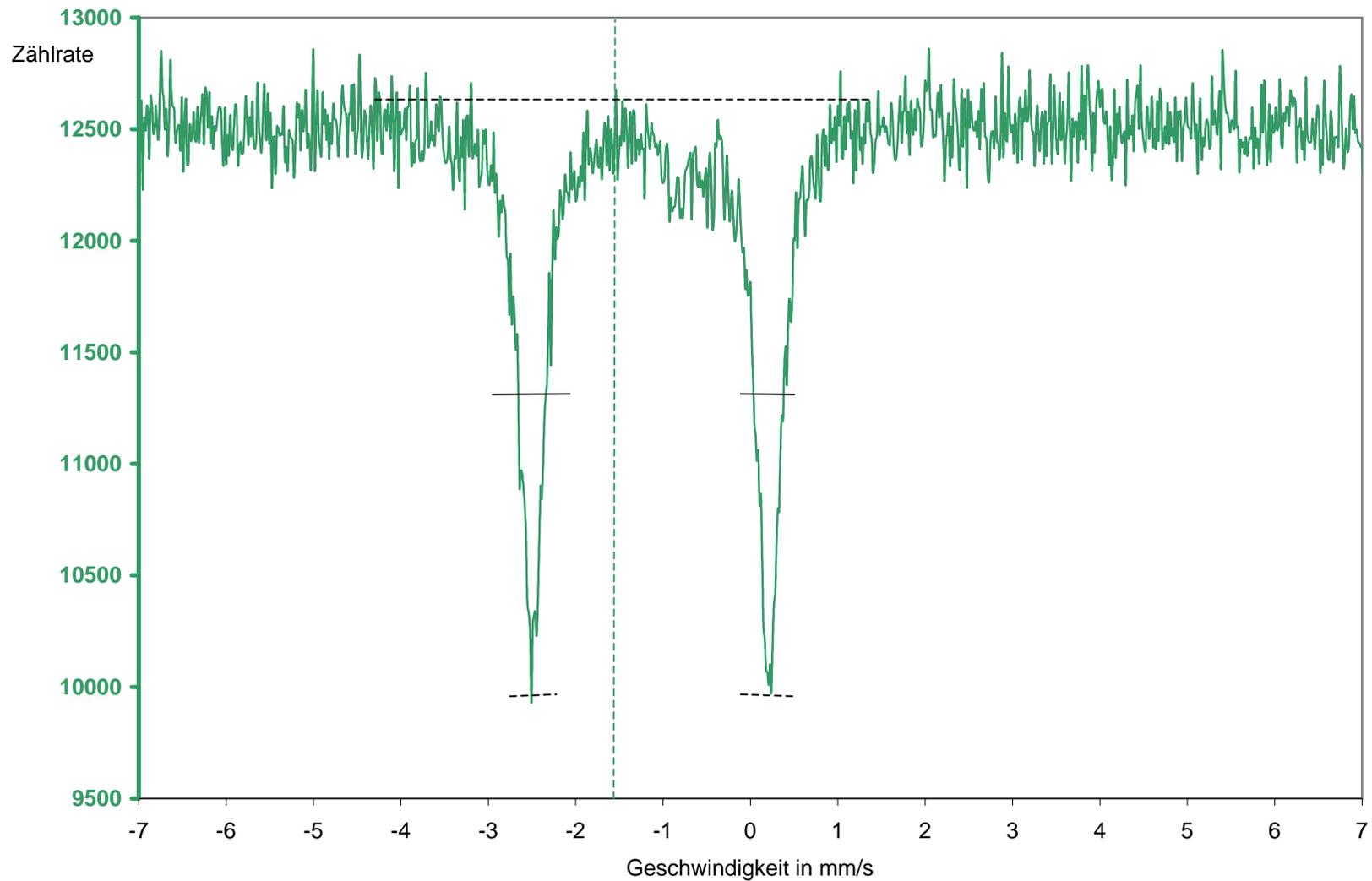
Anhang S: Spektrum von Eisensulfat



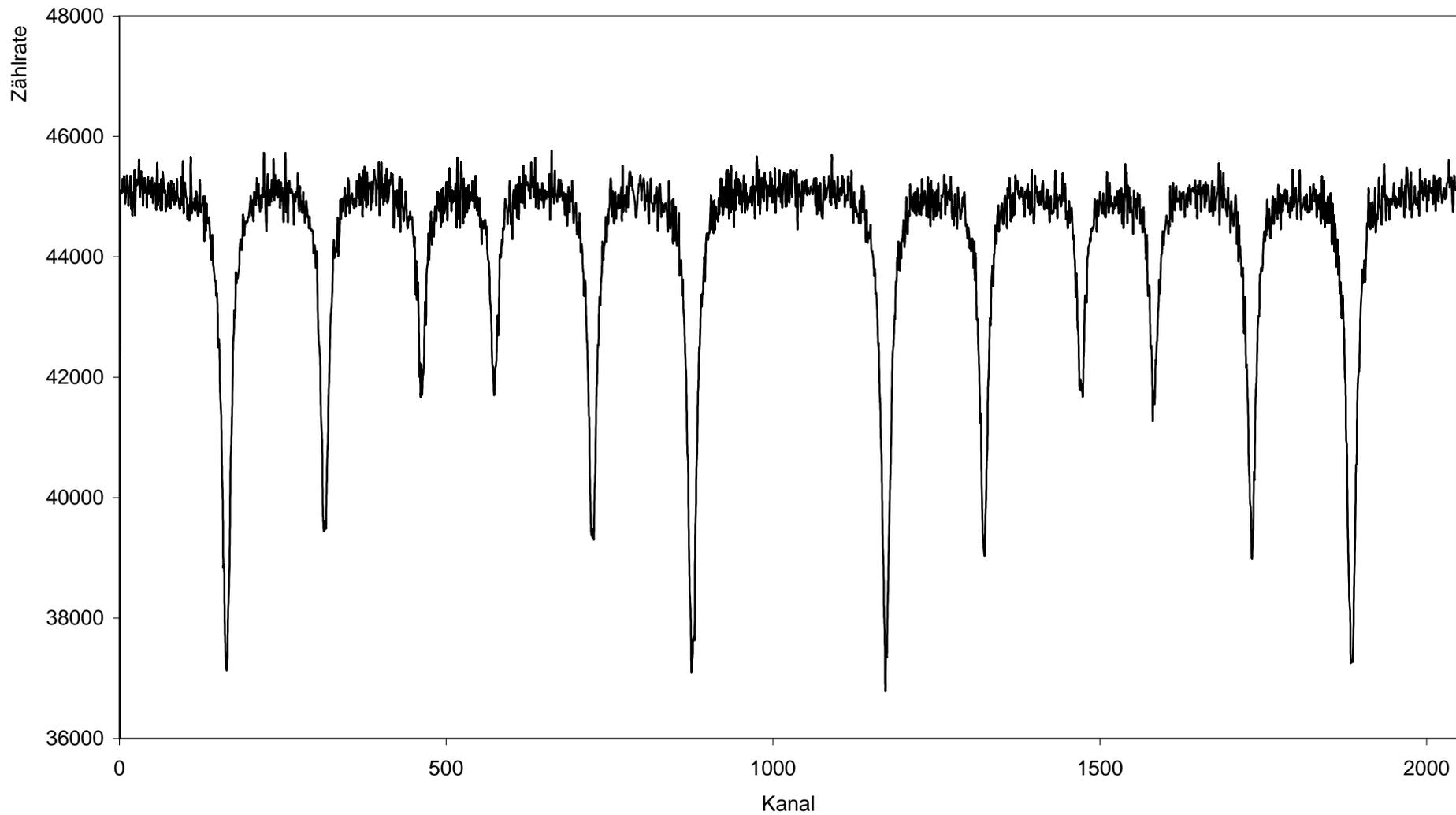
Anhang T: Spektrum von Eisensulfat



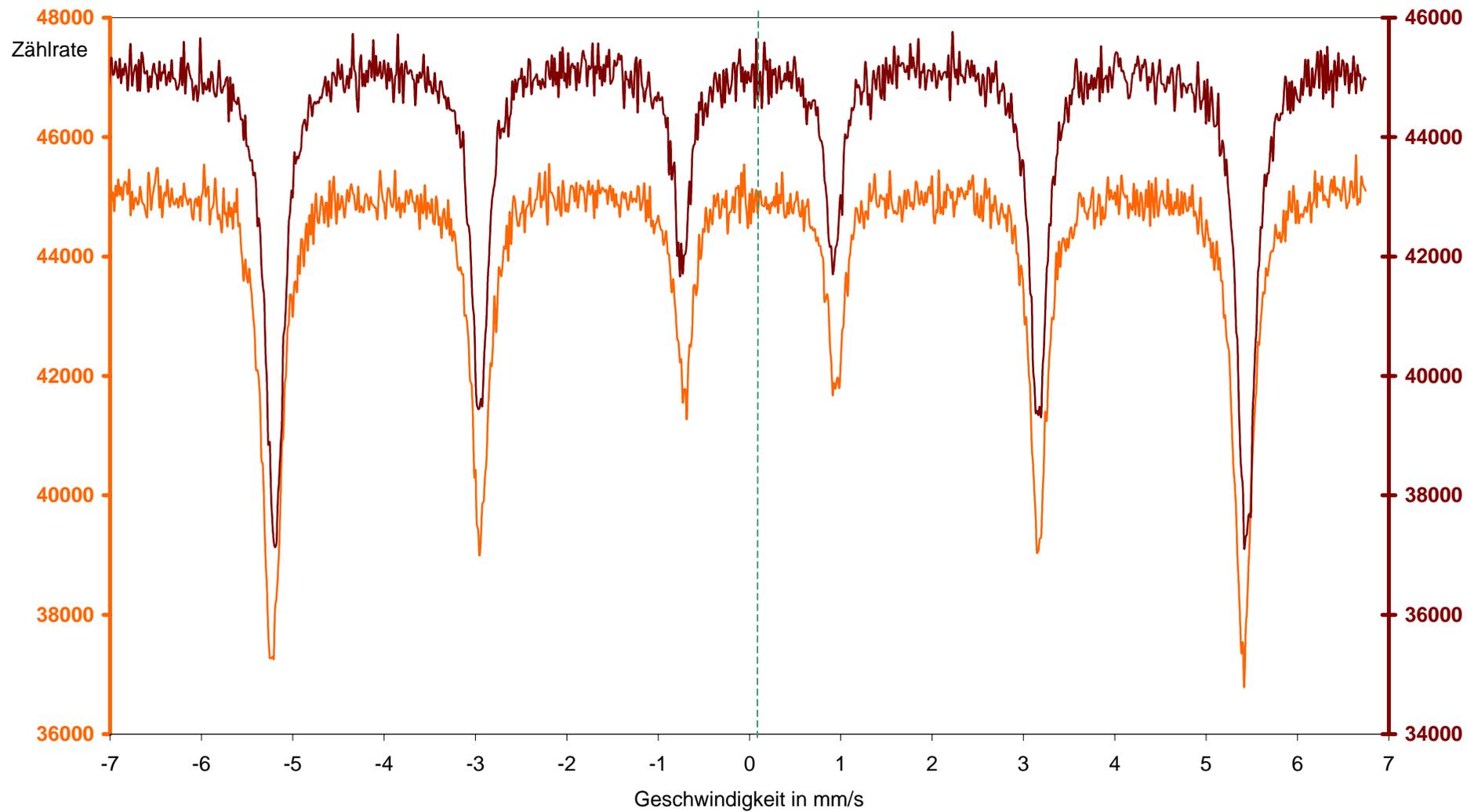
Anhang U: Spektrum von Eisensulfat



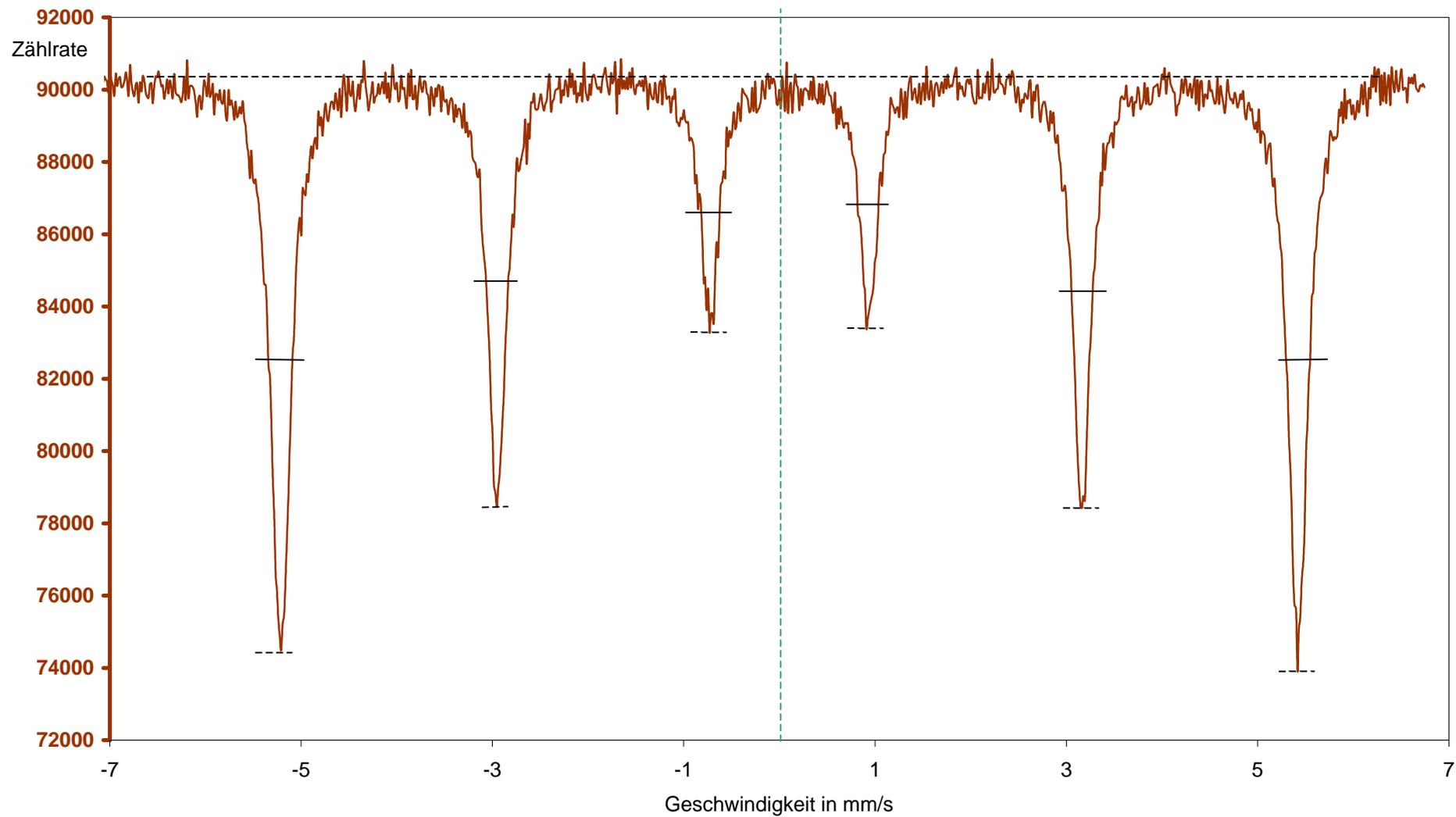
Anhang V: Absorptionsspektrum von Eisen



Anhang W: Absorptionsspektrum von Eisen



Anhang X: Absorptionsspektrum von Eisen



Anhang Y: Berechnung der Magnetfelder am Kernort (Eisenabsorber)

$$\begin{aligned}
 j_g &= 1/2 & 1\text{Kernmagneton} &= 3,152\text{E-}15 \text{ keV/G} \\
 j_a &= 3/2 \\
 \mu_g &= 0,0903 \text{ nm} \\
 \mu_a &= -0,153 \text{ nm}
 \end{aligned}$$

	1. Peak	2. Peak	3. Peak	4. Peak	5. Peak	6. Peak
Δv (14,4keV-Lin in mm/s:	5,178	2,925	0,731	-0,925	-3,193	-5,417
ΔE (Peak - 14,4 in eV:	2,487E-07	1,405E-07	3,512E-08	-4,444E-08	-1,534E-07	-2,602E-07
korrigierte Ges in mm/s:	5,297	3,059	0,828	-0,828	-3,059	-5,297
m_g :	1/2	1/2	1/2	- 1/2	- 1/2	- 1/2
m_a :	3/2	1/2	-1/2	1/2	-1/2	-3/2
$k = \mu_g m_g / j_g - \mu_a m_a$	0,243	0,141	0,039	-0,039	-0,141	-0,243
$H = hv_0/c*(v-v_0)$ in kG:	331,847	329,961	321,182	321,182	329,961	331,847
Durchschnitt v	327,664					