

Grundpraktikum der Physik



Versuch 8: Oberflächenspannung

Konrad Steible Anne Götz

11. Oktober 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Zwischenmolekulare Kräfte	3
1.2	Modell einer Flüssigkeit	4
1.3	Oberflächenspannung und spezifische Oberflächenenergie	4
1.4	Änderung der Oberflächenspannung bei Lösungen	6
1.5	Der Normaldruck	6
1.6	Adhäsion und Kohäsion	8
1.6.1	Kapillarität	8
1.6.2	Randwinkel und Benetzung	10
2	Versuchsbeschreibung	11
2.1	Versuchsaufbau	11
2.1.1	Abreißmethode	11
2.1.2	Blasendruckmethode	13
3	Auswertung	15
3.1	Abreißmethode	15
3.1.1	Wasserfüllung	15
3.1.2	Natriumsalzlösung	15
3.2	Blasendruckmethode	18
3.2.1	Wasserfüllung	18
3.2.2	Kochsalzlösung	19
3.2.3	Diagramme zur Blasendruckmethode	19
4	Fehlerdiskussion	20
4.1	Abreißmethode	20
4.2	Blasendruckmethode	21
5	Literaturverzeichnis	22

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Zwischenmolekulare Kräfte

Zwischen Molekülen, Atomen und auch Ionen wirken Kräfte, deren Größe bestimmend dafür ist, in welchem Aggregatzustand ein Material vorliegt. Sowohl bei Festkörpern, als auch bei Flüssigkeiten bestimmen diese Kräfte das Volumen.

Betrachtet man nun eine Volumenänderung des Materials, bzw. des Mediums, so stellt man fest, dass dazu immer eine äußere Kraft notwendig ist. Folglich müssen die Moleküle ohne das Wirken einer externen Kraft einen bestimmten Abstand voneinander haben, bei dem sie in der so genannten Gleichgewichtslage sind.

Ist dieser Abstand zwischen den Molekülen kleiner als der Normalabstand, so wirken die Molekülkräfte abstoßend, bei größerem dagegen anziehend.

Zwischenmolekulare Kräfte sind demnach Resultierende einer Abstoßungs- und einer Anziehungskraft, die sich im Normalabstand (in der Gleichgewichtslage) vollkommen kompensieren.

Die Reichweite dieser Kräfte ist sehr gering. Man spricht von der Wirkungssphäre, die eine Kugel darstellt mit einem Radius der Größenordnung von 10 Nanometern.

- **Coulombkräfte:** Es handelt sich hierbei um die elektrostatische Kraft zwischen zwei Punktladungen. Sie wird beschrieben durch das Coulomb'sche Gesetz. Dieses besagt, dass die Kraft zwischen zwei Punktladungen proportional zum Produkt dieser Ladungen und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Abstandes ist. Zwei Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab, solche mit verschiedenen ziehen sich an. Innerhalb von Flüssigkeiten treten Coulombkräfte durch die elektrostatische Anziehung von Ionen (z.B. in Salzlösungen) und Wechselwirkungen zwischen Dipolen in polaren Flüssigkeiten (z.B. Wasser) auf.
- **Van-der-Waals-Kräfte:** Auch zwischen Molekülen und Atomen, die keine ionische oder kovalente Bindungen eingehen können, wie dies z.B. bei Helium der Fall ist, gibt es durchaus beträchtliche Anziehungskräfte. Es handelt sich um die so genannten Van-der-Waals-Kräfte. Die Ursache für diese Kräfte sind elektrostatische Anziehungen zwischen induzierten und permanenten Dipolen. Sie sind wesentlich schwächer, als die Coulomb-Kräfte. deshalb genügt oft schon eine geringe Temperaturerhöhung, um den Zusammenhalt durch die thermische Bewegung zu lösen. Es handelt sich also um Kräfte zwischen antiparallel orientierten temporären Dipolen. Sie entstehen meist durch eine kurzzeitige Ladungsverschiebung in der Elektronenhülle eines Teilchens dessen temporäres Dipolmoment in den benachbarten Teilchen wiederum ein Dipolmoment induziert. Das elektrische Feld des einen Dipols führt zur Ausrichtung des anderen Moleküls. Die Folge ist eine Anziehung. Die Kräfte zwischen nicht benachbarten Teilchen können vernachlässigt werden.

- **Wasserstoffbrücken:**Die durch die Wasserstoffbrückenbindung hervorgerufene Anziehungskraft ist wesentlich stärker, als die durch die Van-der-Waals-Bindungen. Sie sind unter anderem verantwortlich für den relativ hohen Siedepunkt von Wasser. Beim Zustandekommen von Wasserstoffbrückenbindungen wirkt ein Proton als Verbindungsglied zwischen zwei anderen Atomen, die Sauerstoff-, Stickstoff- oder Fluoratome sein können. Am häufigsten treten sie zwischen zwei Sauerstoffatomen auf.
- **Metallische Bindungen:**Dies ist eine ganz außerordentliche Bindungsart. Hier teilen sich nicht zwei oder wenige Atome Elektronen, oder tauschen sie aus, sondern jedes Valenzelektron gehört zu allen Atomen. Diese so genannten Valenzelektronen bilden ein "Elektronengas", das in der dreidimensionalen Anordnung der positiven Atomrümpfe frei beweglich ist. Man kann sagen, die gleichmäßig verteilte negative Ladungsdichte hält die positiven Ionen zusammen.
- **Starke und schwache Kernkräfte:**Beim Wirken von Kohäsionskräften ist diese sehr viel stärker, als die abstoßende Wirkung der Elektronenhüllen. Hieraus ergibt sich ein Potentialminimum bei einem bestimmten Abstand, den die Teilchen zueinander haben.

1.2 Modell einer Flüssigkeit

Im Gegensatz zu Festkörpern nehmen Flüssigkeiten keine bestimmte Form an, sondern ein bestimmtes Volumen. Durch Druck kann dieses verändert werden, fällt aber sofort wieder in den Anfangszustand zurück, wenn der Druck weggenommen wird. Man nennt dies **Volumenelastizität**. Flüssigkeiten haben wie auch Festkörper charakteristische Abstände zwischen ihren Atome bzw. Molekülen. Dieser Abstand ist abhängig von den wirkenden zwischenmolekularen Kräften (siehe (1.1)). Nicht wie Festkörper besitzen Flüssigkeiten keine so genannte **Fernordnung**, d.h. sie sind nur über jeweils kleine Volumenelemente geordnet (**Nahordnung**).

Flüssigkeiten haben also weder eine definierte Form, wie Festkörper, noch sind sie raumausfüllend, wie es Gase sind. Die Oberfläche ist es, die bei Flüssigkeiten definiert ist. Ihre Gestalt wird durch die Kräfte, die auf die Flüssigkeit wirken eindeutig festgelegt. Man spricht vom Gleichgewichtszustand der Oberfläche einer Flüssigkeit, wenn die Summe aller wirkenden Kräfte keine Komponente tangential zur Oberfläche hat.

1.3 Oberflächenspannung und spezifische Oberflächenenergie

Der Grund, warum leichte Gegenstände auf einer Wasseroberfläche schwimmen können ist nicht die Auftriebskraft, sondern die **Oberflächenspannung**.

Sie kommt durch anziehende Kräfte zustande, die, die Moleküle aufeinander ausüben. Man muss Folgendes unterscheiden:

Im Inneren einer Flüssigkeit ist ein einzelnes Molekül an allen Seiten von anderen Molekülen umgeben, und es erfährt durch die Wechselwirkung mit den umgebenden Molekülen mehr oder weniger isotrope (in alle Richtungen gleiche) Kräfte. An der Oberfläche tritt jedoch ein anderer Effekt auf. Hier ist die resultierende Kraft, die auf ein Molekül wirkt im zeitlichen Mittel nicht Null. Denn hier wird das Molekül innerhalb einer Halbkugel angezogen. Folglich ergibt sich eine von Null verschiedene Anziehungskraft, die ins Innere der Flüssigkeit zeigt.

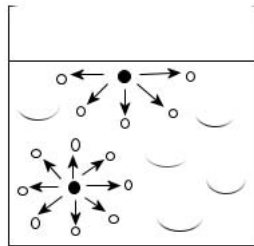


Abbildung 1: Resultierende Kräfte auf ein Flüssigkeitsmolekül

Um ein Molekül aus dem Inneren an die Oberfläche zu bringen, muss deshalb gegen diese Kraft Arbeit geleistet werden. Ein Oberflächenmolekül hat deshalb eine um diesen Arbeitsbetrag höhere Energie, als ein Molekül im Inneren der Flüssigkeit.

Möchte man nun die Oberfläche der Flüssigkeit um den Betrag ΔA vergrößern, wie es auch in unserem Versuch der Fall sein wird, so müssen Moleküle aus dem Inneren an die Oberfläche gebracht werden, wozu eine Energie ΔW gegen die resultierende Kraft aufgewendet werden muss.

(Ein Teilchen an der Oberfläche befindet sich auf einem höheren Energieniveau. Hier liegt auch die Ursache dafür, dass Flüssigkeitsoberflächen Minimalflächen sind, da ein System immer den Zustand geringster Energie erreichen möchte.)

Den Quotienten:

$$\epsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A} \quad (1)$$

nennt man **spezifische Oberflächenenergie**. Sie hängt von den jeweiligen Bindungskräften zwischen den Molekülen der Flüssigkeit ab.

Unter der **Oberflächenenergiedichte (Oberflächenspannung)** versteht man das Verhältnis der zur Vergrößerung der Oberfläche erforderlichen Arbeit zur Oberflächenänderung:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} \quad (2)$$

1.4 Änderung der Oberflächenspannung bei Lösungen

Wenn feine Partikel eines Stoffes in einem anderen gleichmäßig verteilt sind, spricht man von einem **dispersen System**. Je nach Partikelgröße haben sie nun unterschiedliche Bezeichnungen und Eigenschaften:

Echte Lösungen (molekulardisperse Systeme): Die Partikel des gelösten Stoffes besitzen Molekülgröße. Sie vermischen sich mit den Molekülen des Lösungsmittels in einem Diffusionsvorgang. Es handelt sich also um eine vollständige Durchmischung der Moleküle zweier unterschiedlicher Stoffe. Eine echte Lösung ist immer klar und durchsichtig. Man muss beachten, dass sich zwar die Moleküle zweier Flüssigkeiten vermischen lassen, jedoch nicht alle Flüssigkeiten sind ineinander löslich, also dauernd und unbegrenzt mischbar.

Fest Stoffe lassen sich in Flüssigkeiten nur bis zur temperaturabhängigen Sättigungsmenge lösen. Löst man ein Salz in einer Flüssigkeit, nimmt deren Oberflächenspannung zu, da aufgrund der gelösten Ionen zusätzliche Coulomb-Kräfte in der Lösung auftreten. Der entgegengesetzte Effekt tritt auf, wenn man eine Lauge bzw. eine Seife in die entsprechende Flüssigkeit gibt, oder z.B. die Temperatur erhöht. Hierbei werden die zwischenmolekularen Kräfte abgeschwächt und die Oberflächenspannung verringert. Wie oben erläutert, wird die resultierende Kraft, die in das Innere der Flüssigkeit wirkt, schwächer, und die Oberflächenmoleküle "sitzen" auf keinem ganz so hohen Energieniveau!

1.5 Der Normaldruck

Betrachtet man eine Röhre an deren beiden Ende je eine Seifenblase sitzt. An der einen Seite eine kleine, an der anderen eine etwas größere. Öffnet man das in der Mitte angebrachte Ventil, so wird die größere noch größer und die kleinere wird sich auf ihre Minimalfläche, nämlich der Röhrenöffnung, zusammenziehen. Was passiert hier?

Stellt man sich ein differenziell kleines Flächenstück dA der Kugeloberfläche vor, auf dem ein Molekül sitzt, so ziehen an diesem tangential zur Oberfläche, die Zwischenmolekularen Kräfte (,sowie natürlich auch nach Innen).

Die Seitenflächen unseres dA bezeichnen wir mit a und b . Betrachtet man nun z.B. die Kraft $F_t = \sigma \cdot b$, die hier nach rechts wirkt, so kann man diese in eine Radialkomponente nach Innen und eine darauf senkrechte Komponente aufteilen: F_R und F_S . Wobei F_R hier zugleich die resultierende Kraft ist, die auf das Molekül wirkt.

Mit dem Innenwinkel ϕ am Kreismittelpunkt und dem Sinussatz folgt:

$$F_R = 2 \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot F = \varphi \cdot F \quad (3)$$

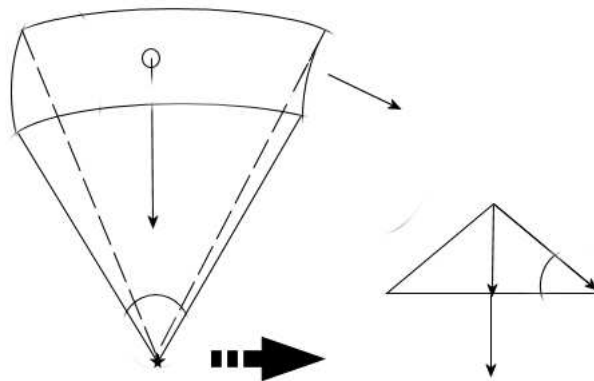


Abbildung 2: Schema zum Innendruck in einer Kugel

Setzt man nun obige Beziehung für die Kraft F_t ein ergibt sich:

$$F_R = \varphi \cdot \sigma \cdot b \quad (4)$$

Für kleine Winkel gilt zudem :

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad (5)$$

womit für die resultierende Kraft schließlich gilt:

$$\Rightarrow F_R = \frac{a}{r} \cdot \sigma \cdot b \quad (6)$$

sieht man davon ab, dass man immer eine Kugel vorliegen hat, so muss man zwei Radien miteinbeziehen, und es gilt dann:

$$\Rightarrow F_R = ab \cdot \frac{\sigma}{r_1} + ab \cdot \frac{\sigma}{r_2} \quad (7)$$

Schließlich setzt man noch die bekannte Relation für den Druck p ein: $p = \frac{F}{A}$

Und man sieht, dass für unser kleines Flächenstück $dA = a \cdot b$ gilt:

$$p = \sigma \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (8)$$

Da wir uns in unserem Fall bei mit dem Spezialfall der Kugel beschäftigen, ist $r_1 = r_2$ und die Formel für den so genannten **Innendruck** in der Seifenblase lautet folglich:

$$p = \frac{2\sigma}{r} \quad (9)$$

Man kann nun leicht erkennen, dass bei kleinem Radius der Innendruck, sowie folglich auch die Oberflächenspannung, größer ist, und deswegen in unserem Beispiel die größere Seifenblase noch größer wird und die kleine schrumpft!

1.6 Adhäsion und Kohäsion

Kräfte zwischen den Molekülen ein und desselben Körpers nennt man **Kohäsionskräfte (Zusammenhangskräfte)**, dagegen heißen Kräfte zwischen zwei Körpern **Adhäsionskräfte (Anhangskräfte)**.

Genauer versteht man unter der **Kohäsion** den Zusammenhang zwischen den Molekülen eines einzigen Körpers, die durch die Zwischenmolekularen Kräfte hervorgerufen werden (siehe 1.1). Kohäsion ist bei festen und flüssigen Körpern zu beobachten. Gase zeigen sie erst bei sehr starker Abkühlung bzw. großem Druck, wenn der Abstand zwischen den Molekülen genügend klein geworden ist.

Unter der **Adhäsion** versteht man hingegen den Zusammenhang zwischen den Molekülen zweier Körper, hervorgerufen durch gegenseitige Anziehungskräfte. Sie wirken zwischen festen, festen und flüssigen sowie festen und gasförmigen Körpern. Hier wird sie als Adsorption bezeichnet.

1.6.1 Kapillarität

Allgemein versteht man unter der Kapillarität die Erscheinung, dass in einer engen Röhre (Kapillare) eine Flüssigkeit höher steigt, als es nach dem Gesetz der verbundenen Gefäße sein dürfte.

Dies kann man wie folgt verstehen:

Ist der Innenradius r der Kapillare kleiner, als der konkav gekrümmte Bereich der Flüssigkeitsoberfläche, so kann man diesen als Teil einer Kugeloberfläche mit dem Krümmungsradius $R = \frac{r}{\cos \varphi}$ betrachten. φ stellt hier den so genannten Grenzwinkel dar. Wegen der Oberflächenspannung der Flüssigkeit gegen die Luftschicht herrscht an der gekrümmten Oberfläche ein Druck:

$$p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma}{r} \quad (10)$$

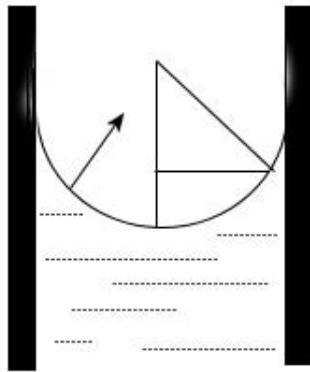


Abbildung 3: Benetzende Flüssigkeit in einer Kapillare

Schaut man sich nun die senkrecht zur Oberfläche (also zum Krümmungsmittelpunkt hin gerichtete Kraft) pro Flächenelement dA an gilt:

$$dF = p \cdot dA \quad (11)$$

und für ihre vertikale Komponente, die wir hier benötigen:

$$dF = p \cdot dA \cdot \cos \alpha \quad (12)$$

wobei $dA \cdot \cos \alpha$ eine Projektion des Flächenelements dA der gekrümmten Oberfläche auf eine horizontale Fläche ist.

Die Integration über alle dA ergibt die Fläche πr^2

Und somit die gesamte vertikal nach oben gerichtete Kraft:

$$\begin{aligned} F_v &= p \cdot \pi r^2 \\ &= \frac{2\sigma}{r} \cos \varphi \cdot \pi r^2 \\ &= 2\sigma \pi r \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (13)$$

Diese Kraft muss sich im Gleichgewicht halten mit der Gewichtskraft der Flüssigkeitssäule der Höhe h :

$$F_G = m \cdot g = \rho \pi r^2 h \cdot g \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_G &= F_v \\ \rho \pi r^2 h \cdot g &= 2\sigma \pi r \cdot \cos \varphi \\ \implies h &= \frac{2\sigma \cdot \cos \varphi}{r g \rho} \end{aligned} \quad (15)$$

Es ist anzumerken, dass bei vollständig benetzenden Flüssigkeiten $\varphi = 0$ wird, und die gesamte Innenseite der Kapillare von einem Flüssigkeitsfilm überzogen wird, dann gilt für die Flüssigkeitssäule:

$$h = \frac{2\sigma}{r g \rho} \quad (16)$$

1.6.2 Randwinkel und Benetzung

Betrachtet man zum Beispiel den **Randwinkel** φ eines Tropfens, der auf einer festen Oberfläche haftet, so stellt dieser sich so stationär ein, dass an der Berührungslinie ein Kräftegleichgewicht herrscht.

Dies bedeutet für die **Grenzflächenspannung** zwischen den verschiedenen Aggregatzuständen fest (**s**), flüssig (**l**) und gasförmig (**g**):

$$\sigma_{sl} - \sigma_{ls} \cdot \cos \varphi - \sigma_{sg} = 0 \quad (17)$$

Man unterscheidet nun:

$$\cos \varphi > 0 \quad \rightarrow \quad \varphi < 90^\circ$$

Die Flüssigkeit bildet hierbei in der Nähe der Wand eine **konkav** gekrümmte Oberfläche, die mit der Wand einen spitzen Winkel φ bildet. Man spricht von einer **benetzenden Flüssigkeit**.

$$\cos \varphi < 0 \quad \rightarrow \quad \varphi > 90^\circ$$

Die Flüssigkeitsoberfläche ist in der Nähe der Wand **konvex** gekrümmt. Hier handelt es sich um eine **nicht benetzende Flüssigkeit**. Ein anschauliches Beispiel ist : Quecksilber-Glas-Luft.

Wird $\sigma_{sg} - \sigma_{sl} > \sigma_{gl}$, so kann die Voraussetzung für keinen Winkel φ erfüllt werden. In diesem Fall bleibt eine resultierende Kraftkomponente parallel zur Festkörpergrenzfläche übrig, welche die Flüssigkeit senkrecht entlang der Kapillare nach oben zieht. Es entsteht ein dünner Flüssigkeitsfilm, der vollständig benetzt, wobei die Grenzfläche gasförmig-fest völlig verschwindet.

2 Versuchsbeschreibung

2.1 Versuchsaufbau

2.1.1 Abreißmethode

Um die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit zu messen, wird ein dünner Aluminiumring in ein gefülltes Becken getaucht und anschließend die kleine Hebebühne mit dem Becken abgesenkt. Dadurch zieht der Ring einen zylinderförmigen Film aus dem Becken, welcher die Oberfläche der Flüssigkeit vergrößert. Die dazu nötige Kraft abzüglich der Gewichtskraft des Rings wird am Kraftmesser angezeigt, der den Aluminiumring über dem Becken hält.

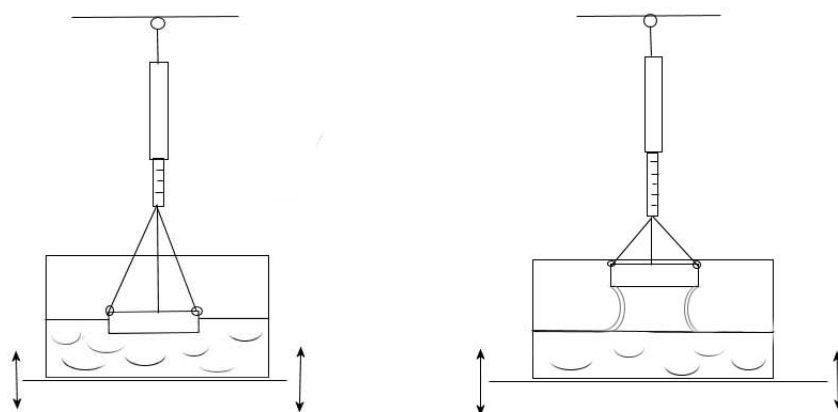


Abbildung 4: Eingetauchter Ring

Die zu verrichtende Arbeit beträgt also

$$\Delta W = \Delta F \cdot h \quad (18)$$

während sich die Oberfläche um

$$\Delta A = 2\pi d \cdot h \quad (19)$$

vergrößert. Der Faktor 2 rührt daher, dass bei der aus der Flüssigkeit gezogenen Zylinderoberfläche auch die Innenseite zu berücksichtigen ist.

Da die Dicke des Rings jedoch sehr klein gegenüber dem Durchmesser ist (scharfe Schneide auf der Eintauchseite), kann näherungsweise mit dem Kreisumfang $2\pi d$ als Länge der Grenzschicht gerechnet werden.

Für die Oberflächenspannung ergibt sich damit:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{\Delta F \cdot h}{2\pi d \cdot h} = \frac{\Delta F}{2\pi d} \quad (20)$$

Für eine Bestimmung der Oberflächenspannung der Flüssigkeit sind also der Durchmesser des Aluminiumrings und die maximale Amplitude des Kraftmessers zu messen.

Die Messungen werden zunächst für demineralisiertes Wasser durchgeführt, dann wird eine Natriumsalzlösung hergestellt, deren Konzentration man mehrmals verändert und so eine Abhängigkeit der Oberflächenspannung vom Anteil der Natriumsalzlösung erhält. Dazu wird etwas weniger als 1 g Natriumsalz in 400 ml Wasser gelöst und eine Messreihe durchgeführt. Nun werden immer 200 ml Lösung ausgeleert und durch 200 ml demineralisiertes Wasser ersetzt. So halbiert sich jedesmal die Konzentration der Lösung und es lässt sich anschließend die Oberflächenspannung über der Konzentration als Diagramm aufzeichnen.

Die Salzmenge für die Anfangskonzentration errechnet sich dabei aus gewünschter Konzentration C multipliziert mit der Molaren Masse M des Salzes und des Volumens V der Wassermenge. Für die gewünschte Konzentration von 8.0 mmol/l benötigt man bei einer Molaren Masse von $M = 288,38 \frac{g}{mol}$ und einer Flüssigkeitsmenge von $V = 400 \text{ ml}$ also

$$m_{\text{Salz}} = C \cdot M_{\text{Salz}} \cdot V_{\text{Wasser}} = 0,008 \frac{\text{mol}}{\text{l}} \cdot 288,38 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 0,4 \text{ l} = 0,923 \text{ g} \quad (21)$$

Da dieser Wert praktisch nicht exakt abzuwiegen ist, wird eine möglichst ähnliche Menge Salz abgewogen und mit einer etwas höheren oder niedrigeren Konzentration gearbeitet.

2.1.2 Blasendruckmethode

Bei der Blasendruckmethode ist der Versuchsaufbau deutlich komplexer als zuvor. Eine mit einer Mikrometerschraube fein in der Höhe verstellbare Kapillare mit sehr kleiner Öffnung wird schrittweise in ein Gefäß mit der zu untersuchenden Flüssigkeit getaucht. Die Messung wird an der Oberfläche begonnen, um ein Nullniveau für die Eintauchtiefe h zu erhalten, auf der die weiteren Messungen basieren.

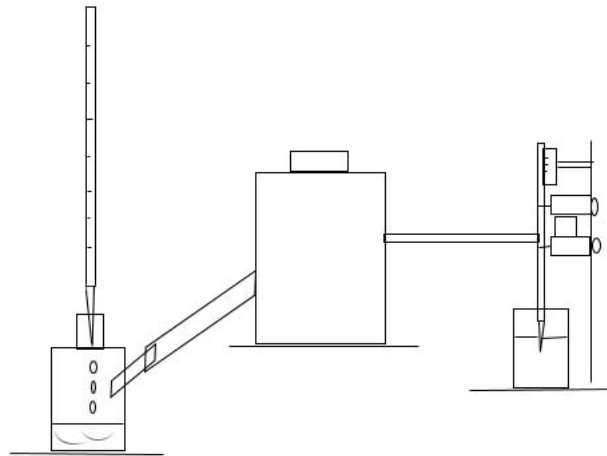


Abbildung 5: Versuchsaufbau zur Blasendruckmethode

Aus einer Glasröhre lässt man dabei in einen weiteren Behälter Wasser tropfen, was in dem geschlossenen Schlauchsystem zur Kapillare einen leicht erhöhten Druck zur Folge hat. Dadurch bildet sich an der Öffnung der Kapillare langsam eine kleine Luftblase, die schließlich zerplatzt und damit Luft aus dem System entweichen lässt. Die auftretenden Drücke werden durch einen dazwischengeschalteten Druckmesser mit Hilfe eines y-t-Schreibers notiert und später ausgewertet.

Dem in der Kapillare entstehenden Druck p_{max} halten im Grenzfall der Kapillardruck $\frac{2\sigma}{r}$ und – falls die Kapillare bereits ins Wasser eintaucht – der hydrostatische Druck $\rho_F l g h$ des Wassers (bzw. der Flüssigkeit) entgegen.

Somit lautet die Bedingung für das Gleichgewicht direkt bevor die Blase zerplatzt

$$p_{max} = p_{hydro} + p_{Kap} = \rho_F l g h + \frac{2\sigma}{r} \quad (22)$$

Wie man leicht erkennen kann, handelt es sich hierbei um eine gewöhnliche Geradengleichung der Form $y = mx + c$. Die Messwerte für die Maximaldrücke auf dem y-t-Schreiber müssen für die Auswertung jedoch noch in Pascal umgerechnet werden. Die Steigung der

Geraden, die aus der linearen Regression der Messwerte gewonnen wird, entspricht dabei mit Hilfe des Umrechnungsfaktors ϵ der Steigung $\varrho_{Fl} \cdot g$ aus der physikalischen Herleitung:

$$\varrho_{Fl} \cdot g = m \cdot \epsilon \quad (23)$$

Zur Kalibrierung des y-t-Schreibers muss nun die Dichte von Wasser herangezogen werden, die man der Literatur entnimmt.

Durch Umformen der Gleichgewichtsbedingung nach σ erhält man dann für die Oberflächenspannung

$$\sigma = \frac{r}{2} \epsilon \cdot x \quad (24)$$

Untersucht man eine andere Flüssigkeit mit unbekannter Dichte wie eine Kochsalzlösung, so muss deren Dichte zuerst noch bestimmt werden. Dazu formt man die Gleichung für den Umrechnungsfaktor ϵ lediglich nach ϱ_{Fl} um und setzt das vom Versuch mit Wasser bekannte ϵ , die Steigung der Regressionsgeraden m und das bekannte g ein und erhält sofort die Dichte der Lösung:

$$\varrho_{Fl} = \frac{\epsilon \cdot m}{g} \quad (25)$$

Nun lässt sich analog zu Wasser auch die Oberflächenspannung der Lösung über die vorige Gleichung berechnen.

3 Auswertung

3.1 Abreißmethode

3.1.1 Wasserfüllung

Zuerst wurde die Oberflächenspannung von demineralisiertem Wasser untersucht.

Füllmenge ca.: 400 ml

Ringdurchmesser: 6,393 cm

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	27	67,22	2,49
Messwert 2	26	64,73	2,49
Messwert 3	27	67,22	2,49
Messwert 4	26	64,73	2,49
Messwert 5	27	67,22	2,49

Der Mittelwert für die Oberflächenspannung liegt bei $66,23 \frac{mN}{m}$ bei einer Standardabweichung s_M von $0,37 \frac{mN}{m}$. Erwartet wurde ein Theoriewert von $72,29 \frac{mN}{m}$ bei einer Raumtemperatur von $21^\circ C$. Dieser Wert stammt aus der Näherungsformel¹

$$\sigma = 72,75 \cdot (1 - 0,002 \cdot (T - 291)) \frac{mN}{m} \quad (26)$$

in welche die Raumtemperatur in K einzusetzen ist. Der Theoriewert liegt also nicht im Fehlerintervall des Mittelwertes unserer Messungen, sondern ist ca. 8% kleiner. Der Gaussfehler wurde dabei mit Messungenauigkeiten von $\Delta F = 1$ mN und $\Delta d = 0,1$ mm berechnet.

¹ Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Oberflächenspannung>

3.1.2 Natriumsalzlösung

Anschließend wurden die Messungen für eine Natriumsalzlösung wiederholt. Zur Herstellung der Lösung wurden 0,919 g Salz in einer Wassermenge von 400 ml gelöst. Dies ergibt eine Konzentration von etwa 7.84 mmol:

1. Konzentration: 7,84 mmolar

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	12	29,88	2,49
Messwert 2	13	32,37	2,49
Messwert 3	13	32,37	2,49
Messwert 4	13	32,37	2,49
Messwert 5	13	32,37	2,49

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von $31,87 \pm 0,30 \frac{mN}{m}$.

Nun wurden die Messungen mit immer kleineren Konzentrationen wiederholt. Beim Reinigen des Aluminiumrings riss leider der Faden der Aufhängung ab, deswegen wurde der Versuch mit einem Ersatzring mit dem Durchmesser 6,385 cm fortgesetzt.

2. Konzentration: 3,92 mmolar

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	16,5	41,13	2,49
Messwert 2	16,5	41,13	2,49
Messwert 3	17,5	43,62	2,49
Messwert 4	16,5	41,13	2,49
Messwert 5	17,5	43,62	2,49
Mittelwert		42,13	$\pm 0,37$

3. Konzentration: 1,96 mmolar

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	19,5	48,61	2,49
Messwert 2	19,5	48,61	2,49
Messwert 3	19,5	48,61	2,49
Messwert 4	19,5	48,61	2,49
Messwert 5	19,5	48,61	2,49
Mittelwert		48,61	$\pm 0,00$

4. Konzentration: 0,98 mmolar

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	21	52,35	2,49
Messwert 2	21	52,35	2,49
Messwert 3	21	52,35	2,49
Messwert 4	21	52,35	2,49
Messwert 5	21	52,35	2,49
Mittelwert		52,35	$\pm 0,00$

5. Konzentration: 0,49 mmolar

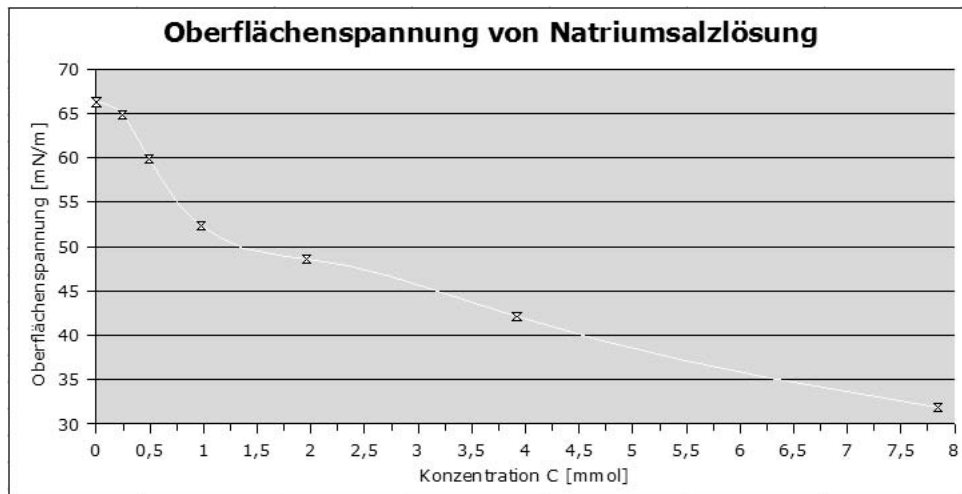
	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	24	59,82	2,49
Messwert 2	24	59,82	2,49
Messwert 3	24	59,82	2,49
Messwert 4	24	59,82	2,49
Messwert 5	24	59,82	2,49
Mittelwert		59,82	$\pm 0,00$

6. Konzentration: 0,245 mmolar

	ΔF [mN]	σ [mN/m]	$ \Delta\sigma $ [mN/m]
Messwert 1	26	64,81	2,49
Messwert 2	26	64,81	2,49
Messwert 3	26	64,81	2,49
Messwert 4	26	64,81	2,49
Messwert 5	26	64,81	2,49
Mittelwert		64,81	$\pm 0,00$

Da ab der dritten Konzentration alle Werte für die Maximalkraft im Rahmen der Messgenauigkeit gleich waren, ergibt die Standardabweichung des Mittelwertes s_M stets 0,00.

Trägt man die Oberflächenspannung über der Konzentration der Lösung auf, zeigt sich folgende Kurve:



Der Messwert auf der y-Achse stellt dabei den gemessenen Wert für Wasser ohne Natriumsalz dar (vgl. Mittelwert Wasserfüllung).

3.2 Blasendruckmethode

3.2.1 Wasserfüllung

Zur Eichung des y-t-Schreibers wurde der Versuch zunächst mit Wasser durchgeführt. Mit der Regressionsgeraden aus den Messwerten und der vorausgesetzten Dichte des Wassers sowie der Erdbeschleunigung wurde der Umrechnungsfaktor ϵ bestimmt.

Für unseren Versuch benutzten wir folgende Werte:

Lineare Regression:

$$\text{Geradensteigung } m = 2,971 \frac{\text{Amplitude}}{\text{Eintauchtiefe}}$$

Literaturwerte:

$$\text{Erdbeschleunigung: } g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Dichte Wasser: } \rho_{H_2O} = 998,2 \frac{kg}{m^3}$$

(Quelle: KUCHLING TASCHENBUCH DER PHYSIK)

Daraus ergibt sich der Umrechnungsfaktor

$$\epsilon = \frac{\rho_{H_2O} \cdot g}{m} = 3297,1 \frac{Pa}{m} \quad (27)$$

für die Umrechnung von y-Amplitude des Schreibers in tatsächlichen Druck.

Gemessen wurden folgende Werte:

h [mm]	x [cm]	x_{Regr} [cm]
0	8,4	8,39
4	9,6	9,58
8	10,75	10,76
12	11,95	11,95
31,85	17,9	17,85
27,85	16,65	16,66
23,85	15,45	15,47
19,85	14,25	14,28

Aus der linearen Regression erhält man einen y-Achsenabschnitt von 8,39 cm, was umgerechnet eine Oberflächenspannung von $\bar{\sigma} = 69,15 \pm 0,08 \frac{mN}{m}$ ergibt. Erwartet wurde wiederum $72,29 \frac{mN}{m}$. Unser Wert ist damit etwa 4% kleiner als der Theoriewert. Dies lässt sich etwa auf leichte Rückstände von Chemikalien zurückführen, die die Oberflächenspannung verringern.

Für die Fehlerrechnung wurden angenommen:

$$\Delta h = 10 \mu m, \Delta x = 1 mm, r = 1 \pm 0,01 mm, \Delta m = 97 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \Delta \epsilon = 3,197$$

Ein Diagramm mit den Messwerten und der Regressionsgeraden befindet sich im Anschluss an die Blasendruckmethode mit Kochsalzlösung.

3.2.2 Kochsalzlösung

Der Versuch wurde nun analog mit einer Kochsalzlösung aus ca. 3,0 g NaCl pro 200 ml Wasser durchgeführt. Mit der neuen Steigung aus der Regressionsgeraden und dem Umrechnungsfaktor ϵ aus der Versuchsreihe mit Wasser berechnet man zunächst die Dichte der Lösung:

$$\rho_{\text{Lösung}} = 1006,94 \pm 2,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

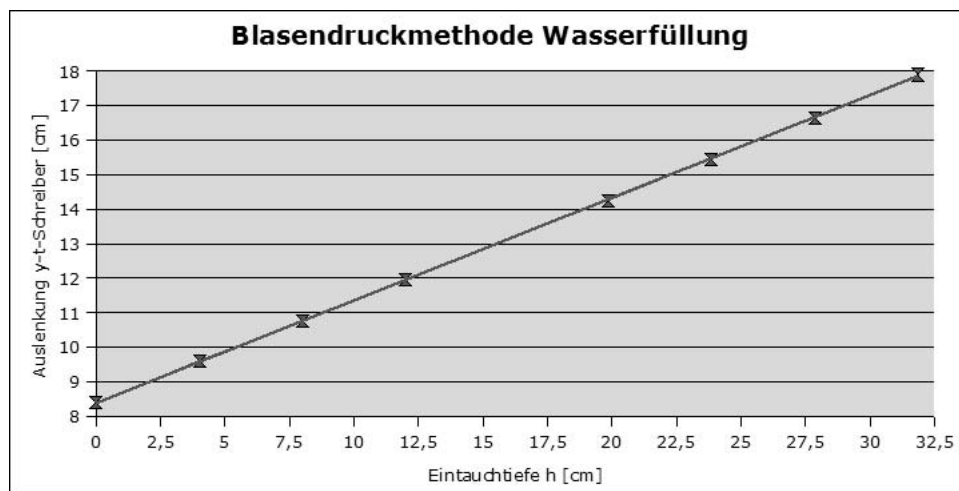
Analog zum Versuch mit Wasser bestimmt man dann σ für die Kochsalzlösung:

h [mm]	x [cm]	x_{Regr} [cm]
0	8,55	8,55
4	9,75	9,75
8	10,95	10,94
12	12,15	12,14
31,85	18,1	18,09
27,85	16,9	16,89
23,85	15,7	15,69
19,85	14,45	14,49

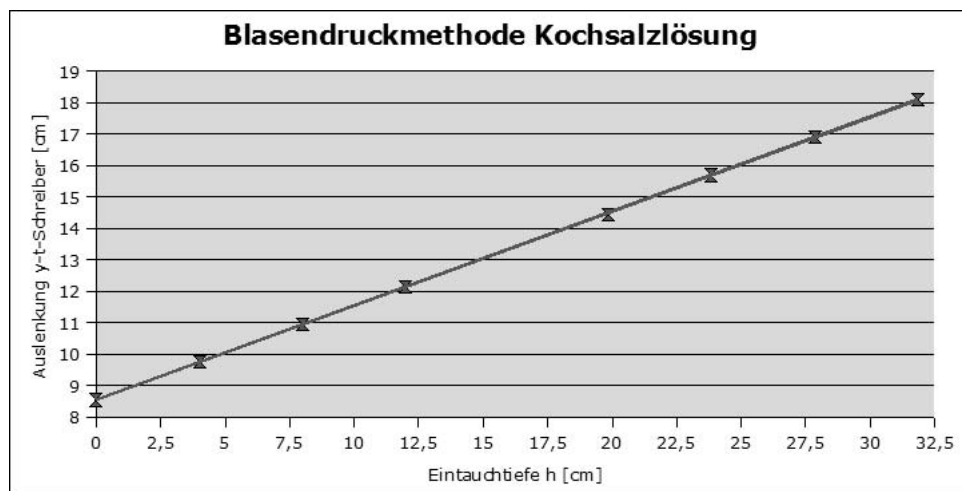
Der Wert für die Oberflächenspannung bei einem y-Achsenabschnitt von 8,55 liegt bei $70,46 \pm 0,05 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$, was zwischen unserem Messwert für Wasser und dem Theoriewert für Wasser liegt. Das zugegebene Kochsalz erhöht hier also die Oberflächenspannung des Wassers um etwa 2%.

3.2.3 Diagramme zur Blasendruckmethode

Übertragen vom Messprotokoll des y-t-Schreibers ergibt sich mit der Regressionsgeraden folgendes Bild für die Messungen mit Wasser:



Analog erhält man für die Messungen mit der Kochsalzlösung dieses Schaubild:



Wie man erkennen kann, liegen in beiden Fällen die Messwerte alle jeweils sehr genau auf der Regressionsgeraden, was auf sehr gute und beständige Messungen schließen lässt.

4 Fehlerdiskussion

4.1 Abreißmethode

Die Abreißmethode erwies sich als doch stark fehlerbehaftet, wie die Abweichung der gemessenen Oberflächenspannung zum Theoriewert zeigt. Obwohl das verwendete demineralisierte Wasser schon lange auf Raumtemperatur erwärmt war, gab es kleinere Temperaturschwankungen durch das Reinigen der verwendeten Instrumente. Hierfür würde nämlich gewöhnliches Leitungswasser verwendet, was aus einem unterschiedlich warmen Hahn entnommen wurde. Auch das Gewicht des Rings wurde wohl minimal durch den sich langsam mit Flüssigkeit vollsaugenden Faden vergrößert und unser Offset so verschoben.

Solche kleinen Fehler sind aber vermutlich vernachlässigbar gegenüber den entscheidenderen Faktoren wie Verunreinigungen. Der Ring und das kleine Becken ließen sich auf Grund der Abmessungen ganz gut mit einem Schwamm reinigen. Aber wie die etwas zu niedrige Oberflächenspannung für reines Wasser zeigt, waren wohl doch noch Reste von anderen Chemikalien vorhanden, etwa das benutzte Natriumsalz von früheren Versuchen.

Für den zweiten Versuchsteil mit der Natriumsalzlösung ergaben sich noch weitere Probleme. Auch blieb ein Teil des Salzes am Gefäßboden und am Beckenrand kleben und löste sich nicht auf. Wenn allerdings später wieder Wasser abgegossen und neues hinzugekippt wurde, lösten sich wohl wieder ein paar Kristalle vom Boden und Rand im Wasser und verändern die Konzentration

nachträglich. Beim Umrühren wurde ebenfalls wieder etwas mehr Salz gelöst, wobei der benetzte Rührstab auch jedesmal wieder etwas Flüssigkeit und damit auch Lösung dem Becken entnahm.

Verunreinigungen entstanden aber nicht nur im Becken selbst, sondern auch außerhalb beim Nachfüllen des Wassers. Da zuerst die Lösung in die Messzylinder abgekippt und ausgegossen wurde, danach aber auf Grund der Abmessungen nur mit Wasser ausgespült werden konnten, blieben sicherlich Lösungsreste an der Innenwand kleben. Wenn dann in diesen Messzylinder wieder bidestilliertes Wasser gefüllt wird, gelangen damit wieder Reste der Lösung zurück ins Becken und die Konzentration bleibt höher als gewünscht. Dadurch wird die gemessene Oberflächenspannung wieder geringer als erwartet, da die Lösung die Oberflächenspannung von Wasser verringert.

Auch beim Umfüllen ergeben sich nicht nur durch die Ablesegenauigkeit gewisse Fehler. Besonders die zweite 100ml-Füllung, die ausgekippt wurde, begann stark zu schäumen und würde so natürlich etwas mehr Lösung auskippen als der Strich auf dem Messzylinder anzeigt. Deshalb wurde etwas weniger als der angegebene 100ml-Strich ausgekippt, was natürlich aber ebenfalls keine exakte Messung ist.

4.2 Blasendruckmethode

Der zweite Versuchsteil erwies sich deutlich präziser als die Abreißmethode. Präzisionsmessinstrumente wie die Mikrometerschraube und der großzügig skalierende y-t-Schreiber sorgten für sehr genaue Messwerte, wie die geringe Abweichung der Regressionsgeraden zeigen. Allerdings lief das Blatt auf dem Schreiber nicht ganz parallel heraus und wurde bei Beschriftungen während der Messung etwas verschoben.

Eine vielleicht etwas größere Auswirkung hatten ständige kleinere und manchmal auch größere Vibrationen, die zu einem verfrühten Abreißen der Luftblase führen konnten. Dadurch wird der Druck früher auf die Ausgangslage zurückgesetzt und die gemessene Maximalamplitude ist zu niedrig. Damit erklärt sich vielleicht die immer etwas zu kleine Oberflächenspannung für beide untersuchten Flüssigkeiten.

5 Literaturverzeichnis

1. Dieter Meschede: Gerthsen Physik
Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002, 21.Auflage
2. Demtröder: Experimentalphysik 1 (Mechanik und Wärme)
Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004, 3.Auflage
3. Horst Kuchling: Taschenbuch der Physik
Fachbuchverlag Leipzig, 2004, 18.Auflage
4. P.A. Tipler: Physik
Spektrum Akademischer Verlag Berlin Oxford, 1995, 1.Auflage
5. W.Walcher: Praktikum der Physik
Teubner Studienbücher Physik, 1989, 6.Auflage
6. Skript zur Vorlesung Grundlagen II von Prof. P.C.Hägele, 2004-2005
7. F.K.Kneubühl: Repetitorium der Physik
Teubner Studienbücher, 1995