

Praktikum der Physik für Fortgeschrittene



Holographie Holographische Interferometrie

Gruppennummer: 566
Betreuer: Bernd Heise

Peter Kächler
del_pedro@gmx.de

Michael Diez
m@dcomp.de

Ulm im Dezember 2003

1. THEORETISCHE GRUNDLAGEN	4
1.1. Einleitung	4
1.2. Die Maxwell'schen Gleichungen	4
1.3. Die Wellengleichung	5
1.4. Lösungen der Wellengleichung	6
1.4.1. Ebene Welle	7
1.4.2. Kugelwelle	7
1.4.3. Besselwelle	7
1.5. Interferenz und Kohärenz	8
1.5.1. Energiedichte und Intensität	8
1.5.2. Intensität zweier sich überlagernder Wellen gleicher Frequenz	8
1.5.3. Kohärenz	9
1.6. Der Laser	10
1.7. Holographie	12
1.7.1. In-Line- und Off-Axis-Hologramme	12
1.7.2. Fresnelsche Zonenplatte und Rekonstruktion	13
1.7.3. Weißlichtholographie	14
1.8. Holographische Interferometrie	15
1.8.1. Doppelbelichtungsverfahren	15
1.8.2. Zeitmittelverfahren	16
1.8.3. Echtzeitverfahren	18
2. VERSUCHSAUSWERTUNG	19
2.1. Entwicklungsverfahren	19
2.2. Holographisches Bild einer Schachfigur und einer Modelleisenbahn	19
2.3. Berechnung des Biegepeils im Doppelbelichtungsverfahren	21
2.4. Messung der Verdrehung einer Platte	23
2.5. Eigenschwingungen einer Aluminiumplatte	24
2.6. Weißlichthologramme	26
3. LITERATURVERZEICHNIS	27

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

<i>Abbildung 1: Youngscher Doppelspaltversuch</i>	9
<i>Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines Lasers</i>	10
<i>Abbildung 3: Unterschied in der Strahlung zwischen thermischer Lichtquelle und Laser</i>	10
<i>Abbildung 4: Prinzipien der spontanen Emission (a), induzierte Emission (b) und Absorption (c)</i>	11
<i>Abbildung 5: Energieniveauschema beim He-Ne Laser</i>	11
<i>Abbildung 6: In-Line-Hologramm</i>	12
<i>Abbildung 7: Off-Axis-Hologramm</i>	13
<i>Abbildung 8: Fresnelsche Zonenplatte</i>	14
<i>Abbildung 9: Weißlichthologramm</i>	14
<i>Abbildung 10: Bragg-Reflexion beim Weißlichthologramm</i>	15
<i>Abbildung 11: Wegunterschied durch Verschiebung des Objekts</i>	16
<i>Abbildung 12: Betragsquadrat der Besselfunktion nullter Ordnung</i>	17
<i>Abbildung 13: Versuchsaufbau Off-Axis-Holographie vor Ort</i>	19
<i>Abbildung 14: Holographisches Bild einer Schachfigur</i>	20
<i>Abbildung 15: holographisches Bild einer Modelleisenbahnlokomotive</i>	21
<i>Abbildung 16: zur Ermittlung der Biegepeile (links: 47 Streifen; rechts: 24 Streifen)</i>	21
<i>Abbildung 17: Interferenzstreifen auf der planparallelen Platte</i>	24
<i>Abbildung 18: Eigenschwingungen der eingespannten Platte</i>	26
<i>Abbildung 19: Weißlichthologramme eines 10 Cent Stücks und des Anhängers</i>	26

1. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

1.1. Einleitung

Der Name Holographie ist abgeleitet aus dem Griechischen (griech. Holos: ganz) und bezeichnet ein Verfahren welches gestattet, kohärente Wellenfelder nach Frequenz, Amplitude und Phase aufzuzeichnen. Die in einem Wellenfeld enthaltenen Informationen sind durch eben diese drei Größen charakterisiert. Das Verfahren ermöglicht es, dreidimensionale Abbildungen eines Objektes anzufertigen, auf speziellem Filmmaterial dauerhaft in Form eines Interferenzmusters zu speichern und dem Betrachter wiederum ein ebenso räumlichen Eindruck vom Objekt zu vermitteln, wie der Gegenstand selbst.

Das physikalische Prinzip der Holographie war bereits seit den zwanziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts bekannt, wurde allerdings erst 1948 von dem Physiker Dennis Gabor (1900 – 1979) weitergehend erforscht und im eigentlichen Sinne entwickelt. Dafür wurde er dann 1971 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet. Der Siegeszug der Holographie begann allerdings erst in den sechziger Jahren, da für die Aufnahme und Wiedergabe von holographischen Bildern eine kohärente und extrem starke Lichtquelle erforderlich ist, wie sie erst mit der Entwicklung des Lasers auf dem Markt vorhanden war. Gabor führte seine Experimente in Ermangelung eines Lasers noch mit Quecksilberdampflampen, verschiedenen Filtermechanismen und Blenden durch, um einen einigermaßen kohärenten Lichtstrahl zu erzeugen.

Während Hologramme im Alltag vor allem mit Kunstobjekten oder den Kennzeichnungen auf Scheckkarten und Geldscheinen in Verbindung gebracht werden (wobei letztere im eigentlichen Sinne keine Hologramme sind), liegt die enorme wissenschaftlich-technische Bedeutung der Holographie vor allem in der Anwendung der holographischen Interferometrie. Eine neuere Entwicklung im Bereich der Holographie ist die Nutzung von Hologrammen als Datenspeicher. Vorteile bestehen vor allem in der hohen Packungsdichte von Informationen und der Unempfindlichkeit gegen mechanische Zerstörung. So ist zum Beispiel auf jedem Teil des Hologramms, auch wenn es sich nur um ein Bruchstück handelt, die komplette Information über das gesamte Objekt enthalten und kann, wenn auch intensitätsschwach, rekonstruiert werden. Schließlich ist auch die hochauflösende Abbildung kleinster Objekte durch Holographie interessant, da ein Hologramm keine eingeschränkte Schärfentiefe besitzt.

1.2. Die Maxwell'schen Gleichungen

In diesem Abschnitt geht es um die Beschreibung des Lichts. Grundlage für diese Beschreibung sind die Maxwell'schen Gleichungen, welche gleichzeitig das Grundgerüst der gesamten Elektrodynamik bilden. Sie lauten in differentieller Schreibweise:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$$

Die Maxwellschen Gleichungen in integraler Form lauten:

$$\oint \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (5)$$

$$\oint \vec{D} d\vec{A} = \int \rho dV \quad (6)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} \quad (7)$$

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = \int \vec{j} d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{A} \quad (8)$$

Die integrale Form der Maxwellschen Gleichungen entstehen durch die Integralsätze von Stokes und Gauß aus den differentiellen Formen.

Die erste Gleichung besagt, dass das magnetische Feld keine Quellen oder Senken hat. Dies bedeutet, dass es keine magnetischen Monopole geben kann.

Die zweite Gleichung macht eine Aussage über die Quellen und Senken des D-Feldes, welche von der elektrischen Ladungsdichte ρ anhängig sind.

Weiter sagt die dritte Gleichung aus, dass ein zeitlich veränderliches Magnetfeld ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt und ist damit äquivalent zum Faradayschen Induktionsgesetz.

Schließlich geht aus der 4. Maxwellschen Gleichung hervor, dass Magnetfelder nicht nur von Strömen erzeugt werden, sondern auch von zeitlich veränderlichen elektrischen Feldern (genauer: der dielektrischen Verschiebung).

Die vier, in den Maxwell-Gleichungen vorkommenden Größen $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}, \mathbf{r}$ und \vec{j} werden durch die so genannten Materialgleichungen weiter bestimmt. Es gilt weiterhin:

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}) \quad \text{für isotrope, lineare Medien: } \vec{D} = \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \vec{B}(\vec{H}) \quad \text{für isotrope, lineare Medien: } \vec{B} = \mathbf{m}_0 \mathbf{m}_r \vec{H}$$

1.3. Die Wellengleichung

Zur Beschreibung der Eigenschaften des sichtbaren Lichts existieren, wie wir heute wissen, zwei gleichberechtigte Theorien. Zum einen die klassische Wellentheorie und zum anderen die quantenmechanische Beschreibung des Lichts, welche am Anfang des 20. Jahrhunderts entwickelt worden ist. Die erstgenannte Beschreibungsart ist die wesentliche für unseren Holographieversuch. Sichtbares Licht liegt im Wellenlängenbereich zwischen 400nm und 750 nm.

Licht als elektromagnetische Welle ist mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen beschreibbar. Das heißt, die allgemeine Wellengleichung für Licht lässt sich aus den Maxwellschen Gleichungen herleiten. Licht, an sich, ist, wenn man so will, eine Lösung der Wellengleichung.

Im Folgenden wollen wir nur die Lichtausbreitung im Vakuum betrachten. Für diesen Fall werden sich gewisse Vereinfachungen der Wellengleichung ergeben.

Da im Vakuum keine Ladungen auftreten gilt:

$$\rho = 0$$

$$\vec{j} = 0$$

$$\vec{D} = \mathbf{e}_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mathbf{m}_0 \vec{H}$$

Aus der 4. Maxwell'schen Gleichung folgt unter Verwendung von $\vec{j} = 0$, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$, sowie $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0}$,

$$\text{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \vec{E}, \text{ bzw. } \text{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}.$$

Multipliziert man die dritte Maxwell'sche Gleichung von Links im Sinne des Kreuzproduktes mit ∇ , vertauscht die partielle Zeitableitung und ∇ , bildet man also:

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{B} \text{ und verwendet die eben umgeformte Gleichung, so ergibt sich:}$$

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = -\epsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \vec{E}$$

Aus der Identität $\text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = \text{grad}(\text{div} \vec{E}) - \text{div}(\text{grad} \vec{E})$ und der 2. Maxwell'schen Gleichung $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ folgt nun die Wellengleichung:

$$\text{div}(\text{grad} \vec{E}) = \Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \vec{E} \quad (9)$$

Aus der Wellengleichung lässt sich die Phasengeschwindigkeit (hier: Vakuumlichtgeschwindigkeit) ableiten:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Dieser Zusammenhang zwischen den in der Elektrodynamik wichtigen Konstanten ϵ_0 und μ_0 , sowie der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum wurde ebenfalls von Maxwell gefunden.

1.4. Lösungen der Wellengleichung

Jede Lösung der Wellengleichung $\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ kann man im eigentlichen Sinne als Welle

bezeichnen. Gelöst werden kann die Gleichung, indem man als Lösungsansatz eine zweimal stetig differenzierbare Funktion wählt, die man als harmonische, ausgedehnten ebenen Welle bezeichnet.

Ihre Darstellung sieht wie folgt aus:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} \pm \omega t)} \quad (10)$$

Dabei stellt \vec{E}_0 die Amplitude, \vec{k} den Wellenvektor, der die Ausbreitungsrichtung der Welle angibt und

im Betrag $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ lautet, sowie ω die Kreisfrequenz der Welle dar.

Wichtige harmonische Wellen sind:

1.4.1. Ebene Welle

Unter einer ebenen Welle im Raum versteht man eine Welle, die zu bestimmten Zeiten t in allen Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung jeweils eine konstante Phase besitzt. Das bedeutet, dass das Skalarprodukt $\vec{k} \cdot \vec{r}$ an einem bestimmten Ort konstant ist.

Für die Welle gilt also:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} \pm \omega t)}$$

mit $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{const}$

Steht im Exponent ein „+“, so bedeutet dies, dass sich die Welle entgegen der Richtung des Wellenvektors ausbreitet, bei „-“ breitet sich die Welle in Richtung des Wellenvektors aus.

1.4.2. Kugelwelle

Eine weitere Lösung der Wellengleichung ist die Kugelwelle. Sie erhält eine große Bedeutung durch das Huygenssche Prinzip, wonach jeder von einer Welle erregte Raumpunkt, Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle ist. Eine Kugelwelle zeichnet sich dadurch aus, dass Ihre Phase für alle Punkte mit Abstand r vom Erregerzentrum, konstant ist. Des Weiteren fällt die Amplitude der Welle mit zunehmender Entfernung vom Erregerzentrum mit dem Faktor $\frac{1}{r}$ ab und kann daher (in großer

Entfernung) als ebene Welle angesehen werden

Die Gleichung für die Kugelwelle erhält man, wenn man die Wellengleichung gemäß den Kugelkoordinaten

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

umschreibt und löst.

Die Gleichung lautet:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\vec{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (r\vec{E}) = 0 \tag{11}$$

Ihre Lösung:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} e^{i(kr \pm \omega t)} \tag{12}$$

1.4.3. Besselwelle

Der Vollständigkeit halber sei noch die Besselwelle erwähnt, welche ebenfalls eine Lösung der Wellengleichung ist. Das einfachste, nichttriviale Beispiel einer beugungsfreien Besselwelle ist die fundamentale Besselwelle:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot J_0(\mathbf{a}\mathbf{r}) \cdot e^{-i(\omega t - \mathbf{b}z)} \tag{13}$$

mit:

$$\mathbf{b}^2 = k^2 - \mathbf{a}^2, \mathbf{b} \geq 0$$

$$0 < \mathbf{a} \leq k$$

$$\mathbf{r}^2 = x^2 + y^2$$

Die Besselfunktion J_0 ist quer zur Ausbreitungsrichtung rotationssymmetrisch und ist definiert durch:

$$J_0(\mathbf{a}\mathbf{r}) = \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_0^{2\mathbf{p}} e^{i\mathbf{a}\mathbf{r}\sin x} dz \quad (14)$$

1.5. Interferenz und Kohärenz

1.5.1. Energiedichte und Intensität

Die Intensität I einer elektromagnetischen Welle ist über die mittlere Energiedichte $\langle u \rangle$ ihres elektrischen Feldes definiert:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} \mathbf{e}_0 \mathbf{e} \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{E}}^* \quad (15)$$

$$I = c \langle u \rangle = \frac{1}{2} \mathbf{e}_0 c \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{E}}^* \quad (16)$$

Für die folgenden Betrachtungen genügt es jedoch die Intensität abgekürzt zu definieren:

$$I = |\bar{\mathbf{E}}|^2 = |\bar{\mathbf{E}}_0|^2 \quad (17)$$

1.5.2. Intensität zweier sich überlagernder Wellen gleicher Frequenz

Aus der Linearität der Wellengleichung folgt, dass eine Linearkombination von Lösungen der Wellengleichung wieder eine Lösung ist. Um das gesamte Wellenfeld $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ in einem beliebigen Raumpunkt zu erhalten, muss man die sich in dem Punkt überlagernden Teilwellen addieren (Superpositionsprinzip). Somit folgt für die Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}_{ges} &= \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{01} e^{i(\vec{\mathbf{k}}\vec{\mathbf{r}} + \omega t + \Phi_1)} + \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{i(\vec{\mathbf{k}}\vec{\mathbf{r}} + \omega t + \Phi_2)} \\ &= (\vec{\mathbf{E}}_{01} e^{i\Phi_1} + \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{i\Phi_2}) e^{i(\vec{\mathbf{k}}\vec{\mathbf{r}} + \omega t)} \end{aligned} \quad (18)$$

Damit ergibt sich für die Intensität nach (17) zu

$$\begin{aligned} I &= \vec{\mathbf{E}}_{ges} \vec{\mathbf{E}}_{ges}^* \\ &= (\vec{\mathbf{E}}_{01} e^{i\Phi_1} + \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{i\Phi_2}) (\vec{\mathbf{E}}_{01} e^{-i\Phi_1} + \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{-i\Phi_2}) \\ &= |\vec{\mathbf{E}}_{01}| |\vec{\mathbf{E}}_{02}| + \vec{\mathbf{E}}_{01} \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{i(\Phi_1 - \Phi_2)} + \vec{\mathbf{E}}_{01} \vec{\mathbf{E}}_{02} e^{-i(\Phi_1 - \Phi_2)} \\ &= I_1 + I_2 + 2 \vec{\mathbf{E}}_{01} \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \end{aligned} \quad (19)$$

Die Intensität der überlagerten Wellen ergibt sich also aus der Summe der Einzelintensitäten und einem Interferenzterm.

1.5.3. Kohärenz

Aus Gleichung (19) ist ersichtlich, dass Interferenz nur beobachtet werden kann, wenn sich die Phasendifferenz der Wellen in einem festen Raumpunkt um weniger als 2π ändert, ansonsten mittelt sich der Interferenzterm heraus. Wenn die zwei Teilwellen diese Bedingung erfüllen heißen sie **zeitlich kohärent**. Die maximale Zeitspanne Δt_c , während der sich die Phasendifferenz um höchstens 2π ändert, heißt Kohärenzzeit. Damit verknüpft ist die Kohärenzlänge, die Strecke, die die Lichtwelle während der Kohärenzzeit zurücklegt ($l = c\Delta t_c$).

Wird ein Lichtstrahl in zwei Strahlen aufgeteilt und die zwei Strahlen danach zur Interferenz gebracht (wie im Versuch) muss die Kohärenzlänge beachtet werden. Der Wegunterschied der beiden Strahlen darf die Kohärenzlänge nicht überschreiten, sonst kann keine Interferenz festgestellt werden.

Auch die räumliche Ausdehnung der Lichtquelle ist für Interferenzphänomene von Bedeutung. Dazu betrachtet man den Youngschen Doppelspaltversuch.

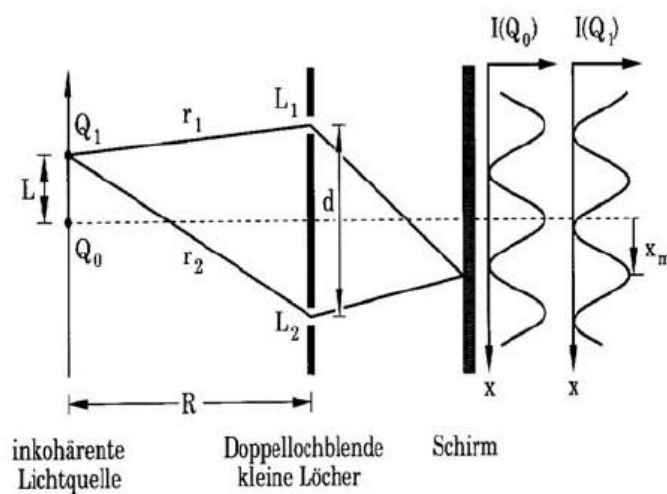


Abbildung 1: Youngscher Doppelspaltversuch

Aus dem Huygensschen Prinzip, dass jeder Punkt der Lichtquelle eine elementare Kugelwelle aussendet, und aus geometrischen Überlegungen kommt man auf eine Beziehung für die maximale Ausdehnung der Lichtquelle:

$$\frac{d \cdot L}{R} < \frac{\lambda}{2} \quad (20)$$

Der Laser

Das Wort Laser ist ein Kunstwort und ist eigentlich eine Abkürzung für Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation was wörtlich übersetzt Lichtverstärkung durch stimulierte Strahlungsemission bedeutet.

Jeder Laser besteht im Prinzip aus drei Komponenten: erstens einem aktiven Lasermedium, von dem die Eigenschaften des Lasers weitestgehend bestimmt werden. Als aktives Medium kann dieses ein Gas, ein Kristall oder eine Diode. In unserem Fall hatten wir als aktives Medium ein Helium-Neon Gemisch.

Die zweite, wesentliche Komponente eines Lasers ist der Pumpmechanismus, über den dem Lasermedium Energie zugeführt wird, z.B. eine Blitzlampe oder eine elektrisch betriebene Gasentladung; und drittens der Laserresonator. Der Laserresonator ist ein System aus Spiegeln und anderen optischen Elementen, welche für die Rückkopplung und damit für die induzierte Emission der Strahlung sorgen. Eine schematische Darstellung des Aufbaus eines Lasers zeigt nachfolgende Abbildung:

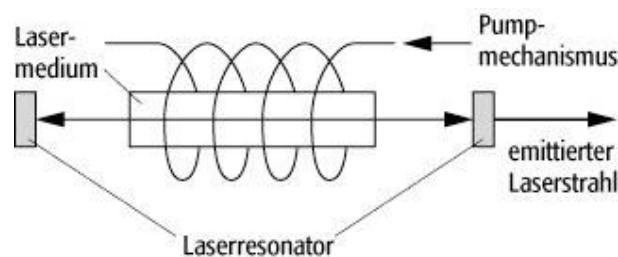


Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines Lasers

Wie bereits erwähnt, stellt der Laser das Herzstück der Holographie dar, da es beim Aufzeichnen von Hologrammen auf eine leistungsfähige, kohärente und monochromatische Lichtquelle ankommt. All diesen Anforderungen genügt der Laser und eben diese Anforderungen waren auch der ursprüngliche Antrieb zur Entwicklung des Lasers.

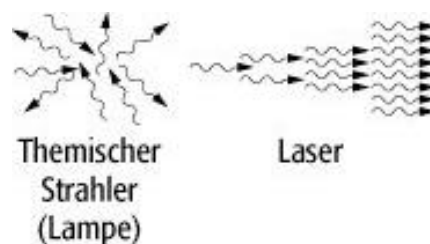


Abbildung 3: Unterschied in der Strahlung zwischen thermischer Lichtquelle und Laser

Die theoretische Voraussetzung für die Entwicklung des Laserprinzips war die Quantenmechanik und insbesondere ihre Konzepte der Besetzung von diskreten Energieniveaus und des Welle-Teilchen-Dualismus und der induzierten Emission.

Man unterscheidet zwischen spontaner Emission, wobei ein Photon der Energie $h\nu$ ohne äußere Einwirkung von einem angeregten Atom oder Molekül ausgesandt werden kann und der induzierten Emission, wobei die Aussendung des Photons gezielt gewünscht wird.

Bei beiden Emissionsvorgängen verliert das emittierende Atom Energie und geht über in einen Besetzungszustand niedrigerer Energie, welcher gerade $h\nu$ unter dem Ausgangszustand liegt.

Bei der spontanen Emission werden die Photonen isotrop, d.h. mit gleicher Wahrscheinlichkeit in alle Raumrichtungen und mit unterschiedlichen Frequenzen (Energien) abgestrahlt.

Befindet sich ein angeregtes Atom jedoch in einem geeigneten Strahlungsfeld, dann kann es auch zur induzierten Emission kommen, bei der das emittierte Photon dieselbe Phase, Frequenz und Richtung besitzt, wie das erste, induzierte Photon. Dieser Sachverhalt versucht untenstehende Skizze zu verdeutlichen.

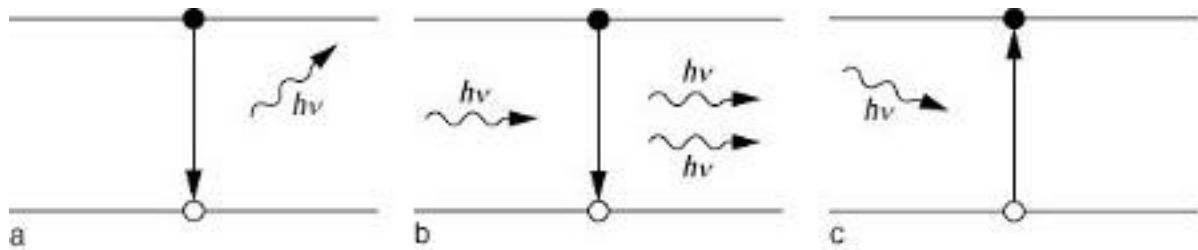


Abbildung 4: Prinzipien der spontanen Emission (a), induzierte Emission (b) und Absorption (c)

Die Quantenmechanik sagt, dass umso stärker das Strahlungsfeld ist eher Photonen induziert als emittiert werden. Des weiteren gilt, dass im Resonator rückgekoppelte Photonen eher absorbiert werden, wenn sich mehr Teilchen im unteren der beiden energetischen Zustände befinden. Sind dann mehr als die Hälfte der Teilen in dem energetisch höheren Niveau, so bezeichnet man diesen Zustand als Besetzungsinversion. Hierauf baut die Idee des Lasers aus. Ziel ist es, genügend Teilchen in einen energetisch angerechten Zustand zu versetzen, aus welchem dann Photonen mit gewünschter Energie und damit gewünschter Frequenz emittiert werden können. Durch die Rückkopplung wird dafür gesorgt, dass die Emission induziert abläuft und daher ein möglichst großer Teil der Strahlung die selbe Phase, Frequenz und Richtung besitzt, damit kohärent, monochromatisch und gebündelt ist. In unserem Versuch verwendeten wir einen He-Ne-Laser.

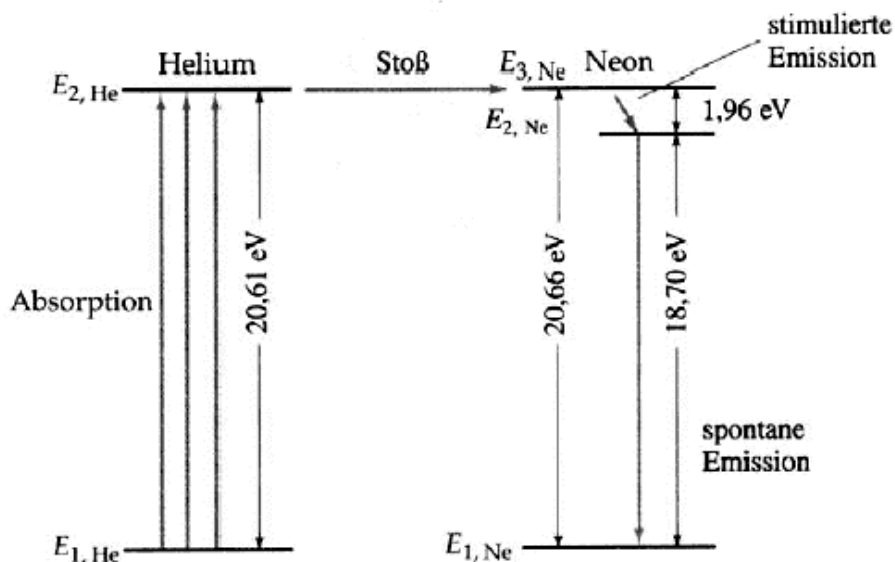


Abbildung 5: Energieniveauschema beim He-Ne Laser

Abbildung 5 zeigt die Energieniveaus, welche beim He-Ne-Laser letztendlich zur Strahlung beitragen. Durch optisches Pumpen werden Helium Atome in einen Zustand $E_{2,He}$, der 20,61eV über dem Grundzustand liegt, übergeführt. Um weitere 0,05eV darüber liegt ein angeregter Zustand des Neon Atoms, hier mit $E_{3,Ne}$ bezeichnet. Neonatome gelangen nun durch Stöße mit den Heliumatomen in eben diesen angeregten Zustand $E_{3,Ne}$. Die Energiedifferenz der 0,05eV stammt aus der kinetischen Energie der Heliumatome. Da der Zustand der Neonatome mit der Energie $E_{3,Ne}$ nicht stabil ist, lässt sich nun durch Stimulation eine induzierte Emission herbeiführen, bei welcher die Neonatome in den normalerweise unbesetzten, metastabilen Zustand $E_{2,Ne}$ übergehen und dabei ein Photon der Energie 1,96eV emittieren. Diese Energie entspricht gerade einer Wellenlänge von 632,8 nm, was einem intensiv roten Licht gleichkommt.

1.6. Holographie

Wie bereits erwähnt, ist der Grundgedanke der Holographie die Aufzeichnung aller Eigenschaften einer von einem Objekt kommenden Lichtwelle auf einer Photoplatte. Man speichert nicht nur, wie bei der Photographie, die Intensitätsverteilungen auf einem Film, sondern zusätzlich das Interferenzmuster des Gegenstandes, in welchem die Daten zur Rekonstruktion des Objektes stecken.

Technisch wird eine solche Aufnahme dadurch möglich, dass man mit einer Strahlungsquelle, meist einem Laser, eine kohärente, monochromatische Welle erzeugt, diese mit Hilfe eines Strahlteilers in eine Referenzwelle und eine Objektwelle teilt. Letztere wird mit Spiegeln auf das Objekt gelenkt, von diesem gestreut und mit der ungestreuten Referenzwelle auf dem zu belichtenden holographischen Material überlagert und zur Interferenz gebracht, so dass sich ein der Phaseninformation der Objektwelle entsprechendes Interferenzmuster bildet. Beleuchtet man das entwickelte Hologramm mit einer identischen Referenzwelle, wo wird aus dem im Hologramm gespeicherten Interferenzmuster das ursprüngliche Wellenfeld rekonstruiert.

Zur Aufnahme von Hologrammen gibt es zwei verschiedene Aufbauten:

1.6.1. In-Line- und Off-Axis-Hologramme

Gabor stellte seine Hologramme als In-Line-Hologramme her, die nach ihm auch Gabor-Hologramme genannt werden. Den Aufbau zeigt Abbildung 6.

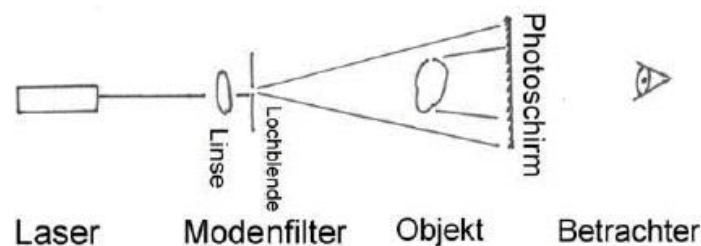


Abbildung 6: In-Line-Hologramm

Nachteile beim In-Line-Verfahren sind, dass nur transparente Objekte aufgenommen werden können, und dass virtuelles und reelles Bild und der ungebeugte Strahl auf einer Linie liegen. Das virtuelle Bild kann nur gegen den hellen Hintergrund des ungebeugten Strahls beobachtet werden. Das reelle Bild wird außer vom ungebeugten Strahl noch von dem Wellenfeld, das vom virtuellen Bild ausgeht, überlagert (Twin-Image-Problem).

Ein Vorteil ist hingegen, dass an die Lichtquelle nur geringe Kohärenzanforderungen gestellt werden, da praktisch kein Gangunterschied zwischen Referenz- und Objektwelle vorhanden ist.

Das Off-Axis-Verfahren (Leith-Upatnieks-Hologramm) räumt die Nachteile des In-Line-Verfahrens aus. Hierbei wird der Laser-Strahl durch einen Strahlteiler in Objekt- und Referenzstrahl aufgeteilt. Der Referenzstrahl wird direkt auf den Photoschirm gelenkt, während mit dem Objektstrahl das Objekt beleuchtet wird. Der Objektstrahl wird am Objekt gestreut und interferiert auf dem Photoschirm mit der ebenen Referenzwelle.

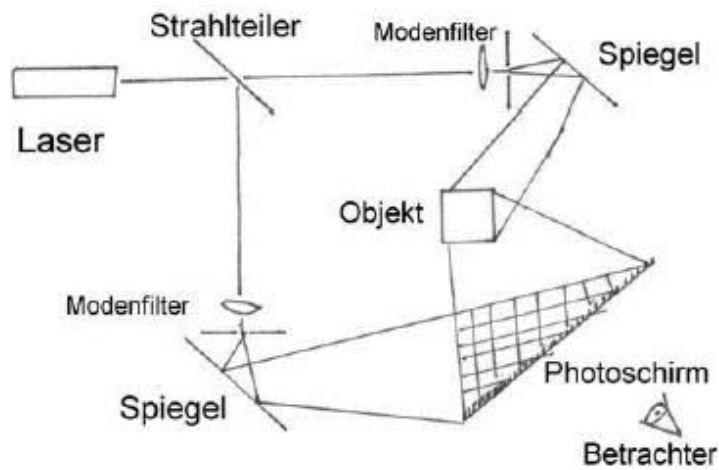


Abbildung 7: Off-Axis-Hologramm

1.6.2. Fresnelsche Zonenplatte und Rekonstruktion

Interferiert eine Kugelwelle mit einer ebenen Welle bildet sich als Interferenzmuster eine Fresnelsche Zonenplatte, d.h. konzentrische Kreise, deren Durchmesser nach außen hin abnehmen. Die Fresnelsche Zonenplatte hat eine interessante Eigenschaft: sie wirkt wie eine Sammellinse. D.h. wird die Zonenplatte mit der ebene Welle beleuchtet, wird diese auf den Ausgangspunkt der Kugelwelle fokussiert.

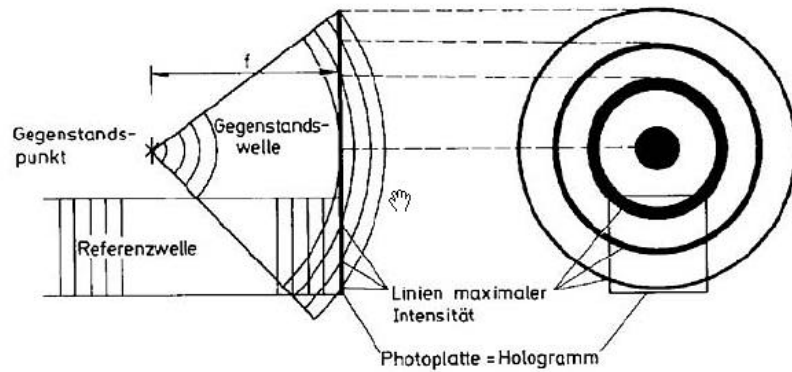


Abbildung 8: Fresnelsche Zonenplatte

Damit lässt sich das Zustandekommen eines Hologramms erklären: Jeder Punkt der Oberfläche des Objekts strahlt bei Beleuchtung mit der Objektwelle nach dem Huygensschen Prinzip eine elementare Kugelwelle aus, die mit der ebenen Referenzwelle interferiert. Auf der Photoplatte entsteht somit eine Überlagerung von Fresnelschen Zonenplatten von aller Oberflächenpunkte des Objekts. Bei der Rekonstruktion wird das Hologramm mit der Referenzwelle bestrahlt, somit wird jeder Punkt der Oberfläche rekonstruiert, und damit das komplette Bild des Objektes.

1.6.3. Weißlichtholographie

Ein Weißlichthologramm wird mit folgendem Aufbau hergestellt. Die Photoemulsion der Photoplatte zeigt zum Objekt.

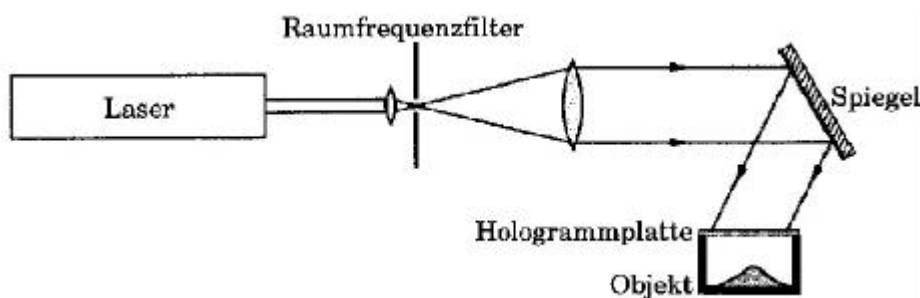


Abbildung 9: Weißlichthologramm

Der Laserstrahl ist hier gleichzeitig Referenz- und Objektstrahl. Der Strahl dringt durch die Photoplatte und schwärzt diese (Referenzstrahl) und trifft auf das hinter der Photoplatte stehende Objekt. Ein Teil wird vom Objekt reflektiert und trifft wiederum auf die Photoplatte.

Das Besondere an einem Weißlichthologramm ist, dass der Rekonstruktion keine kohärente Lichtquelle benötigt wird, das Bild kann mit einer Lichtquelle mit kontinuierlichem Spektrum, z.B. einer Glühlampe oder Sonnenlicht, rekonstruiert werden.

Da die ebene Referenzwelle eine sehr viel größere Intensität als die Objektwelle hat, entstehen in der Photoemulsion v.a. zur Oberfläche parallele Interferenzstreifen. Das entwickelte Hologramm wirkt somit wie ein Bragg-Gitter. Es tritt gemäß der Bragg-Bedingung $n\lambda = 2d \sin \alpha$ konstruktive Interferenz

auf. Es gibt je nach Blickwinkel eine Wellenlänge, die die Bragg-Bedingung erfüllt. Deshalb ändert sich die Farbe des Hologramms mit dem Betrachtungswinkel.

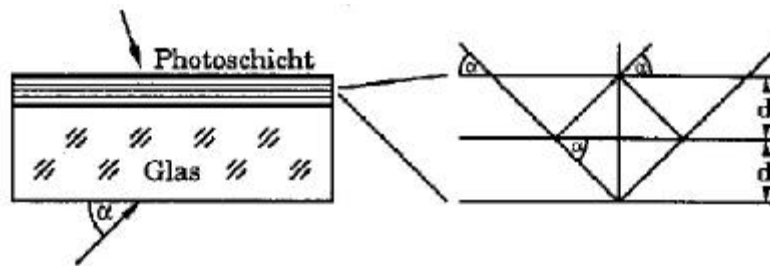


Abbildung 10: Bragg-Reflexion beim Weißlichthologramm

1.7. Holographische Interferometrie

Die holographische Interferometrie ist ein Verfahren zur Untersuchung von kleinsten Veränderungen (im Bereich der Lichtwellenlänge) am Untersuchungsobjekt. Im Gegensatz zur herkömmlichen Interferometrie (z.B. mit dem Michelson-Interferometer) wird kein Vergleichsobjekt benötigt. Das Objekt wird zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommen, bei der Rekonstruktion der Bilder scheint es, als ob die verschiedenen Zustände des Objekts gleichzeitig existieren, wodurch Interferenzphänomene entstehen.

1.7.1. Doppelbelichtungsverfahren

Mit Doppelbelichtungsverfahren ist es möglich kleine Verformungen und Veränderungen am Objekt festzustellen und zu vermessen.

Hierzu wird ein Hologramm des Objektes angefertigt. Die Photoplatte wird jedoch nicht entwickelt, sondern es wird eine kleine Verformung am Objekt vorgenommen und wieder belichtet.

Bei der Rekonstruktion des entwickelten Hologramms werden dann beide Zustände des Objekts gleichzeitig rekonstruiert. Durch die Verformung erscheint das Bild mit Interferenzstreifen überzogen.

Für die folgende Betrachtung wird von einer Verformung senkrecht zur Probenoberfläche ausgegangen.

Da nur sehr kleine Objektverformungen betrachtet werden, kann die Amplitude beider Wellenfelder als konstant angenommen werden, nur die Phase ändert sich:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{01} &= E e^{i\Phi_1} \\ \vec{E}_{02} &= E e^{i\Phi_2} \end{aligned} \quad (21)$$

Nach (19) ergibt sich für die Intensität:

$$I = 2E^2 (1 + \cos(\Phi_1 - \Phi_2)) \quad (22)$$

Die Phasendifferenz $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ ist von der Wegdifferenz der zwei Strahlen abhängig.

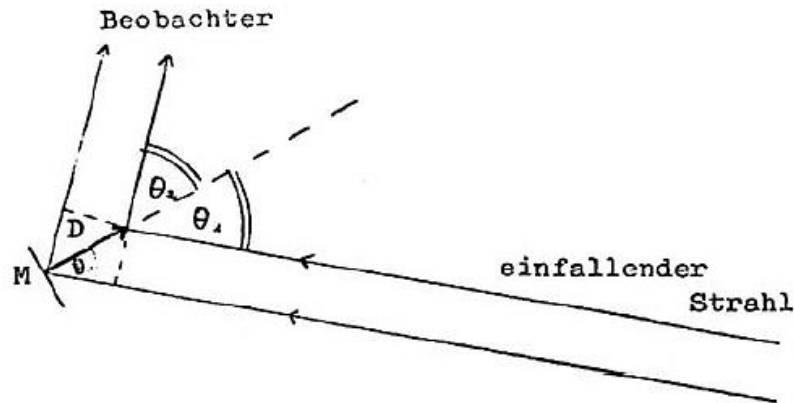


Abbildung 11: Wegunterschied durch Verschiebung des Objekts

Wie aus dem Bild ersichtlich ist gilt für die Wegdifferenz d bei einer Auslenkung um D :

$$d = D(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \quad (23)$$

Somit ergibt sich für die Phasendifferenz

$$\Delta\Phi = \frac{2p}{I} D(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \quad (24)$$

Unter Verwendung des Additionstheorem des Kosinus $\cos^2\left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{1+\cos x}{2}$ erhält man für die Intensität

$$I = 4E^4 \cos^2\left(\frac{p}{I} D(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)\right) \quad (25)$$

Die Intensität ändert also wie $\cos^2 x$, wobei ihr Argument nur von der Verschiebung D und einem konstanten Faktor abhängt.

Zwei benachbarte Interferenzstreifen sind verursacht durch eine Verschiebung von

$$D = \frac{I}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \quad (26)$$

Für N Streifen ergibt sich analog

$$D = \frac{(N-1)I}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \quad (27)$$

1.7.2. Zeitmittelverfahren

Das Zeitmittelverfahren wird verwendet um schwingende Objekte zu analysieren.

Man kann sich dieses Verfahren als Verallgemeinerung des Doppelbelichtungsverfahrens vorstellen. Statt nur zwei Objektzustände aufzunehmen denkt man sich die Belichtungszeit in sehr viele kurze Belichtungsintervalle zerlegt, in denen der Zustand des Objektes als konstant angenommen wird.

Es werden wieder nur kleine Veränderungen des Objektes betrachtet, d.h. das Objekt schwingt mit kleiner Amplitude.

Die komplexe Amplitude $\hat{\vec{E}}_0 = \vec{E}_0 e^{i\Phi(t)}$ über die Belichtungszeit gemittelt ergibt

$$\langle \hat{E}_0 \rangle = \frac{1}{T} \bar{E}_0 \int_0^T e^{i\Phi(t)} dt \quad (28)$$

Wird eine sinusförmige Schwingung des Objektes unterstellt ergibt sich der Wegunterschied ähnlich zum Doppelbelichtungsverfahren zu

$$d(t) = D \sin(\omega t) (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \quad (29)$$

Somit ergibt sich die Phase zu

$$\Phi(t) = \frac{2p}{l} D \sin(\omega t) (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \quad (30)$$

Eingesetzt in (28) ergibt sich

$$\langle \hat{E}_0 \rangle = \frac{1}{T} \bar{E}_0 \int_0^T e^{i \frac{2p}{l} D \sin(\omega t) (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)} dt \quad (31)$$

Daraus ergibt sich die Intensität zu

$$I = \left| \langle \hat{E}_0 \rangle \right|^2 = \left| \frac{1}{T} \bar{E}_0 \int_0^T e^{i \frac{2p}{l} D \sin(\omega t) (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)} dt \right|^2 \quad (32)$$

$$= |\bar{E}_0|^2 \left| J_0 \left(\frac{2p}{l} D (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \right) \right|^2$$

wobei J_0 die Besselfunktion nullter Ordnung ist.

Die Nullstellen der Besselfunktion geben die Stellen mit verschwindender Intensität an, beim Betrachten also die schwarzen Streifen. Sie stellen die Schwingungsbäuche dar. Stellen maximaler Intensität sind Schwingungsknoten.

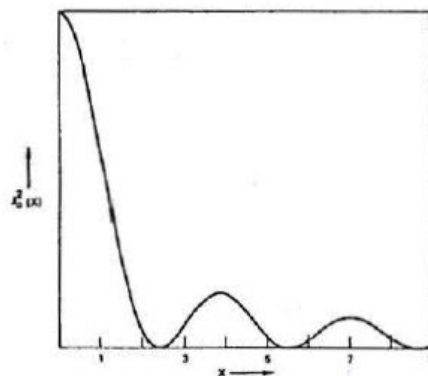


Abbildung 12: Betragsquadrat der Besselfunktion nullter Ordnung

Sei x_n eine Nullstelle der Besselfunktion, so gilt für die Amplitude des entsprechenden schwarzen Streifens

$$D_n = \frac{x_n}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \frac{l}{2p} \quad (33)$$

Die Ordnung n der schwarzen Streifen wird von den Knoten aus gezählt. Der erste schwarze Streifen neben einem Knoten entspricht einer Amplitude von

$$D_1 = \frac{x_1}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \frac{l}{2p} \quad (34)$$

1.7.3. Echtzeitverfahren

Mit der Echtzeitholographie ist es möglich Veränderungen am Objekt direkt zu erkennen.

Hierzu wird ein Hologramm des Objekts angefertigt und entwickelt. Das Hologramm muss danach exakt an Stelle gebracht werden, an der es während der Aufnahme war (**Repositionierung**). Das muss mit einer Genauigkeit im Bereich der Lichtwellenlänge geschehen. Dieses Problem lässt sich umgehen, wenn die Photoplatte in der Halterung entwickelt werden kann. Ist dies nicht möglich wird das Hologramm mit dem Referenzstrahl und das Objekt mit dem Objektstrahl beleuchtet. Das rekonstruierte Bild interferiert dann mit dem durch den Objektstrahl erzeugten Bild des Objektes. Solange das Hologramm nicht exakt repositioniert ist sind Interferenzstreifen sichtbar.

Damit ist auch schon das Prinzip der Echtzeitholographie erläutert: Das rekonstruierte Bild interferiert mit dem Bild des Objektes. Somit ist ein Vergleich des Objektes im Originalzustand (im Hologramm gespeichert) mit dem veränderten Objekt möglich.

Der Vorteil des Echtzeitverfahrens liegt darin, dass viele verschiedene Veränderungen untersucht werden können, ohne dass jeweils ein neues Hologramm angefertigt werden muss.

Allerdings muss ein schwächerer Kontrast der Interferenzstreifen bei schwingenden Objekten hingenommen werden, die Intensität ergibt sich nämlich zu

$$I = 2 \left| \vec{E}_0 \right|^2 \left(1 + J_0 \left(\frac{2p}{l} (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_1) \right) \right) \quad (35)$$

Des weiteren halbiert sich die Zahl der Interferenzstreifen.

Bei statischen Deformationen ergibt sich hingegen dasselbe Bild wie beim Doppelbelichtungsverfahren.

2. VERSUCHSAUSWERTUNG

2.1. Entwicklungsverfahren

Bei der Erstellung der Hologramme (ausgenommen der Weißlichtholographie) wurde die holographische Platte 90 Sekunden lang belichtet.

Bei dem Biegepeil wurde zwei mal 45 Sekunden lang belichtet. Bei den Weißlichthologrammen haben wir die Belichtungszeit zwischen 12 und 17 Sekunden variiert.

Nach der Belichtung wurden die Platten in völliger Dunkelheit aus ihrer Halterung entnommen und 2 Minuten lang in den Entwickler getaucht. Nach einem kurzen Wasserbad wurden sie für weitere vier Minuten in den Fixierer gelegt. Nach einem abschließenden Wasserbad konnten die Platten vor einem Gebläseofen langsam getrocknet werden.

2.2. Holographisches Bild einer Schachfigur und einer Modelleisenbahn

Zuerst haben wir uns nach der Einführung von Herrn Heise nochmals mit dem Versuchsaufbau, wie er in Abbildung 13 gezeigt ist, vertraut gemacht. Dabei haben wir die optischen Einheiten (Raumfilter, Spiegel etc.) von Ihrer Position entfernt, verstellt und neu positioniert. Dazu ist zu sagen, dass dies an sich schon eine sehr diffizile Aufgabe war. Uns gelang es erst wieder nach langem Probieren einen gut fokussierten und aufgeweiteten (d.h. ohne Interferenzringe) Laserstrahl zu erzeugen.

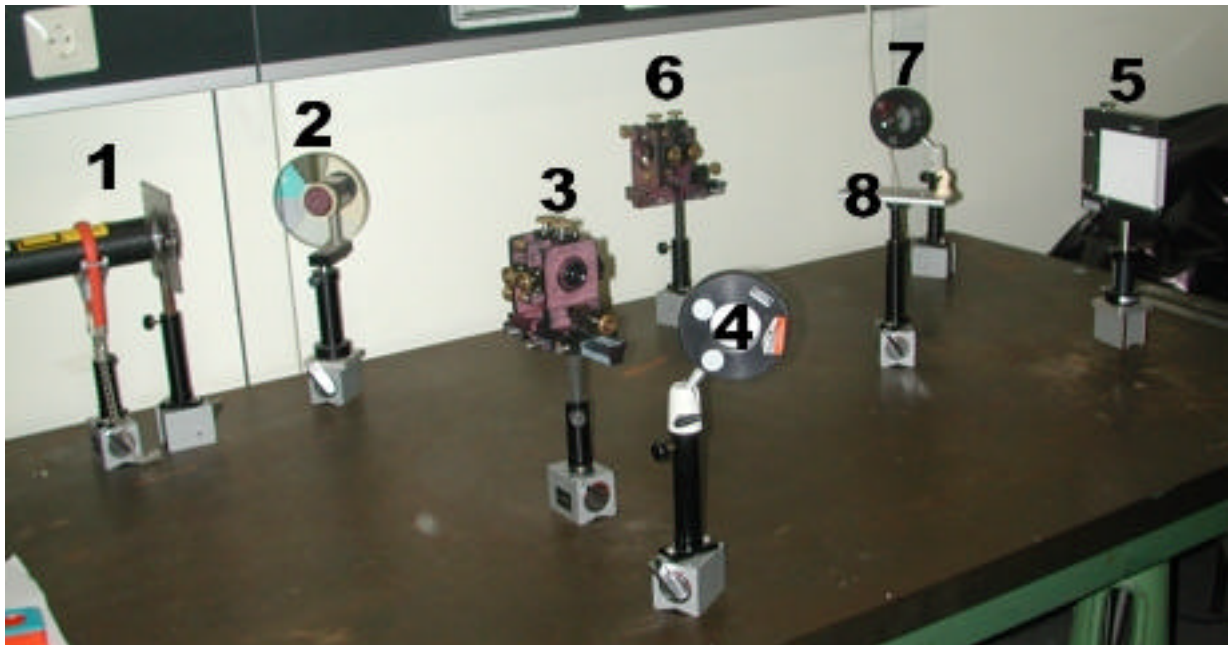


Abbildung 13: Versuchsaufbau Off-Axis-Holographie vor Ort

Der Versuchsaufbau war gemäß Abbildung 7 angeordnet. Die im nachfolgenden Absatz erwähnten Nummern beziehen sich auf Abbildung 13.

Der Laserstrahl, ausgehend vom He-Ne-Laser (1), trifft auf den Strahlteiler (2) und kann über diesen in mit verschiedenen Intensitäten durchgelassen, bzw. um 90° abgelenkt werden. Der Strahlteiler (2)

konnte auf ein Reflexionsvermögen von 5%, 10%, 20%, 30%, 40% oder 50% eingestellt werden. Das heißt, der Referenzstrahl hat dann eine Intensität von z.B. 5% des emittierten Laserlichts. Wir verwendeten für alle unsere Aufnahmen eine Reflexion von 5%. Der Referenzstrahl geht nach dem Strahlteiler durch den Modenfilter (3), der aus einer Anordnung von Linsen bestand. Daraufhin wird er über den Spiegel (4) auf die holographische Platte (5) umgelenkt.

Der durch den Strahlteiler transmittierte Objektstrahl passiert ebenfalls einen Modenfilter (6), der im Aufbau dem Modenfilter (3) entspricht. Danach wird er über den Spiegel (7) auf das Objekt (8) umgelenkt. Das Objekt (8) reflektiert, bzw. streut den Strahl auf die holographische Platte (5) und bringt ihn dort mit dem Referenzstrahl zur Interferenz.

Um ein erstes Erfolgserlebnis zu haben, haben wir als erstes ein Hologramm von einer Schachfigur angefertigt. Dabei ist uns als störend aufgefallen, dass der Tisch, auf dem das Objekt positioniert wird, sehr spiegelt und im eigentlichen Hologramm eher störend auftritt. Diese reflektierende Eigenschaft habe wir versucht durch schwarzes Klebeband, bzw. schwarzen Karton zu unterbinden.

Als zweites Hologramm nahmen wir dann eine von uns mitgebrachte Modelllokomotive auf. Die Bilder sind nachfolgend zu sehen.



Abbildung 14: Holographisches Bild einer Schachfigur

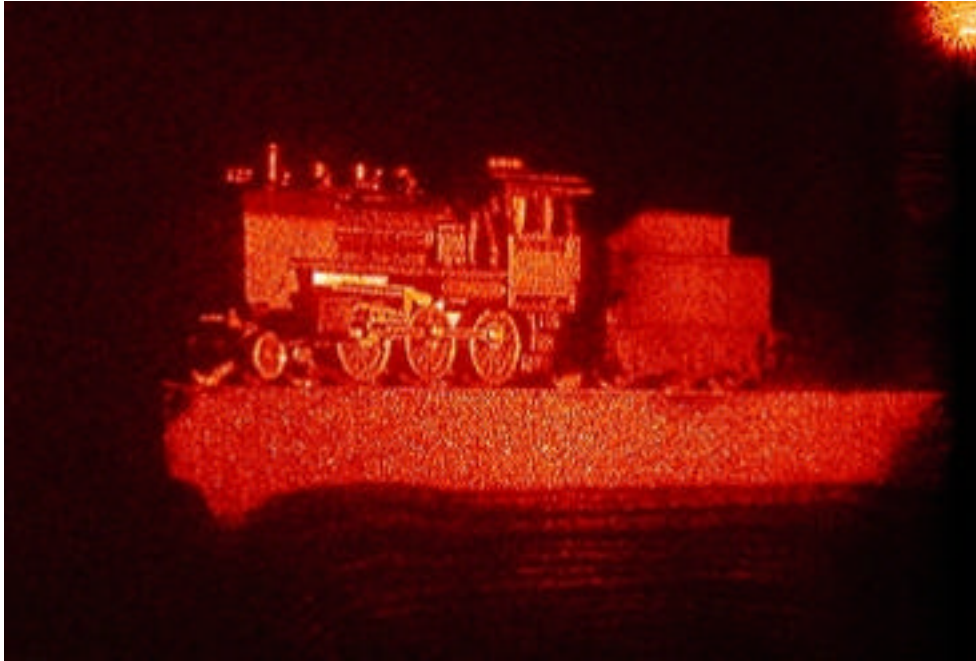


Abbildung 15: holographisches Bild einer Modelleisenbahnlokomotive

2.3. Berechnung des Biegepeils im Doppelbelichtungsverfahren

Nach diesen tollen Ergebnissen machten wir uns dann an die eigentliche Aufgabenstellung für diesen Versuch.

Für diesen Versuchsteil wurde ein am oberen Ende eingespannter Stahlbalken im Doppelbelichtungsverfahren abgelichtet. Zwischen den beiden, jeweils 45 Sekunden dauernden Aufnahmen, wurde der Stahlbalken (in absoluter Dunkelheit!) mit einer Mikrometerschraube Idealerweise um 1 Skalenteil (das entspricht $10\mu\text{m}$) ausgelenkt.

Nach dem Entwickeln und der Rekonstruktion mit dem Referenzstrahl konnten wir anhand der Anzahl der Interferenzstreifen feststellen, dass die Auslenkung wohl doch nicht nur ein Skalenteil gewesen sein musste. Siehe hierzu untenstehende Abbildung 16 (links).



Abbildung 16: zur Ermittlung der Biegepeile (links: 47 Streifen; rechts: 24 Streifen)

Da eine genaue Angabe der Interferenzstreifen bei diesem Hologramm uns fast unmöglich erschien, entschieden wir uns diesen Versuch zu wiederholen und legten diesmal mehr Augenmerk auf die nicht ganz einfache Aufgabe, die Mikrometerschraube um nur ein Skalenteil zu verdrehen. Wir wollen aber trotzdem versuchen den Biegepeil dieses Hologramms zu ermitteln. Abbildung 16 (rechts) hingegen zeigt, dass wir beim zweiten Versuch offensichtlich ein geschickteres Händchen hatten.

Mit Hilfe der Gleichung (27) und der Anzahl der Interferenzstreifen lässt sich nun der Biegepeil berechnen. Schätzt man noch die Auslenkung vom ersten bis zum letzten dunklen Streifen bis zum Balkenende mit jeweils

$$\frac{1}{2} \frac{I}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \quad (36)$$

ab, so ergibt sich für die gesamte Auslenkung:

$$D = \frac{NI}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} \quad (37)$$

Gehen wir nun davon aus, dass wir uns bei dem Abzählen der Interferenzstreifen N nicht verzählt haben und nehmen wir außerdem an, dass die Wellenlänge des He-Ne Lasers konstant $632,8\text{nm}$ betrug, so ergibt sich der Größtfehler mit der Gleichung:

$$\Delta D = \frac{NI}{(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)^2} (\sin \Theta_1 \Delta \Theta_1 + \sin \Theta_2 \Delta \Theta_2) \quad (38)$$

	Abbildung 16 links	Abbildung 16 rechts
Anzahl N der Interferenzstreifen	47	24
Θ_1	$(45 \pm 5)^\circ$	$(53 \pm 5)^\circ$
Θ_2	$(43 \pm 5)^\circ$	$(38 \pm 5)^\circ$
An Mikrometerschraube abgelesene Auslenkung:	$22\mu\text{m}$	$10\mu\text{m}$
Berechneter Biegepeil:	$(20,68 \pm 1,93)\mu\text{m}$	$(10,92 \pm 1,09)\mu\text{m}$

Wie anhand obiger Tabelle sehr schön zu sehen ist, ist die Bestimmung des Biegepeils mit Hilfe der holographischen Interferometrie eine extrem genaue Methode. Unsere gemessenen Werte verifizieren in den Fehlerschranken die abgelesenen Werte der Mikrometerschraube. Wobei wir uns kein Urteil erlauben möchte, welche Werte wohl genauer sind, die der Schraube, oder die anhand der Interferenz ermittelten Werte. Die gemessenen Werte haben dahingehend einen Nachteil, dass die Winkel Θ_1 und Θ_2 nur sehr ungenau bestimmt werden konnten (mit Geodreieck und Augenmaß). Gäbe es eine Möglichkeit diesen Ablesefehler zu minimieren, ist die Messung per holographischer Interferometrie sicherlich dem Ablesen der Schraubenskala vorzuziehen.

2.4. Messung der Verdrehung einer Platte

Auch diesem Versuchsteil lag wieder das Doppelbelichtungsverfahren zu Grunde.

Diesmal wurde nur statt des Balkens in Abschnitt 2.3 eine drehbare Platte als Objekt in den Strahlengang gestellt, welche nach der ersten Belichtung minimal um ihre Standachse verdreht und erneut 45 Sekunden lang belichtet wurde.

Um jetzt einen Zusammenhang zwischen dem Drehwinkel und den auf der Mikrometerschraube aufgetragenen Skalenteilen herzustellen und damit das gemessene mit dem errechneten Ergebnis vergleichen zu können, muss zunächst die Mikrometerskala in Winkelgrad umgerechnet werden.

Wir haben während des Versuches folgenden Zusammenhang zwischen einem Skalenteil der Schraube und der Winkelverdrehung festgestellt:

$$\begin{aligned} 15,5 \text{ Umdrehungen} &= 775 \text{ Skalenteile} = 7,75 \text{ mm entsprechen } 10^\circ \\ 31 \text{ Umdrehungen} &= 1550 \text{ Skalenteile} = 15,5 \text{ mm entsprechen } 20^\circ \end{aligned}$$

Wie wir nach der Entwicklung der Platte ablesen, haben wir die Mikrometerschraube um $9\mu\text{m}$ verstellt. Die entspricht einer Plattendrehung von $0,01161^\circ$, was wiederum $2,027 \cdot 10^{-4}$ rad gleichkommt.

Aus dem Anleitungsheft „Praktikum der Physik für Fortgeschrittene“ entnimmt man für die Beziehung der Anzahl N der Interferenzstreifen und dem Drehwinkel \mathbf{a} in [rad] der Platte folgende Beziehung:

$$\mathbf{a} = N \frac{l}{r(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)} \quad (39)$$

wobei r hier die Auslenkung der Platte bezeichnet. Geht man wiederum davon aus, dass die Wellenlänge des Lasers konstant ist und wir uns beim Abzählen der Interferenzstreifen nicht verzählt haben, so ergibt sich der Größtfehler aus:

$$\Delta \mathbf{a} = N \frac{l}{r(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)} \left(\frac{\sin \Theta_1 \Delta \Theta_1 + \sin \Theta_2 \Delta \Theta_2}{\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2} + \frac{\Delta r}{r} \right) \quad (40)$$

Bei der Messung wurden von uns anhand Abbildung 17 folgende Werte ermittelt:

$$\begin{aligned} N &= 20 \text{ (Anzahl der Streifen)} \\ \Theta_1 &= (52 \pm 5)^\circ \\ \Theta_2 &= (36 \pm 5)^\circ \\ r &= (60,0 \pm 0,5) \text{ mm (Breite der Platte)} \end{aligned}$$

Damit erhält man für den Drehwinkel:

$$\mathbf{a} = (1,48 \pm 0,14) \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

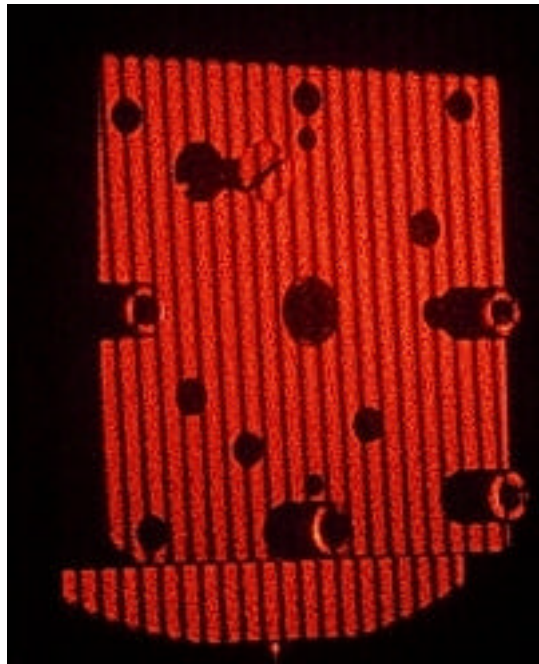


Abbildung 17: Interferenzstreifen auf der planparallelen Platte

2.5. Eigenschwingungen einer Aluminiumplatte

Bei diesem Versuchsteil sind wir von der eigentlichen Aufgabe der Bestimmung der Eigenfrequenzen einer schwingenden Platte durch Anwendung des Zeitmittelverfahrens abgewichen.

Im eigentlichen Sinne sollte der Versuch folgendermaßen durchgeführt werden:

Zuerst muss mit Hilfe des Echtzeitverfahrens die Eigenschwingung(en) der eingespannten Platte ermittelt werden. Dazu wird ein Hologramm von der Platte angefertigt. Dieses wird nach dem Entwickeln repositioniert und die eingespannte Platte mit Hilfe eines Lautsprechers und Frequenzgenerators zu Schwingungen angeregt. Betrachtet man nun die Schwingende Platte durch das Hologramm hindurch, so erkennt man Interferenzstreifen immer dann, wenn die Platte gerade mit einer Eigenschwingung schwingt.

Wenn man die Eigenschwingungen gefunden hat, wird ein neues Hologramm im Echtzeitverfahren von der schwingenden Platte erstellt. Darauf sind dann die Interferenzerscheinungen, wie sie Abbildung 18 zeigt, zu sehen.

Wie schon erwähnt, haben wir diesen Versuchsteil leicht abgewandelt. Weil das Auffinden der Eigenfrequenzen der Platte mit dem Echtzeitverfahren nicht klappen wollte, haben wir uns eine Alternative überlegt. (Vermutlich konnten wir die Platte nicht wieder genau repositionieren.)

Um die Eigenfrequenzen zu ermitteln, haben wir die Platte waagrecht gelagert. Den Lautsprecher in einer etwas abenteuerlichen Konstruktion darunter angebracht und Griesmehl auf der Platte verstreut. Nun haben wir den Lautsprecher eingeschaltet und haben verschiedene Frequenzen abgefahren. Immer dann, wenn die Grieskörner auf der Platte zu Tanzen anfangen, hatten wir eine Eigenfrequenz gefunden. Wir entschieden uns eine Frequenz zu merken (nämlich 1960Hz) und bauten die Versuchsanordnung wieder um. Nebenbei bemerkt wäre eine andere Möglichkeit noch, ein solches Interferenzmuster wie in Abbildung 18 zu erzeugen, indem man eine Echtzeitaufnahme der Platte macht und mit dem Frequenzgenerator langsam über einen kleinen Frequenzbereich fährt. So fährt man auf jeden Fall eine Eigenfrequenz ab. Der Nachteil ist nur, dass sich dann die Eigenfrequenz trotzdem nicht bestimmen lässt.

Im zweiten Schritt haben wir dann die wieder aufgerichtete Platte zu einer Eigenschwingung angeregt und 90 Sekunden lang belichtet. Das Resultat zeigt Abbildung 18.

Aus dem Anleitungsheft entnehmen wir für die Berechnung der Eigenfrequenz einer allseitig eingespannten Platte folgende Formel:

$$\mathbf{u}_{j,k} = \frac{\mathbf{p}h}{4} \sqrt{\frac{E}{3\mathbf{r}(1-\mu^2)}} \left\{ \left(\frac{j}{a} \right)^2 + \left(\frac{k}{b} \right)^2 \right\} \quad (41)$$

Wobei a und b die Kantenlängen der Platte, h die Dicke, \mathbf{r} die Dichte von Aluminium, E der Elastizitätsmodul und μ die Querkontraktionszahl ist.

Aus [12] entnehmen wir folgende Werte für die Daten der Platte:

$$a = (89,1 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$b = (38,5 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$h = (0,31 \pm 0,01) \text{ mm}$$

$$\mathbf{r} = 2,707 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$E = 6,85 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\mu = 0,34$$

In untenstehender Tabelle haben wir mal die theoretischen Werte der Eigenfrequenzen in Hz für verschiedene Werte von j und k berechnet.

		j							
		1	2	3	4	5	6	7	8
k	1	602	886	1360	2023	2875	3917	5148	6569
	2	2124	2408	2882	3545	4397	5439	6670	8091
	3	4660	4944	5418	6081	6933	7975	9206	10627
	4	8211	8495	8969	9632	10484	11526	12757	14178
	5	12777	13061	13534	14197	15050	16092	17323	18744
	6	18357	18641	19114	19777	20630	21672	22903	24324
	7	24951	25235	25709	26372	27224	28266	29498	30918
	8	32561	32845	33318	33981	34834	35876	37107	38527

Leider ist anhand dieser Tabelle zu erkennen, dass unsere ermittelte Eigenfrequenz von 1960 Hz nicht mit der Theorie übereinstimmt. Laut Theorie müsste der Wert bei $k=1$ und $j=3$, also 2023 Hz liegen. ($j=3$ deshalb, weil wir laut Abbildung 18 drei Schwingungsbäuche in horizontaler Richtung und einen ($k=1$) in vertikaler Richtung haben).

Die Abweichung der realen Eigenfrequenz von der Errechneten resultiert sicherlich am Stärksten daraus, dass die Aluminiumplatte sehr starke Beulen hatte. Die Theorie geht von einer ebenen, fest eingespannten Platte, natürlich ohne Beulen aus. Dass unsere Platte diese Eigenschaft nicht aufweist, wird anhand Abbildung 18 sehr schön deutlich. Wäre die Platte eine ideale gewesen, so wäre das Schwingungsmuster symmetrisch ausgeprägt.

Ebenso kann nicht genau beurteilt werden, ob die Platte auch nur wirklich innerhalb des Rahmens geschwungen hat, bzw. ob nicht vielmehr die Platte auch noch ein Stück weit unterhalb der Befestigung Schwingungen ausgeführt hat, bzw. ob nicht sogar der komplette Rahmen mitgeschwungen hat. Dann hätten wir natürlich eine ganz andere Abmessung der Platte für die theoretische Berechnung heranziehen müssen. Ebenso hätte sich die Dichte verändert, da der Rahmen aus einem anderen Material gefertigt war, als die Platte.

Aber im Rahmen all dieser Einflüsse, so liegen wir mit unserer ermittelten Eigenfrequenz von 1960 Hz gar nicht so schlecht.

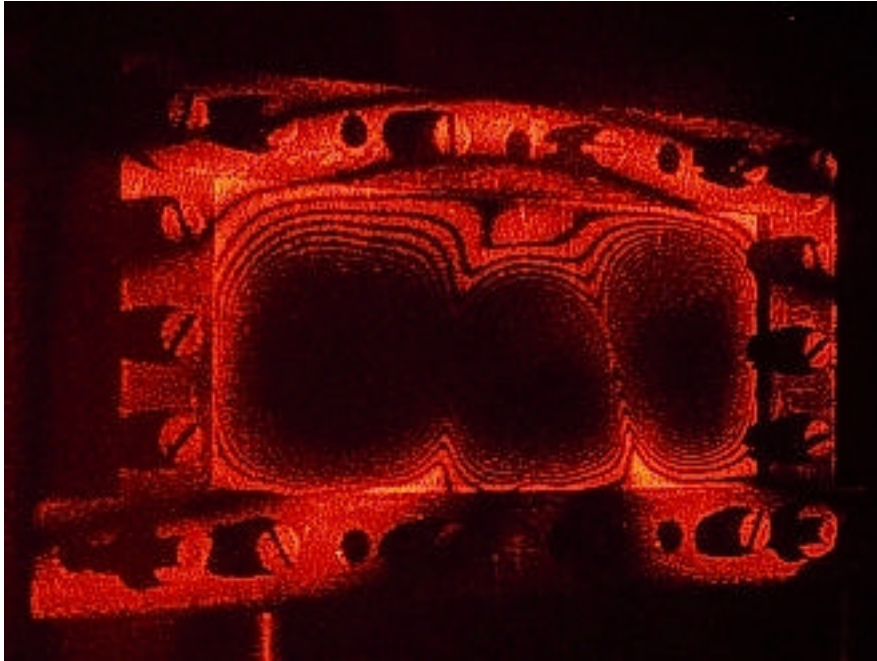


Abbildung 18: Eigenschwingungen der eingespannten Platte

2.6. Weißlichhologramme

Im nun letzten Teil des Versuchs nahmen wir verschiedene Weißlichthologramme mit leider nur mäßigem Erfolg auf.

Wir verwendeten dazu den in Absatz 1.6.3 illustrierten Versuchsaufbau. Für die Belichtung der holographischen Platte wählten wir Zeiten zwischen 12 und 17 Sekunden.

Wichtig bei diesem Versuchsteil ist, dass das Objekt, bei uns waren es ein 10 Cent Stück, bzw. Ringe und ein Schmuckanhänger aus Gold, sowie weitere Münzen, sehr dicht hinter der holographischen Platte positioniert werden müssen. Uns gelang es die Objekte bis auf ca. 1 cm hinter der Platte anzubringen. Die Platte selbst sollte nicht senkrecht, sondern unter einem leichten Winkel zum einfallenden Laserlicht stehen. Trotz unseres bisherigen Erfolges bei der Herstellung von Hologrammen konnten wir keine befriedigenden Weißlichthologramme erzeugen. Abbildung 19 zeigt unsere Resultate. Für das Scheitern der Aufnahmen gibt es sicherlich viele Gründe, wobei zwei wohl herauszuheben sind. Wie uns vom Betreuer mitgeteilt wurde, eignen sich die holographischen Platten an sich wohl eher schlecht für die Herstellung von Weißlichthologrammen, da die holographische Schicht auf den Platten wohl zu dünn ist. Ein weiterer, wichtiger Faktor ist die Belichtungszeit, die wir mir maximal 17 Sekunden wohl eher zu lang gewählt hatten.

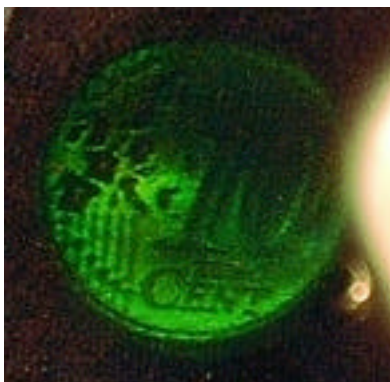


Abbildung 19: Weißlichthologramme eines 10 Cent Stücks und des Anhängers

3. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Kaupp, Hans-Leo: Aufbau und Inbetriebnahme eines holographischen Messplatzes; Staatsexamensarbeit, 1978
- [2] Lauterborn, Kurz, Wiesenfeld: Kohärente Optik; Springer
- [3] Wernicke, Osten: Holographische Interferometrie; VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1982
- [4] Haken, Wolf: Atom- und Quantenphysik; Springer, 1993
- [5] Demtröder: Experimentalphysik 2; Springer, 1999
- [6] Vogel: Gerthsen Physik; Springer, 1997
- [7] Ostrowski: Holografie – Grundlagen, Experimente und Anwendungen
- [8] Voss-de Haan: Holographie; Lexikon der Physik, Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag 1998-2000
- [9] Hoeh, Schmuck: Versuchsprotokoll Holographie, November 2002
- [10] Brieger, Rill: Versuchsprotokoll Holographie, November 2002
- [11] Fritz, Fischer: Versuchsprotokoll Holographie, Dezember 2002