

# Praktikum der Physik für Fortgeschrittene

## Halleffekt

**Betreuer: K. Thonke**

**Gruppe 539**

**Daniela Denot  
Karl-Anders Weiß**



**31.Okt + 7.Nov 2002**

|   |      |
|---|------|
| 1. Theorie  | 3    |
| 1.1 Die elektronische Bandstruktur von Halbleitern  | 3    |
| 1.1.1 Intrinsische Halbleiter   | 3    |
| 1.1.2 Dotierte Halbleiter   | 5    |
| 1.2 Ladungsträgerdichte im intrinsischen Halbleiter   | 6    |
| 1.3 Ladungsträgerdichte in dotierten Halbleitern  | 8    |
| 1.4 Bewegung von Ladungsträgern im elektrischen Feld  | 11   |
| 1.5 Bewegung von Ladungsträgern im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld                              | 14   |
| 2. Messmethoden   | 15   |
| 2.1 Van der Pauw Methode  | 15   |
| 2.2 Hall- Messungen   | 16   |
| 3. Versuchsauswertung   | b 17 |
| 3.1 Versuchsbeschreibung  | 17   |
| 3.2 Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Spulenstrom und Magnetfeld  | 17   |
| 3.3 Überprüfen der Kontakte   | 18   |
| 3.4 Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hallkoeffizienten bei Zimmertemperatur                   | 19   |
| 3.4.1 Bestimmung des spezifischen Widerstandes nach Van der Pauw  | 19   |
| 3.4.2 Bestimmung des Hallkoeffizienten  | 20   |
| 3.5 Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hallkoeffizienten bei Temperaturen zwischen 79 und 320 K | 21   |
| 3.5.1 Bestimmung des spezifischen Widerstandes nach Van der Pauw  | 21   |
| 3.5.2 Bestimmung des Hallkoeffizienten  | 22   |
| 4. Fehlerdiskussion   | 25   |

# 1. Theorie

## 1.1 Die elektronische Bandstruktur von Halbleitern

### 1.1.1 Intrinsische Halbleiter

Unter einem intrinsischen Halbleiter versteht man einen Halbleiter, bei dem freie Elektronen und Löcher nur durch elektronische Anregung aus dem Valenzband ins Leitungsband zustande kommen. Sie sind undotiert, d.h. es liegen keine Störstellen vor. Die meisten Halbleiter (außer Ge) lassen sich allerdings als Einkristalle nicht so rein züchten, dass man intrinsische Leitfähigkeit beobachten könnte.

Das Elektron eines solchen Halbleiters bewegt sich in einem gitterperiodischen Potential  $V(\vec{r})$ , welches die Wechselwirkung mit den positiven Atomrümpfen beschreibt. Dabei sind hier nur bestimmte Energiewerte für das Elektron zugelassen. Diese ergeben sich als Eigenwerte der zeitunabhängigen Schrödingergleichung:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$

mit den Lösungen

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r})e^{i\vec{k}\vec{r}} \text{ (Bloch-Funktion).}$$

Dabei ist  $u_{\vec{k}}(\vec{r})$  eine gitterperiodische Funktion und  $\vec{k}$  ein quantisierter Wellenvektor, nach dem sich die Lösungen der Schrödingergleichung klassifizieren lassen.

Die Gesamtheit aller berechneten Eigenwerte kann in Form eines elektronischen Bändermodells dargestellt werden. Dabei ist die Energie eine mehrdeutige Funktion des Wellenvektors  $\vec{k}$ .

Die folgenden Abbildungen zeigen die Bandstrukturen verschiedener Halbleiter.

Für einen Halbleiter ist es kennzeichnend, dass zwischen Leitungs- und Valenzband eine Energielücke  $E_g$  (gap) existiert, in der keine elektronischen Zustände erlaubt sind.

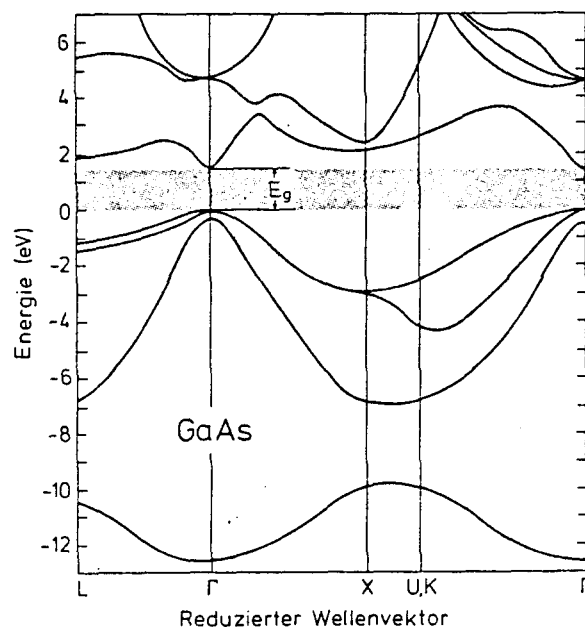


Abb. 1 III-V-Halbleiter GaAs

Elementhalbleiter:

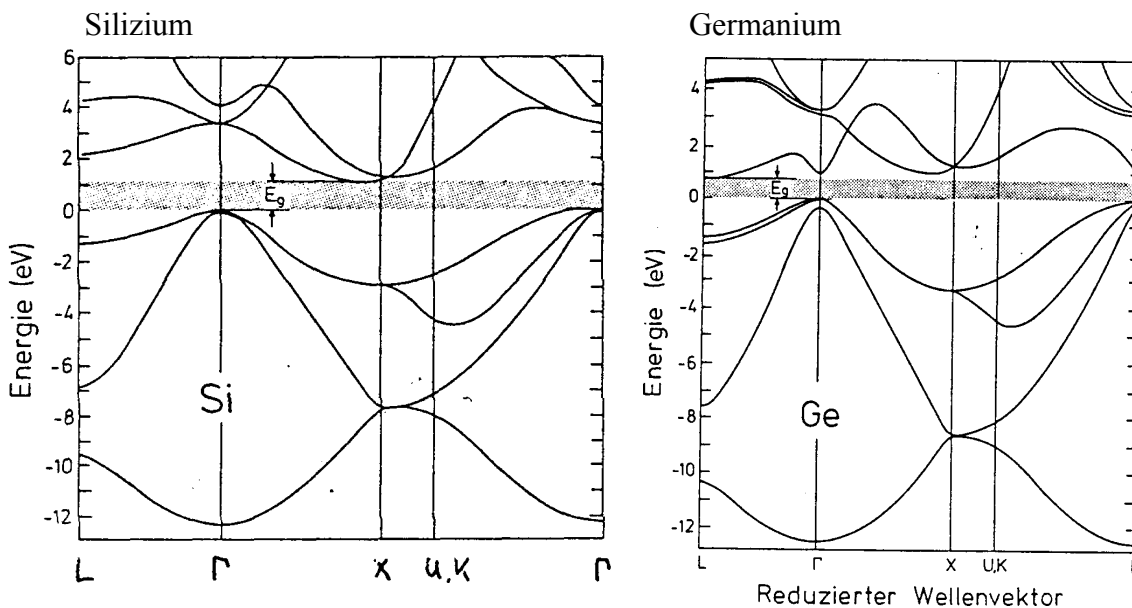


Abb. 2/3

Bei Zimmertemperatur beträgt die Größe der Bandlücke 0,66 eV für Ge, 1,12 eV für Si und 1,42 eV für GaAs. Bei  $T = 0\text{K}$  liegen die Werte etwas höher: 0,743 eV (Si), 1,17 eV (Ge) und 1,519 eV (GaAs).

Der III-V-Halbleiter GaAs ist ein direkter Halbleiter, d.h. das Maximum des Valenzbandes und das Leitungsbandminimum liegen beide bei demselben Wert von  $k$  ( $k=0$ ). Beim direkten Absorptionsprozess (oder Emissionsprozess) der hier stattfinden kann, wird ein Photon mit der Frequenz  $\omega_g$  vom Kristall absorbiert, gleichzeitig wird ein Elektron und ein Loch erzeugt (zerstört). Die Energielücke hat die Größe  $E_g = \hbar\omega_g$ .

Bei indirekten Halbleitern wie Silizium und Germanium liegen das Valenzbandmaximum und das Leitungsbandminimum nicht beim gleichen Wert von  $k$ , sondern sind durch den Wellenvektor  $k_c$  getrennt. Hier ist nur ein indirekter Absorptionsprozess möglich:

Ein Photon mit der Energie  $\hbar\omega > E_g$  wird absorbiert und ein Phonon mit der Frequenz  $\Omega$  wird erzeugt. Es gilt  $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$  und  $\vec{k}_{\text{Photon}} = \vec{k}_c + \vec{k}_{\text{Phonon}}$ .

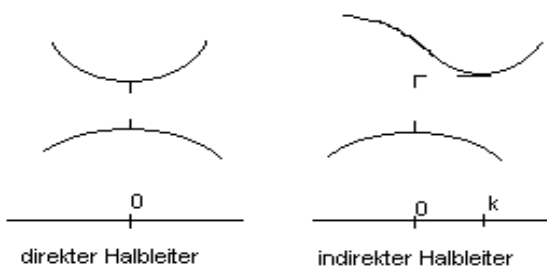


Abb. 4

Die Struktur des Valenzbandmaximums ist in der Nähe des Punktes  $\Gamma$  komplizierter als die des Leitungsbandminimums. Das liegt daran, dass im Valenzband verschiedene Bänder, die der leichten bzw. schweren Löcher, bei  $\vec{k} = 0$  entartet sind. Weiterhin befindet sich dort noch ein weiteres Band, das aufgrund der Spin- Bahn- Kopplung abgesenkt ist.

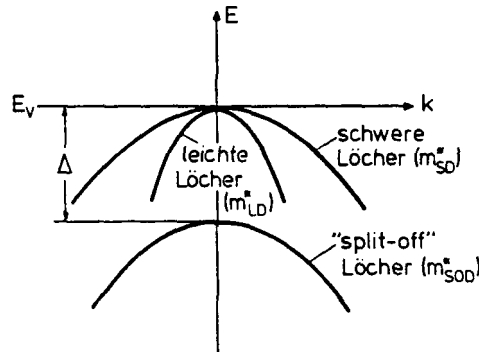


Abb. 5

Die effektive Masse eines Elektrons im Kristall ist richtungsabhängig und muss daher im Allgemeinen als Tensor mit folgenden Komponenten geschrieben werden:

$$\frac{1}{m_{ij}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j}$$

### 1.1.2 Dotierte Halbleiter

Dotierte Halbleiter enthalten fremde Atome, die aufgrund ihrer Elektronenkonfiguration entweder als Donator oder Akzeptor wirken. Durch Dotieren lassen sich wesentlich höhere Ladungsträgerkonzentrationen als bei intrinsischen Halbleitern erreichen.

Enthält beispielsweise ein Siliziumkristall ein Element der fünften Hauptgruppe (Donatoratom, z.B. Phosphor oder Arsen) so wird die Leitfähigkeit durch ein zusätzliches Elektron beeinflusst und man spricht von einer n-Dotierung.

Ist ein Element der dritten Hauptgruppe (Akzeptor, z.B. Bor) in einen Siliziumkristall eingebaut, so liegt ein Elektronenmangel vor und die elektrische Leitung wird durch Löcher verändert. Man spricht dann von einer p- Dotierung.

Damit das zusätzliche Elektron bzw. Loch zur Leitung beitragen kann, muss es von seinem Atom getrennt werden. Die dazu notwendige Energie lässt sich ähnlich der Ionisierungsenergie von Wasserstoff abschätzen.

Die Schrödingergleichung lautet in diesem Fall  $(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) + e\Phi)\Psi = E\Psi$ .

Dabei ist  $\Phi = -\frac{e}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r}$  das Potential des Atomkerns,  $\epsilon_r$  berücksichtigt die Abschirmung durch die anderen Elektronen.

Zur Berechnung der Störstellenenergie ab der Energie des Bandextremums bei  $k = 0$  verwendet

man folgende Gleichung:  $(-\frac{\hbar^2}{2m^0} \nabla^2 + e\Phi)F(r) = EF(r)$ .

Dabei ist  $m^\circ$  die effektive Masse des Elektrons,  $F(r)$  die so genannte Enveloppe-Funktion und  $\chi(0,r)$  die Blochfunktion bei  $k=0$ . ( $\Psi = F(r)\chi(0,r)$ ).

Als Lösung erhält man  $E_n = -\frac{1}{2} \left( \frac{e}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \right)^2 \frac{m^\circ}{\hbar^2 n^2} = -\frac{m^\circ}{m_e} \frac{R_y}{n^2} \frac{1}{\epsilon_r^2}$ , mit der Rydbergkonstante  $R_y \approx 13,6eV$ , der Ionisierungsenergie des Wasserstoffatoms.

## 1.2 Ladungsträgerdichte im intrinsischen Halbleiter

Die bei den Halbleitern vorhandene Energielücke  $E_g$ , die zur Erzeugung von Ladungsträgern durch thermische Anregung überwunden werden muss bewirkt, im Gegensatz zu den Metallen, eine starke Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentrationen  $n_e$  (Elektronen) und  $n_h$  (Löcher). Die Besetzung der Energieniveaus gehorcht der Fermi-Statistik:

$$f(E, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}.$$

Für  $E = E_F$  (Fermi-Energie oder elektrochemisches Potential) ist die Besetzungswahrscheinlichkeit gleich 0,5. Bei  $T=0$  ist dies der energetisch höchste besetzte Zustand.

Wenn also  $E_C$  die Unterkante des Leitungsbandes und  $E_V$  die Oberkante des Valenzbandes bezeichnen, so folgt für die Ladungsträgerkonzentrationen:

$$n_e = \int_{E_C}^{\infty} D_C(E) f(E, T) dE \quad \text{und} \quad n_h = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) [1 - f(E, T)] dE.$$

Dabei sind  $D_C(E)$  und  $D_V(E)$  die Zustandsdichten im Leitungs- bzw. Valenzband. In der Näherung parabolischer Bänder gilt:

$$D_C(E) = M_C \cdot \frac{\sqrt{2m_{de}^3}}{\pi^2 \hbar^3} \cdot \sqrt{E - E_C} \quad \text{und} \quad D_V(E) = \frac{\sqrt{2m_{dh}^3}}{\pi^2 \hbar^3} \cdot \sqrt{E_V - E}.$$

Hierbei ist  $M_C$  die Anzahl äquivalenter Leitungsbandminima,  $m_{de} = (m_x m_y m_z)^{1/3}$  die effektive Zustandsdichtemasse für Elektronen und  $m_{dh}$  die effektive Zustandsdichtemasse für Löcher. Die Berechnung der Integrale aus den Formeln für die Ladungsträgerkonzentrationen ergibt:

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) \quad \text{und} \quad p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$$

mit folgenden Ausdrücken für die effektiven Zustandsdichten:

$$N_C = 2 M_C \left( \frac{2\pi \cdot m_{de} \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad \text{und} \quad N_V = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_{dh} \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}.$$

In den obigen Ausdrücken stellt  $F_{1/2}$  das Fermi-Dirac-Integral dar.

Für  $kT \ll E_F - E_C$  bzw.  $kT \ll E_V - E_F$  lässt sich die Fermi-Dirac-Verteilung durch die Boltzmann-Statistik ersetzen, wodurch sich die gefundenen Formeln vereinfachen zu:

$$n_e = N_C \exp\left[-\frac{(E_C - E_F)}{kT}\right] \quad \text{und} \quad n_h = N_V \exp\left[-\frac{(E_F - E_V)}{kT}\right]$$

Bei vorgegebener Temperatur stellt sich das Fermi-Niveau im Halbleiter so ein, dass Ladungsträgerneutralität gegeben ist. Damit ist  $n = p = n_i$  (intrinsische Ladungsträgerkonzentration) und es folgt aus:

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \cdot \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right) = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \cdot \ln\left(\frac{m_{dh}}{m_{de} \cdot M_C^{2/3}}\right)$$

Daraus ist erkennbar, dass die Fermi-Energie eines intrinsischen Halbleiters näherungsweise in der Mitte der Bandlücke liegt. Die intrinsische Ladungsträgerkonzentration ergibt sich aus  $n_i = n_e n_h$  zu:

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right).$$

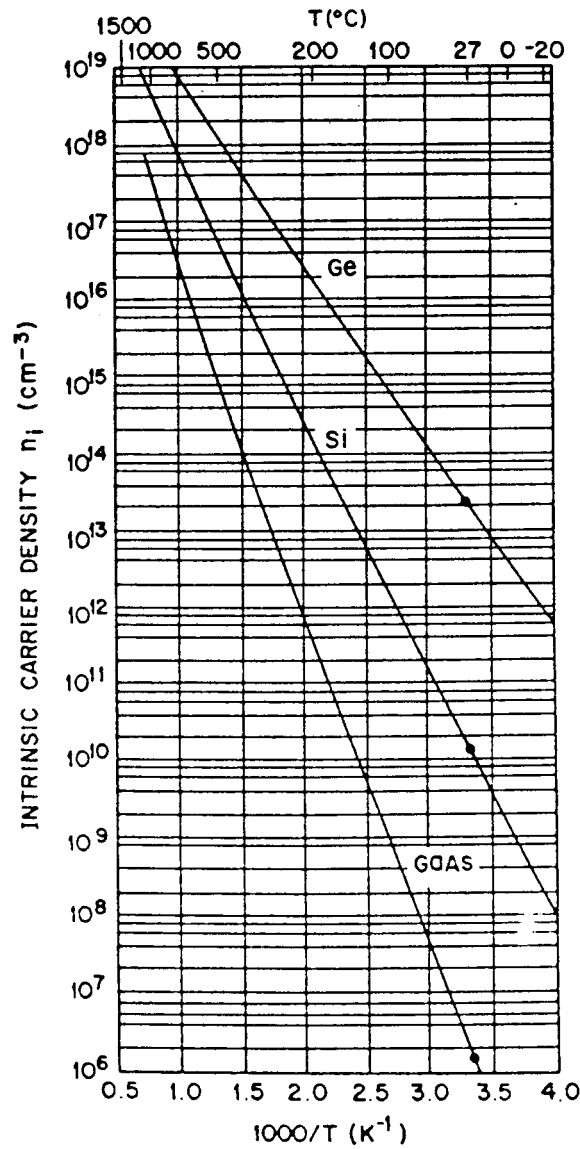


Abb. 6

Im vorangegangenen Schaubild ist die intrinsische Ladungsträgerkonzentration  $n_i$  von Silizium, Germanium und Galliumarsenid als Funktion der reziproken Temperatur aufgetragen:

### 1.3 Ladungsträgerdichte in dotierten Halbleitern

In der folgenden Abbildung sieht man als Beispiel für negative Dotierung ein Phosphor-Donatoratom und als Beispiel für positive Dotierung ein Bor-Akzeptoratom im Siliziumgitter. Die beiden Fremdatome besitzen jeweils ein Elektron mehr bzw. weniger als für die  $sp^3$  Bindung nötig wäre.



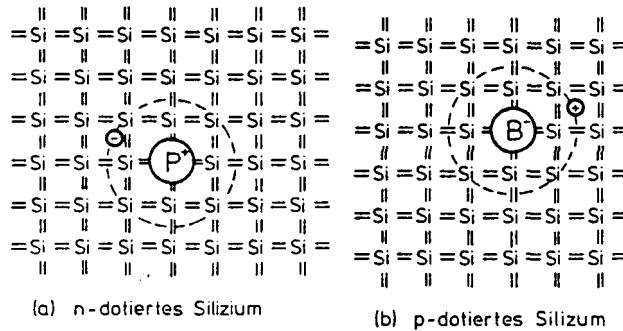


Abb.7 Schematische Darstellung der Wirkung eines Donators (a) bzw. Akzeptors (b) in einem Siliziumgitter.

Für die Anzahldichte  $N_D^+$  der ionisierten Donatoren und  $N_A^-$  der ionisierten Akzeptoren gilt

$$N_D^+ = N_D \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} \right], \quad N_A^- = N_A \left[ \frac{1}{1 + g \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)} \right]$$

wobei  $N_D$  bzw.  $N_A$  die Gesamtzahl der Donatoren bzw. Akzeptoren und  $E_D$  bzw.  $E_A$  die Energie eines gebundenen Donatorelektrons bzw. Akzeptorloches bezeichnet. Der Entartungsfaktor  $g$  ist bei Donatoren gleich 2 und bei Akzeptoren gleich 4.

Die Fermi-Energie  $E_F$  stellt sich auch im dotierten Halbleiter wieder so ein, daß die Ladungsträgerneutralität gewahrt bleibt. Abbildung 8 zeigt neben einem schematischen Banddiagramm die Zustandsdichte, die Fermi-Dirac-Verteilung und die Ladungsträgerkonzentration (schraffierte Flächen) für einen intrinsischen und einen n- bzw. p-dotierten Halbleiter.

Beschränkt man sich auf den Fall reiner n-Dotierung, dann lautet die Bedingung für Ladungsträgerneutralität:

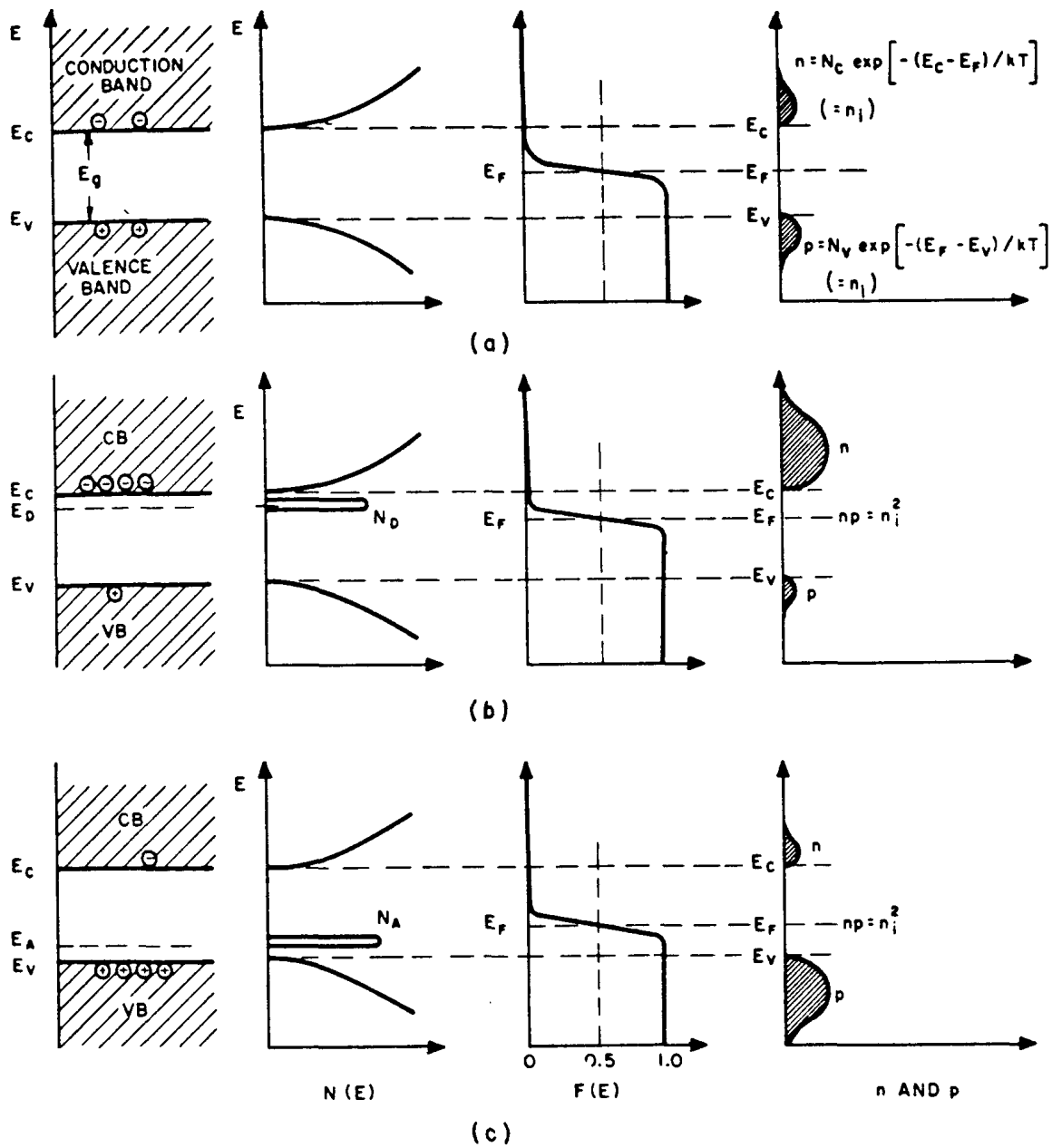
$$n = N_D^+ + p$$

Betrachten wir zunächst nur den Temperaturbereich, in dem die intrinsische Leitfähigkeit keine Rolle spielt, d.h.  $n \approx N_D^+$ , so folgt

$$n \approx \frac{N_D}{1 + 2(n / N_C) \exp\left(\frac{E_L - E_D}{kT}\right)}$$

Auflösen nach  $n$  ergibt eine quadratische Gleichung mit der Lösung

$$n \approx 2N_D \left[ 1 + \sqrt{1 + 8 \frac{N_D}{N_L} \exp\left(\frac{E_L - E_D}{kT}\right)} \right]^{-1}$$



Schematisches Banddiagramm, Zustandsdichte, Fermi-Dirac-Verteilung und Ladungsträgerkonzentration für einen (a) intrinsischen, (b)  $n$ -dotierten und (c)  $p$ -dotierten Halbleiter im thermischen Gleichgewicht.

Abb. 8

Bei kleinen Temperaturen, wenn noch genügend viele Donatoren nicht ionisiert sind, spricht man von Störstellenreserve und obige Gleichung vereinfacht sich zu

$$n \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{N_D N_L} \exp\left(-\frac{E_L - E_D}{2kT}\right).$$

Für genügend hohe Temperaturen, wenn alle Donatoren ionisiert sind, spricht man von Störstellenerschöpfung und es folgt

$$n \approx N_D.$$

Folgende Abbildung zeigt den kompletten Temperaturverlauf von  $n$  am Beispiel von n-dotiertem Silizium. Bei sehr hohen Temperaturen dominiert die intrinsische Ladungsträgerkonzentration  $n_i$ .

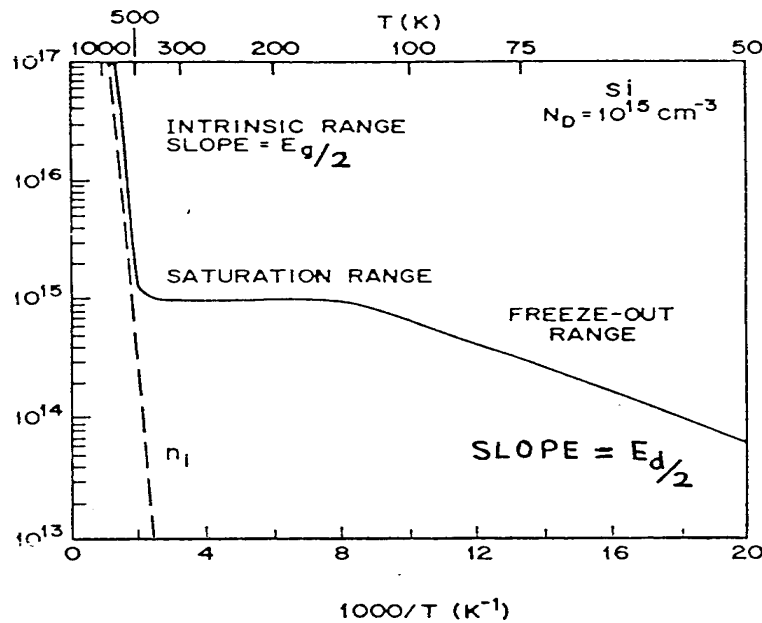


Abb. 9 Elektronendichte als Funktion der Temperatur für eine n-dotierte Si-Probe.

### 1.4 Bewegung von Ladungsträgern im elektrischen Feld

Ein relativ gutes Modell zur Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit ist die „kinetische Gastheorie“ des Elektronengases nach Drude. Er nimmt an, dass die Valenzelektronen im Kristallverband des Metalls nicht mehr bestimmten Atomen angehören, sondern sich als Gas freier Elektronen durch das Gitter der Rumpffionen bewegen.

Die Elektronen fliegen mit der thermischen Geschwindigkeit  $v_{th}$  bis sie nach der freien Flugdauer, also der Relaxationszeit  $\tau = l/v_{th}$  ( $l$  ist die freie Weglänge) durch einen Stoß abgelenkt werden.

Im elektrischen Feld  $E$  werden die Elektronen jeweils mit  $\frac{dv}{dt} = -\frac{eE}{m}$  entgegengesetzt zur Feldrichtung beschleunigt.

Für ein Elektron gilt also folgende klassische Bewegungsgleichung:

$$m \frac{dv}{dt} + \frac{m}{\tau} v_d = -eE$$

Hierbei ist  $v_d = v - v_{th}$  ( $v_{th} \gg v$ ) die Driftgeschwindigkeit des Elektrons entgegen der Feldrichtung.

Im stationären Fall gilt  $\frac{dv}{dt} = 0$  und somit folgt:

$$v_d = -\frac{e\tau}{m} E = -\mu E$$

mit der Beweglichkeit

$$\mu = \frac{e\tau}{m}.$$

Für die Stromdichte  $j$  in Feldrichtung erhalten wir

$$j = -env_d = en\mu E,$$

woraus mit dem Ohmschen Gesetz

$$j = \sigma E$$

für die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  folgt:

$$\sigma = en\mu = \frac{e^2 n \tau}{m}.$$

Der spezifische Widerstand  $\rho$  ist gleich dem Kehrwert der Leitfähigkeit:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{en\mu}.$$

Abbildung 10 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit  $\mu$ .

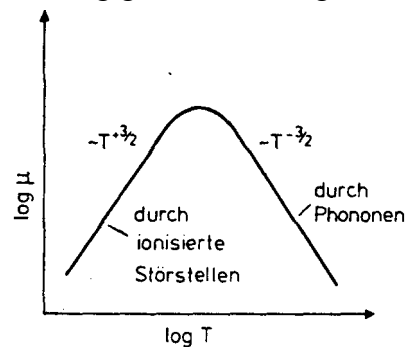


Abb. 10: Schematische Abhängigkeit der Beweglichkeit  $\mu$  in einem Halbleiter von der Temperatur bei Streuung an Phononen und an geladenen Störstellen.

Die Zunahme der Beweglichkeit bei tiefen Temperaturen ( $T^{3/2}$ -Gesetz) resultiert aus der Zunahme der thermischen Geschwindigkeit der freien Ladungsträger und der daraus folgenden geringeren Ablenkung beim "Vorbeiflug" an den geladenen Störstellen ("Rutherford-Streuung"). Diese Störstellen sind v.a. die geladenen Atomrümpfe.

Je höher die Temperatur desto mehr akustische Phononen sind vorhanden. Das Elektron wird demzufolge öfter gestreut, wodurch die Beweglichkeit ab einer bestimmten Temperatur wieder abnimmt ( $T^{-3/2}$ -Gesetz). Zusätzlich wird die Beweglichkeit der Ladungsträger durch die verstärkte Eigenbewegung der Atomrümpfe bei höheren Temperaturen vermindert.

In Abbildung 13-15 sind die experimentell bestimmten Ladungsträgerdichten  $n$ , die Leitfähigkeiten  $\sigma$  und die Beweglichkeiten  $\mu$  als Funktionen der Temperatur für verschieden stark n-dotiertes Germanium dargestellt.

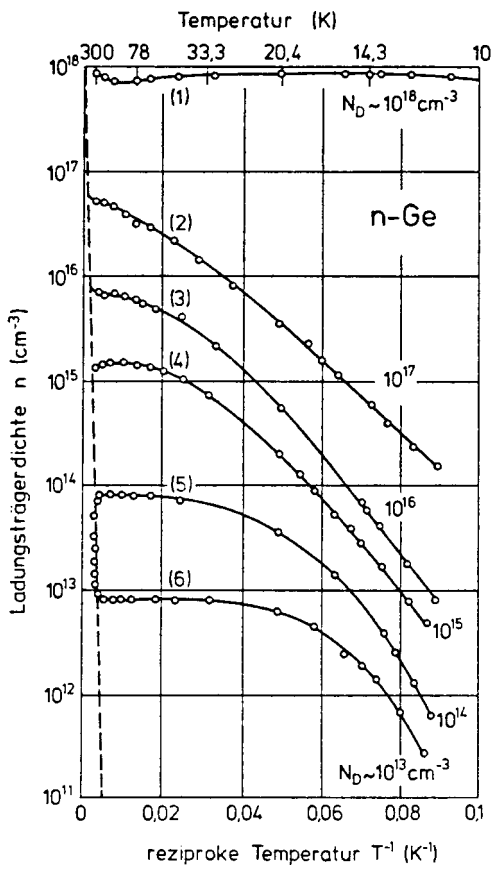


Abb. 11

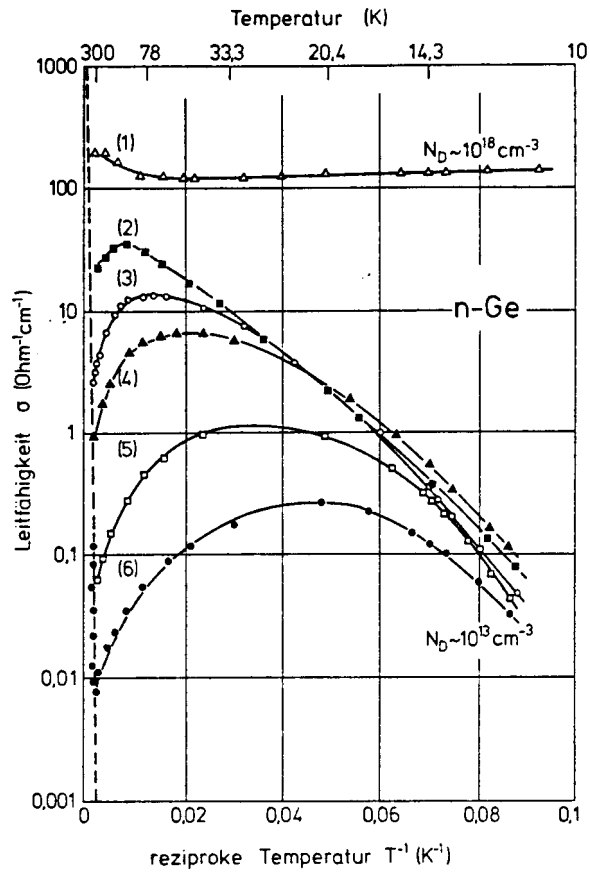


Abb. 12

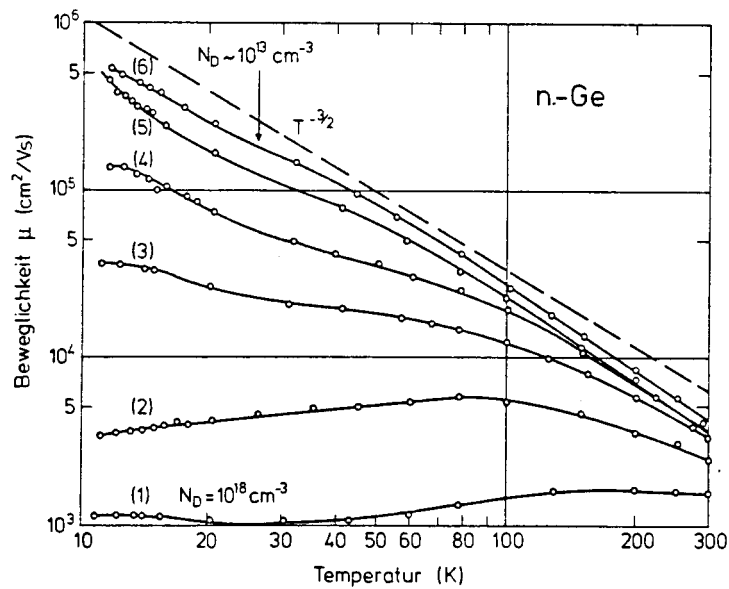


Abb. 13

### 1.5 Bewegung von Ladungsträgern im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld

In einem magnetischen Feld wirkt auf bewegte Ladungen, sofern sie eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu  $B$  besitzen, eine Lorentzkraft  $F_L$ . Sie steht senkrecht auf dem Magnetfeld und der Bewegungsrichtung.

Es gilt  $\vec{F}_L = e\vec{v}_d \times \vec{B}$ .

Betrachten wir nun den in Abb. 14 gezeigten Fall einer Probe, die aufgrund eines von außen angelegten Feldes  $\vec{E}$  in x- Richtung von einem Strom durchflossen wird. In z- Richtung ist ein äußeres Magnetfeld angelegt. Aufgrund der Lorentzkraft werden die Ladungsträger in y- Richtung abgelenkt. An beiden Seitenflächen des Leiters häufen sich entgegengesetzte Ladungen an. Es entsteht ein Querfeld  $E_H$ , welches die Lorentzkraft genau kompensiert:  $eE_H = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$ .

Für die Driftgeschwindigkeit der Elektronen gilt folglich die Beziehung:

$$\vec{v}_d = -\mu(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B})$$

Mit  $\vec{B}=(0, 0, B_z)$  erhält man aus dieser Gleichung für die Komponenten von  $\vec{v}_d$  :

$$v_{dx} = -\mu(E_x + v_{dy}B_z)$$

$$v_{dy} = -\mu(E_y - v_{dx}B_z)$$

$$v_{dz} = -\mu E_z$$

Löst man diese drei Gleichungen nach  $v_{dx}$ ,  $v_{dy}$  und  $v_{dz}$  auf, so ergibt sich für die elektrische Stromdichte  $\vec{j} = -nev_d$  :

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \frac{en\mu}{1 + \mu^2 B_z^2} \begin{pmatrix} 1 & -\mu B_z & 0 \\ \mu B_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \mu^2 B_z^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

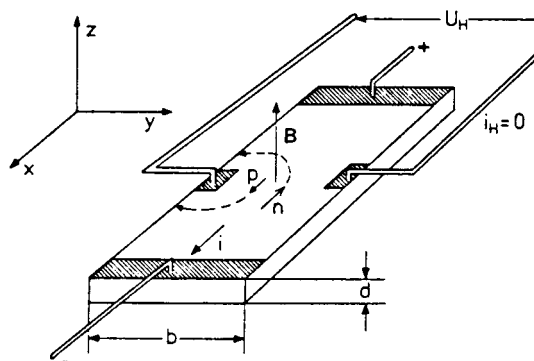


Abb. 14: Schema einer Hall-Effekt Messung

Ein Stromfluss ist nur in x-Richtung möglich, d.h.  $j_y = \frac{en\mu}{1 + \mu^2 B_z^2} (\mu B_z E_x + E_y) = 0$ . Daraus folgt

$$E_x = -\frac{1}{\mu B_z} E_y. \text{ Mit } j_x = \frac{en\mu}{1 + \mu^2 B_z^2} (E_y - \mu B_z E_x) \text{ ergibt sich:}$$

$$E_y = -\frac{1}{ne} B_z j_x = R_H B_z j_x$$

Das elektrische Feld  $E_y$  heißt Hall-Feld. Man kann die Hall-Spannung  $U_H = E_y b = R_H B_z I_x \frac{1}{d}$  messen.

Die Größe  $R_H = -1/ne$  heißt Hallkonstante. Aus ihr kann durch Messung der Hall-Spannung  $U_H$ , des Magnetfeldes  $B_z$ , der Stromstärke  $I_x$  und der Probendicke  $d$  die Ladungsträgerdichte  $n$  bestimmt werden.

Wird in einem Halbleiter der Strom sowohl durch Elektronen als auch durch Löcher (Beweglichkeit  $\mu_h$ , Dichte  $n_h$ ) getragen, so ergibt eine analoge Rechnung mit  $\vec{j} = e\vec{E}(n_h\mu_h - n_e\mu_e)$  folgenden Ausdruck für die Hall-Konstante:

$$R_H = \frac{n_h\mu_h^2 - n_e\mu_e^2}{e(n_h\mu_h + n_e\mu_e)^2}$$

## 2. Messmethoden

### 2.1 Van der Pauw Methode

Die Van der Pauw Methode dient der Bestimmung des spezifischen Widerstandes  $\rho$  und der Hallspannung.

Ein planparalleles Scheibchen beliebiger Form, das keine Löcher enthält, wird an vier beliebigen Stellen längs des Umfanges mit den punktförmigen Kontakten M, N, O, P versehen. Es wird ein Strom  $i_{MN}$  am Kontakt M zugeführt und an N abgenommen. Man misst die Spannungsdifferenz  $V_P - V_O$  und definiert:

$$R_{MN,OP} = \frac{V_P - V_O}{i_{MN}} \text{ und } R_{NO,PM} = \frac{V_M - V_P}{i_{NO}}$$

Die neue Meßmethode beruht auf folgender Beziehung:

$$\exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}\right) + \exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PN}\right) = 1$$

Hierbei ist  $d$  die Dicke des Scheibchens und  $\rho$  der spezifische Widerstand.

Die Lösung für  $\rho$  lässt sich schreiben in der Form:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{MN,OP} + R_{NO,PN}}{2} f$$

$f$  ist ein Faktor der nur vom Quotienten  $R_{MN,OP}/R_{NO,PN}$  abhängt. Zur Bestimmung von  $\rho$  muss zunächst der Quotient berechnet werden um dann  $f$  aus einer entsprechenden Abbildung ablesen zu können. Die Abbildung ergibt sich, wenn  $f$  über dem Quotienten aufgetragen wird, wobei folgende Gleichung gültig ist:

$$\cosh\left(\frac{R_{MN,OP} / R_{NO,PM} - 1}{R_{MN,OP} / R_{NO,PM} + 1} \frac{\ln 2}{f}\right) = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\ln 2}{f}\right)$$

Falls das Scheibchen spiegelsymmetrisch ist und die Kontakte M und O auf der Symmetrielinie und die Kontakte N und P symmetrisch dazu liegen, sind die beiden definierten Widerstände gleich (Reziprozitätstheorem für passive Vierpole). Für  $\rho$  gilt dann:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} R_{MN,OP}$$

Weiter ergibt sich, indem man die zu Beginn definierten Widerstände in die Lösungsgleichung für  $\rho$  einsetzt:

$$\rho_A = \frac{1,1331 f_A d}{I} (V_2 + V_4 - V_1 - V_3), \rho_B = \frac{1,1331 f_B d}{I} (V_6 + V_8 - V_5 - V_7)$$

Die unterschiedlichen Werte  $V_i$  resultieren aus Messungen mit verschiedenen Kontakten.

$\rho_{AVG}$  ist der Mittelwert von  $\rho_A$  und  $\rho_B$ .

Das Entscheidende an der Van der Pauw Methode ist, dass auch an Plättchen mit beliebiger Form der spezifische Widerstand und die Hall-Spannung gemessen werden können. Die einzigen Voraussetzungen sind: die Kontakte liegen auf dem Rand der Probe, die Kontakte sind hinreichend klein, die Probe ist gleichmäßig dick und die Probe ist einfach zusammenhängend. Dies kann mit konformen Abbildungen bewiesen werden.

## 2.2 Hall- Messungen

Auch der Hall-Koeffizient kann an dem Scheibchen aus 2.1 gemessen werden. Man führt den Strom bei einem der Kontakte zu und führt ihn am gegenüberliegenden ab. Legt man ein homogenes Magnetfeld an, so ändert sich der Hall-Widerstand um  $\Delta R$ . Gelten wiederum die bereits oben aufgeführten Bedingungen, gilt folgende Formel für den Hall-Koeffizienten:

$$R_H = \frac{d}{B} \Delta R$$

Die Gültigkeit der Formel von  $R_H$  beruht darauf, dass sich das Stromlinienbild durch Anlegen eines Magnetfeldes nicht ändert.

Nach weiterer Rechnung findet man folgende Formeln:

$$R_{HC} = \frac{2,5 \cdot 10^7 d}{BI} (V_2 - V_1 + V_5 - V_6), R_{HD} = \frac{2,5 \cdot 10^7 d}{BI} (V_4 - V_3 - V_8 + V_7).$$



Mit:  $R_{HC,D}$  in  $\text{cm}^3/\text{C}$ ,  $d$  in  $\text{cm}$ ,  $B$  in  $\text{G}$  (Gauß),  $I$  in  $\text{A}$ ,  $V_i$  in  $\text{V}$ .  
Die Hall-Konstante ist durch den Mittelwert gegeben:

$$R_{H,AVG} = \frac{R_{HC} + R_{HD}}{2}$$

Aus Hall-Konstante und spezifischen Widerstand lässt sich die Beweglichkeit  $\mu$  der Ladungsträger berechnen:

$$\mu_H = \frac{|R_{H,AVG}|}{\rho_{AVG}}$$

Einheiten:  $\mu_H$  in  $\text{cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\rho_{AVG}$  in  $\Omega\text{cm}$

### 3. Versuchsauswertung

#### 3.1 Versuchsbeschreibung

Das Ziel dieses Versuches ist, die Ladungsträgerdichte eines Halbleiters zu bestimmen. Dabei werden zwei Messungen durchgeführt. Die Probe wird zuerst bei Zimmertemperatur untersucht und dann anschließend in einem Temperaturbereich von 79K- 320K.

In einem Kryostaten, der mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden kann, befindet sich die Halbleiterprobe. Um die Temperatur der Probe auf bestimmte Werte einstellen zu können ist in unmittelbarer Nähe der Probe eine Heizwendel angebracht. Der Aufbau ermöglicht also die Temperatur des Halbleiterplättchens zu regeln.

Der Kryostat ist zwischen einem Helmholtzspulenpaar mit Eisenkern eingebaut, so dass bei entsprechender Stromstärke (0 bis 24 A) ein im Bereich der Probe homogenes Magnetfeld erzeugt wird.

Der erste Schritt besteht darin, den Zusammenhang zwischen Spulenstrom und Magnetfeld zu bestimmen. Dann werden die Kontakte der Proben geprüft.

Die wichtigsten Messungen zur Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hallkoeffizienten, werden mit einem Computer gesteuert, der zugleich die Messdaten erfasst. Vor den Messungen werden die Proben so ausgerichtet, dass die Hallspannung maximal ist.

#### 3.2 Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Spulenstrom und Magnetfeld

Um den Zusammenhang zwischen Spulenstrom und Magnetfeld zu bestimmen wird eine Sonde verwendet, für die eine Eichkurve (Magnetfeld/ Hallspannung) vorliegt. Dabei wird der Strom einmal in positiver und einmal in negativer Richtung angelegt, um eventuelle Inhomogenitäten der Probe zu berücksichtigen.

In zwei Schaubildern wird jeweils der Betrag der Hallspannung über dem Betrag des Spulenstromes aufgetragen. (vgl. Diagramme 1 und 2)

| I / A  | U/mV   |
|--------|--------|
| -27,97 | 53,71  |
| -23,98 | 46,6   |
| -19,98 | 39,08  |
| -15,98 | 31,42  |
| -11,98 | 23,67  |
| -7,99  | 15,87  |
| -3,99  | 8,05   |
| 0      | 0,22   |
| 3,99   | -7,61  |
| 7,99   | -15,46 |
| 11,99  | -23,29 |
| 15,98  | -31,38 |
| 19,98  | -38,87 |
| 23,98  | -46,33 |
| 27,97  | -53,66 |
| 31,97  | -60,46 |

Man sieht, dass die Messpunkte kaum von der Ausgleichsgeraden abweichen, der Zusammenhang ist also linear. Beide Schaubilder liefern nahezu die gleiche Geradengleichung.

Für die Abhängigkeit des Magnetfeldes vom Spulenstrom ergeben sich folgende Gleichungen:

$$B_1(I) = 0,0225I \frac{T}{A} + 0,0011T \qquad B_2(I) = 0,0223I \frac{T}{A} - 0,00508T$$

Für unsere weiteren Rechnungen haben wir den Mittelwert von  $B_1$  und  $B_2$  verwendet.

### 3.3 Überprüfen der Kontakte

Beim Überprüfen der Kontakte soll getestet werden, ob die Kontakte ohmsch sind. Dabei wird an zwei nebeneinander liegenden Kontakten des zu untersuchenden Hallplättchens ein elektrisches Feld angelegt und an den gleichen Kontakten die Spannung abgegriffen.

| I/A          | U/mV    |
|--------------|---------|
| 2,29E-08     | -0,11   |
| 7,28E-08     | -0,38   |
| 0,000000298  | -1,15   |
| 0,000000998  | -3,87   |
| 0,000003     | -11,63  |
| 0,00001      | -38,8   |
| 0,00003      | -116,42 |
| 0,0001       | -380    |
| 0,0003       | -1160   |
| 0,001        | -3870   |
| -1,51E-08    | 0,12    |
| -7,24E-08    | 0,39    |
| -0,000000304 | 1,17    |
| -0,000001    | 3,88    |
| -0,000003    | 11,64   |
| -0,00001     | 38,8    |
| -0,00002997  | 116,37  |
| -0,00009998  | 388     |
| -0,000299    | 1160    |
| -0,001       | 3874    |

Um den linearen Zusammenhang zwischen der Stromstärke und der Spannung zu zeigen werden die Logarithmen der Beträge übereinander aufgetragen. Dabei werden jeweils positive und negative Stromrichtung bei einer Einstellung im selben Diagramm dargestellt. (vgl. Diagramm 3)  
 Man sieht, dass die beiden Geraden kaum voneinander abweichen und, dass die Steigung der beiden Geraden beinahe 1 ist. Aus dieser linearen Beziehung folgt, dass die Kontakte ohmsch sind.

### 3.4 Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hallkoeffizienten bei Zimmertemperatur

Die zu untersuchende Probe hat eine Schichtdicke von  $0,31\mu\text{m}$  und wird von einem Strom der Stärke  $100\mu\text{A}$  durchflossen.

#### 3.4.1 Bestimmung des spezifischen Widerstandes nach Van der Pauw

Um den spezifischen Widerstand zu bestimmen, wird die in 2.1 beschriebene Spannungsmessung mit Spulenströmen zwischen  $-24\text{A}$  und  $24\text{A}$  durchgeführt und die jeweiligen Werte für  $\rho_{\text{AVG}}$  berechnet. Der Mittelwert dieser Werte beträgt  $0,05371409\text{ Vcm/A}$ .

| I/A                          | 0          | 4           | 8           | 12          | 16          | 20          | 24          |
|------------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| V1[V]                        | -0,033813  | -0,0338111  | -0,0338137  | -0,0338121  | -0,0338079  | -0,0338101  | -0,0338138  |
| V2[V]                        | 0,0337055  | 0,0337015   | 0,0337008   | 0,0337019   | 0,0337017   | 0,0337003   | 0,033701    |
| V3[V]                        | -0,0426695 | -0,0426703  | -0,0426741  | -0,0426716  | -0,0426716  | -0,0426771  | -0,0426784  |
| V4[V]                        | 0,0427267  | 0,0427254   | 0,0427244   | 0,0427254   | 0,0427265   | 0,0427247   | 0,0427243   |
| V5[V]                        | -0,0337443 | -0,0337444  | -0,0337472  | -0,0337483  | -0,0337467  | -0,0337495  | -0,0337497  |
| V6[V]                        | 0,0337675  | 0,0337665   | 0,0337687   | 0,0337669   | 0,0337692   | 0,0337687   | 0,0337699   |
| V7[V]                        | -0,042703  | -0,042705   | -0,0427043  | -0,0427063  | -0,0427084  | -0,0427124  | -0,0427143  |
| V8[V]                        | 0,0426942  | 0,0426945   | 0,0426943   | 0,0426944   | 0,042698    | 0,0426988   | 0,0427016   |
| $\rho_{\alpha}[\text{Vm/A}]$ | 0,00053713 | 0,000537107 | 0,000537124 | 0,000537117 | 0,000537105 | 0,000537121 | 0,00053714  |
| $\rho_{\beta}[\text{Vm/A}]$  | 0,00053711 | 0,000537115 | 0,000537129 | 0,000537134 | 0,000537156 | 0,000537181 | 0,000537203 |
| $\rho(\text{avg})$<br>[Vm/A] | 0,00053712 | 0,000537111 | 0,000537126 | 0,000537125 | 0,000537131 | 0,000537151 | 0,000537171 |

| I/A                    | -4         | -8         | -12        | -16        | -20        | -24        |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| V1[V]                  | -0,0338134 | -0,033813  | -0,0338098 | -0,033815  | -0,033818  | -0,0338178 |
| V2[V]                  | 0,0337011  | 0,0337044  | 0,0337063  | 0,0337069  | 0,0337051  | 0,0337096  |
| V3[V]                  | -0,0426768 | -0,042677  | -0,0426741 | -0,0426818 | -0,0426851 | -0,0426827 |
| V4[V]                  | 0,0427292  | 0,0427294  | 0,0427335  | 0,0427332  | 0,0427353  | 0,0427392  |
| V5[V]                  | -0,0337405 | -0,0337403 | -0,0337411 | -0,0337407 | -0,0337439 | -0,0337448 |
| V6[V]                  | 0,0337632  | 0,0337621  | 0,0337596  | 0,0337657  | 0,033763   | 0,033761   |
| V7[V]                  | -0,0427051 | -0,0427035 | -0,042706  | -0,0427068 | -0,0427109 | -0,0427091 |
| V8[V]                  | 0,0426939  | 0,042696   | 0,0426981  | 0,0426966  | 0,0426966  | 0,0426981  |
| $\rho\alpha$ [Vm/A]    | 0,00053715 | 0,00053716 | 0,00053716 | 0,00053721 | 0,00053723 | 0,00053725 |
| $\rho\beta$ [Vm/A]     | 0,00053709 | 0,00053708 | 0,00053709 | 0,00053711 | 0,00053713 | 0,00053712 |
| $\rho$ (avg)<br>[Vm/A] | 0,00053712 | 0,00053712 | 0,00053713 | 0,00053716 | 0,00053718 | 0,00053719 |

### 3.4.2 Bestimmung des Hallkoeffizienten

Es wird die in 2.2 erklärte Messung vorgenommen.

Aus der Hallkonstanten wird die Ladungsträgerkonzentration  $n = 1/R_H e$  und die Beweglichkeit  $\mu = |R_H|/\rho$  berechnet. (vgl. nächste Tabelle)

| I(A)                                     | 0               | 4               | 8               | 12              | 16              | 20              | 24              |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| V1[V]                                    | -0,0088637      | -0,0090606      | -0,009259       | -0,0094601      | -0,0096586      | -0,0098579      | -0,0100468      |
| V2[V]                                    | 0,0090321       | 0,0092269       | 0,0094254       | 0,009629        | 0,0098211       | 0,0100219       | 0,0102102       |
| V3[V]                                    | 0,0089611       | 0,0087603       | 0,0085652       | 0,0083682       | 0,0081714       | 0,0079734       | 0,0077866       |
| V4[V]                                    | -0,0089253      | -0,0087306      | -0,0085334      | -0,0083351      | -0,008139       | -0,007945       | -0,0077523      |
| B-Feld/T                                 | 0,00508         | 0,09428         | 0,18348         | 0,27268         | 0,36188         | 0,45108         | 0,54028         |
| B-Feld/G                                 | 50,8            | 942,8           | 1834,8          | 2726,8          | 3618,8          | 4510,8          | 5402,8          |
| R(H)<br>[cm <sup>3</sup> /C]             | 1,4340551<br>18 | 6,5482074<br>67 | 6,6982504<br>91 | 6,7808236<br>76 | 6,7873535<br>43 | 6,8060765<br>27 | 6,7678379<br>73 |
| $n$ [10 <sup>17</sup> cm <sup>-3</sup> ] | 43,5827         | 9,5446          | 9,33079         | 9,21717         | 9,2083          | 9,18297         | 9,23485         |
| $\rho$ (avg)<br>[Ω/cm]                   | 0,0005371<br>2  | 0,0005371<br>11 | 0,0005371<br>26 | 0,0005371<br>25 | 0,0005371<br>31 | 0,0005371<br>51 | 0,0005371<br>71 |
| $\mu$ [cm <sup>2</sup> /Vs]              | 26,697927<br>69 | 121,90854<br>26 | 124,70190<br>65 | 126,23917<br>86 | 126,36074<br>57 | 126,70931<br>31 | 125,99742<br>26 |

|                                       |            |            |            |            |            |            |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| I/A                                   | -4         | -8         | -12        | -16        | -20        | -24        |
| V1[V]                                 | -0,0086682 | -0,0084688 | -0,0082701 | -0,008073  | -0,0078754 | -0,0076871 |
| V2[V]                                 | 0,0088334  | 0,0086359  | 0,0084383  | 0,0082399  | 0,0080413  | 0,007848   |
| V3[V]                                 | 0,0091618  | 0,0093622  | 0,0095641  | 0,0097634  | 0,0099599  | 0,0101547  |
| V4[V]                                 | -0,0091301 | -0,0093321 | -0,0095344 | -0,0097391 | -0,0099323 | -0,0101267 |
| B-Feld/T                              | -0,0889    | -0,1789    | -0,2689    | -0,3589    | -0,4489    | -0,5389    |
| B-Feld/G                              | -889       | -1789      | -2689      | -3589      | -4489      | -5389      |
| R(H) [cm <sup>3</sup> /C]             | 6,8861934  | 6,88853663 | 6,88754528 | 6,86347182 | 6,8257237  | 6,8861934  |
| n[10 <sup>17</sup> cm <sup>-3</sup> ] | 9,0717E+17 | 9,0761E+17 | 9,073E+17  | 9,0744E+17 | 9,1062E+17 | 9,1565E+17 |
| ρ(avg) [Ω/cm]                         | 0,00053712 | 0,00053712 | 0,00053713 | 0,00053716 | 0,00053718 | 0,00053719 |
| μ[cm <sup>2</sup> /Vs]                | 128,263661 | 128,200856 | 128,24448  | 128,226024 | 127,777846 | 127,075086 |

In 3.3 wurde gezeigt, dass die Spannungswerte nicht stark von der Stromrichtung abhängen (siehe auch die entsprechenden Werte in obiger Tabelle). Deshalb werden nur die Spannungswerte V1- V4 gemessen und die Hallkonstante wird gemäß der Formel  $R_H = \frac{2,5 \cdot 10^7 d}{BI} (V_2 - V_1 + V_4 - V_3)$  berechnet.

Als Mittelwert ergibt sich für die Ladungsträgerkonzentration  $\bar{n} = 1,18353 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  und für die Beweglichkeit  $\bar{\mu} = 118,9540 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1}$ .

### 3.5 Bestimmung des spezifischen Widerstandes und des Hallkoeffizienten bei Temperaturen zwischen 79 und 320 K

Die zu untersuchende Probe hat eine Schichtdicke von 0,32μm und wird von einem Strom der Stärke 100μA durchflossen.

#### 3.5.1 Bestimmung des spezifischen Widerstandes nach Van der Pauw

Um den spezifischen Widerstand zu bestimmen, wird die in 2.1 beschriebene Spannungsmessung mit einem festen Spulenstrom von -24 A und bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt. Es wird deutlich, dass der spezifische Widerstand mit steigender Temperatur abnimmt.

|                              |            |            |            |            |            |            |            |           |
|------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| I/A                          | 24         | -24        | -24        | -24        | -24        | -24        | -24        | -24       |
| T(K)                         | 79         | 79         | 83         | 90         | 98         | 105        | 113        | 123       |
| V1[V]                        | -0,159152  | -0,159383  | -0,126054  | -0,097570  | -0,078380  | -0,064754  | -0,055645  | -0,047472 |
| V2[V]                        | 0,1588569  | 0,1590959  | 0,1256758  | 0,097304   | 0,0782093  | 0,0646351  | 0,0555508  | 0,0474113 |
| V3[V]                        | -0,244860  | -0,245398  | -0,194061  | -0,150040  | -0,120017  | -0,098558  | -0,084134  | -0,071121 |
| V4[V]                        | 0,2465466  | 0,2470891  | 0,1948666  | 0,1504953  | 0,1203272  | 0,0987623  | 0,0842742  | 0,0712399 |
| V5[V]                        | -0,159843  | -0,159895  | -0,125592  | -0,097212  | -0,078134  | -0,064586  | -0,055517  | -0,047383 |
| V6[V]                        | 0,157967   | 0,1579624  | 0,124192   | 0,0963512  | 0,0775687  | 0,0642001  | 0,0552361  | 0,0471864 |
| V7[V]                        | -0,239459  | -0,239739  | -0,189593  | -0,147550  | -0,118660  | -0,097826  | -0,083706  | -0,070931 |
| V8[V]                        | 0,2381341  | 0,2383677  | 0,1883916  | 0,1467486  | 0,1181223  | 0,0974447  | 0,0834232  | 0,070727  |
| $\rho\alpha$                 | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -         |
| [ $\Omega$ /cm]              | 0,2845592  | 0,2850411  | 0,2248759  | 0,1738925  | 0,1393409  | 0,1147014  | 0,0981693  | 0,0833037 |
| $\rho\beta$                  | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -         |
| [ $\Omega$ /cm]              | 0,2232476  | 0,2234264  | 0,1763952  | 0,1372200  | 0,1104193  | 0,0911420  | 0,0781085  | 0,0663339 |
| $\rho$ (avg)                 | -0,253903  | -0,254233  | -0,200635  | -0,155556  | -0,124880  | -0,102921  | -0,088138  | -0,074818 |
| I/A                          | -24        | -24        | -24        | -24        | -24        | -24        | -24        | -24       |
| T(K)                         | 134        | 150        | 166        | 189        | 219        | 260        | 320        |           |
| V1[V]                        | -0,041118  | -0,035815  | -0,032698  | -0,030543  | -0,030022  | -0,031623  | -0,036024  |           |
| V2[V]                        | 0,0410725  | 0,0357871  | 0,0326766  | 0,0305318  | 0,0300099  | 0,0311531  | 0,0357711  |           |
| V3[V]                        | -0,060963  | -0,052367  | -0,047146  | -0,043175  | -0,041288  | -0,041988  | -0,044309  |           |
| V4[V]                        | 0,0610559  | 0,0524391  | 0,047212   | 0,0432338  | 0,0413411  | 0,0416895  | 0,0445119  |           |
| V5[V]                        | -0,041068  | -0,035789  | -0,032682  | -0,030541  | -0,030017  | -0,031647  | -0,036310  |           |
| V6[V]                        | 0,0409303  | 0,0356872  | 0,0326102  | 0,0304818  | 0,0299779  | 0,031632   | 0,0363805  |           |
| V7[V]                        | -0,060894  | -0,052357  | -0,047169  | -0,043214  | -0,041327  | -0,041655  | -0,043954  |           |
| V8[V]                        | 0,0607439  | 0,052246   | 0,0470945  | 0,0431501  | 0,0412791  | 0,0416183  | 0,043973   |           |
| $\rho\alpha$ [ $\Omega$ /cm] | -0,0717133 | -0,0619565 | -0,0561025 | -0,0518049 | -0,0501098 | -0,0514523 | -0,0565188 |           |
| $\rho\beta$ [ $\Omega$ /cm]  | -0,0571038 | -0,0492787 | -0,0445661 | -0,0410435 | -0,0395463 | -0,0403620 | -0,0436646 |           |
| $\rho$ (avg) [ $\Omega$ /cm] | -0,064408  | -0,055617  | -0,050334  | -0,046424  | -0,044828  | -0,045907  | -0,050091  |           |

### 3.5.2 Bestimmung des Hallkoeffizienten

Es wird wieder die in 2.2 erklärte Messung vorgenommen, diesmal bei verschiedenen Temperaturen mit konstantem Magnetfeld.

Die Berechnung von  $R_H$  wird analog der Rechnung in 3.4.2 durchgeführt.

Aus der Hallkonstanten wird die Ladungsträgerkonzentration  $n = 1/R_H e$  und die Beweglichkeit  $\mu = |R_H|/\rho$  berechnet. (s. nächste Tabelle)

| T(K)                                  | 79         | 83         | 90         | 98         | 105        | 113        | 123        |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| V1[V]                                 | -0,0683102 | -0,054836  | -0,0430157 | -0,0344981 | -0,0281879 | -0,0238198 | -0,0198453 |
| V2[V]                                 | 0,0697696  | 0,0558173  | 0,0435995  | 0,0349231  | 0,0284764  | 0,024078   | 0,0200153  |
| V3[V]                                 | 0,0928687  | 0,0742396  | 0,0582577  | 0,0468401  | 0,0383873  | 0,0325405  | 0,0271453  |
| V4[V]                                 | -0,0960079 | -0,076152  | -0,0594239 | -0,0476209 | -0,0389358 | -0,032959  | -0,0274479 |
| V5[V]                                 | -0,092635  |            |            |            |            |            |            |
| V6[V]                                 | 0,0942083  |            |            |            |            |            |            |
| V7[V]                                 | 0,0682033  |            |            |            |            |            |            |
| V8[V]                                 | -0,0713266 |            |            |            |            |            |            |
| B-Feld/T                              | -0,5389    | -0,5389    | -0,5389    | -0,5389    | -0,5389    | -0,5389    | -0,5389    |
| B-Feld/G                              | -5389      | -5389      | -5389      | -5389      | -5389      | -5389      | -5389      |
| R(H)<br>[cm <sup>2</sup> /C]          | 73,0516237 | 57,1482325 | 44,6770458 | 36,0101039 | 29,7097235 | 25,3132631 | 21,1871683 |
| n[10 <sup>17</sup> cm <sup>-3</sup> ] | 85,556     | 1,0936     | 1,3989     | 1,7356     | 2,1037     | 2,4691     | 2,9499     |
| ρ(avg)<br>[Ω/cm]                      | -0,2542337 | -0,2006355 | -0,1555563 | -0,1248801 | -0,1029217 | -0,0881389 | -0,0748188 |
| μ[cm <sup>2</sup> /Vs]                | -287,34036 | -284,83596 | -287,20820 | -288,35730 | -288,66315 | -287,19728 | -283,17939 |

| T(K)                                  | 134        | 150        | 166        | 189        | 219        | 260        | 320        |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| V1[V]                                 | -0,0166827 | -0,0139646 | -0,0122408 | -0,0107877 | -0,0097094 | -0,0086291 | -0,0064859 |
| V2[V]                                 | 0,0168388  | 0,0140737  | 0,0123416  | 0,0108679  | 0,0097817  | 0,0087001  | 0,0067295  |
| V3[V]                                 | 0,0228475  | 0,0190513  | 0,0166061  | 0,0144529  | 0,0128118  | 0,0112389  | 0,0087182  |
| V4[V]                                 | -0,0230834 | -0,01922   | -0,0167424 | -0,0145595 | -0,0128995 | -0,0113033 | -0,0086284 |
| R(H)                                  | 17,8461403 | 14,7162275 | 12,6066571 | 10,5799221 | 8,94536092 | 7,49689182 | 5,94113936 |
| [cm <sup>3</sup> /C]                  |            |            |            |            |            |            |            |
| n[10 <sup>17</sup> cm <sup>-3</sup> ] | 3,5022     | 4,247      | 4,9577     | 5,9074     | 6,9869     | 8,3368     | 10,52      |
| ρ(avg)                                |            |            |            |            |            |            |            |
| [Ω/cm]                                | -0,0644085 | -0,0556176 | -0,0503343 | -0,0464242 | -0,0448281 | -0,0459071 | -0,0500917 |
| μ[cm <sup>2</sup> /Vs]                | -277,07703 | -264,59644 | -250,45850 | -227,89653 | 199,548052 | -163,30543 | -118,60518 |

Man erkennt eine starke Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration und der Beweglichkeit von der Temperatur.

In Diagramm 4 ist die Ladungsträgerkonzentration ( $\ln(n)$ ) über der reziproken Temperatur ( $1/T$ ) abgetragen. Der von uns vermessene Bereich liegt wahrscheinlich im Bereichs der Störstellenreserve.(vgl. Abbildung 9).

In diesem Diagramm kann man aus der Steigung im Bereich der Störstellenreserve die Energie eines gebundenen Donatorelektrons bestimmen. Es gilt:  $E_D = 2k_B m$ , dabei ist  $m$  die Steigung.

Mit  $m \approx 250K$  und  $k_B$  in eV ergibt sich:  $E_D \approx 43meV$ . Die verwendete Probe ist mit Bor dotiertes Silizium, hierfür ist der Literaturwert  $E_D = 45meV$ . Im Rahmen der Genauigkeit unserer Abschätzung ist das Ergebnis sehr gut.

Diagramm 5 zeigt den Zusammenhang zwischen Beweglichkeit und Temperatur. Es sind die logarithmischen Werte übereinander aufgetragen, die Regressionsgrade hat eine Steigung von  $m=-1,0493$ . Vergleicht man dieses Ergebnis mit der Theorie (Kapitel 1.4, Abbildung 10), so stellt man fest, dass der vermessene Temperaturbereich wahrscheinlich das Maximum der Beweglichkeit und die Abnehmende Kurve ist. Wählt man für die Bestimmung der Steigung nur die letzten zwei Messwerte so ist die Steigung  $m=-1,5403$ . Dies zeigt uns eher den Verlauf, den wir erwartet hätten, nämlich eine Steigung von  $m=-3/2$ . Man müßte also, um einen schönen geraden Verlauf der Beweglichkeit zu erhalten, bei Temperaturen höher als 320K messen.



## **4. Fehlerdiskussion**

In diesem Versuch kann es bei der eigentlichen Messung fast nicht zu Fehlern kommen, da die ganze Meßprozedur automatisiert ist und vom Computer gesteuert wird.

Aufgrund unserer Ergebnisse, die sehr gut mit den Erwartungen übereinstimmen sind ja auch nur sehr geringe Fehler zu erwarten.

Beim Aufbau kann es allerdings zu geringen Fehlern kommen, wenn z.B. die Probe nicht absolut senkrecht zum angelegten Magnetfeld ausgerichtet ist. Die Einstellung der Probe im Kryostaten war nicht sicher möglich, da sich beim Drehen der Probe in keiner Stellung ein konstanter Maximalwert der Spannung einstellte, der für die Identifikation der besten Ausrichtung nötig gewesen wäre.

Ein anderes Problem stellte die Einstellung der Temperaturen dar. Es war praktisch nicht möglich die Heizung so zu steuern, dass sich die Temperatur der Probe während der tatsächlichen Messung nicht mehr änderte. Da das Messprogramm aber immer sehr schnell durchgelaufen war dürfte dieser Fehler keine größeren Auswirkungen gehabt haben.

## **Literaturangabe**

- vom Betreuer ausgegebene Versuchsanleitung: „Praktikum Halbleiterphysik: Hall-Effekt“, Universität Ulm SS 2001
- Gerthsen, Vogel, „Physik“, 20. Auflage
- Kittel, „Einführung in die Festkörperphysik“, 4. Auflage
- Ashcroft, Mermin, „Solid State Physics“, 2. Auflage
- S. M. Sze, „Physics of Semiconductor Devices“, 2nd Edition (Bildquelle)