

# Grundpraktikum der Physik 2002



Versuch 1:

Pendel und Rollschwingung

Korrigierte Version

Sebastian Schnur  
sebastianx@web.de

Michael Diez  
m@dcomp.de

Oktober 2002

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>INHALTSVERZEICHNIS .....</b>	<b>2</b>
<b>1. THEORETISCHE GRUNDLAGEN.....</b>	<b>3</b>
1.1 DIE NEWTONSCHEN AXIOME.....	3
1.1.1 Lex I.....	3
1.1.2 Lex II.....	3
1.1.3 Lex III.....	3
1.2 FREIHEITSGRADE EINES SYSTEMS UND ZWANGSBEDINGUNGEN .....	3
1.3 BEWEGUNGSGLEICHUNG SCHWINGENDER SYSTEME .....	4
1.3.1 Das mathematische Pendel.....	4
1.3.2 Das physikalische Pendel .....	5
1.4 TRÄGHEITSMOMENTE .....	6
1.4.1 Trägheitsmoment eines Zylinders .....	6
1.4.2 Trägheitsmoment einer Kugel.....	6
1.5 ZUSAMMENHANG ZWISCHEN SCHWINGUNGSGLEICHUNG UND ENERGIESATZ.....	7
<b>2. VERSUCHSAUSWERTUNG .....</b>	<b>8</b>
2.1 DAS FADENPENDEL .....	8
2.2 DAS REVERSIONSPENDEL .....	10
2.3 ROLLSCHWINGUNG.....	12
2.3.1 Trägheitsmomente der verwendeten Körper .....	13
2.3.2 Bestimmung des Hohlchalenradius .....	13
2.3.3 Bestimmung des Trägheitsmoments des Voll- und Hohlzylinders.....	13
<b>3. FEHLERDISKUSSION.....</b>	<b>15</b>
3.2 FADENPENDEL .....	15
3.3 REVERSIONSPENDEL .....	15
3.4 ROLLPENDEL .....	15
<b>4. LITERATURVERZEICHNIS .....</b>	<b>16</b>

# 1. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

## 1.1 Die Newtonschen Axiome

### 1.1.1 Lex I

*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

Der Trägheitssatz besagt, daß jeder Körper, auf den keine äußere Kraft einwirkt, in seinem (Bewegungs-) Zustand verharrt.

Er bleibt also in Ruhe, wenn keine Kraft wirkt, oder führt seine gradlinige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit fort.

Dies gilt wohlgemerkt, so lange keine Kraft, also auch keine Scheinkraft auf ihn einwirkt.

### 1.1.2 Lex II

*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impress", et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*

Das Aktionsprinzip besagt, daß eine, auf einen Körper einwirkende Kraft dessen Bewegungszustand ändert. Das heißt, dass eine Kraft eine zeitliche Impulsänderung hervorruft.

Es gilt also:

$$F = \frac{d}{dt} p = \frac{d}{dt} (m \cdot \dot{x}) = m \cdot \ddot{x} + \dot{m} \cdot \dot{x}$$

Der zweite Term kann bei kleinen Geschwindigkeiten jedoch im allgemeinen Vernachlässigt werden, da die Masse als konstant angesehen werden darf.

### 1.1.3 Lex III

*Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.*

Das Reaktionsprinzip besagt, daß zu jeder wirkenden Kraft, eine gleich große, entgegengerichtete Kraft existiert, bzw. hervorgerufen wird.

## 1.2 Freiheitsgrade eines Systems und Zwangsbedingungen

Allgemein hat ein System, dass aus N Körpern, bzw. Massepunkten besteht, 3 Freiheitsgrade (3 der Translation, 3 der Rotation und 3 der Vibration) pro Massepunkt, welche es zur vollständigen Beschreibung zu bestimmen gilt.

Stellt man nach Newton die Bewegungsgleichung für dieses Problem auf, so erhält man 3N gekoppelte Differentialgleichungen.

Die Bewegung eines starren Körpers kann im Verhältnis relativ einfach beschrieben werden. Beim starren Körper reduziert sich die Anzahl der zur Beschreibung notwendigen Koordinaten auf 6. (3 der Translation und 3 der Rotation).

Befindet sich der Ursprung des Koordinatensystems nicht im Schwerpunkt des Körpers, so benötigt man 3 Koordinaten, um den Schwerpunkt zu lokalisieren und weitere 3, um die Verdrehung des körpereigenen relativ zum ortsfesten Koordinatensystems zu beschreiben. Die obige Reduktion entsteht dadurch, dass wenn das System z.B. z Zwangsbedingungen unterliegt und e Erhaltungssätze gelten, sich die Zahl der Freiheitsgrade auf  $f=3N - z - e$  reduziert.

### 1.3 Bewegungsgleichung schwingender Systeme

Laut dem 3. Newtonschen Axiom erfährt ein System, das man aus seiner Gleichgewichtslage auslenkt, eine rückstellende Kraft. Diese rücktreibende Kraft erzeugt eine Schwingung. Von einer harmonischen Schwingung spricht man, wenn die rückstellende Kraft proportional zur Auslenkung ist. Erfolgt diese Schwingung ohne jegliche Dämpfung, so kann sie folgendermaßen beschrieben werden:

$$F = m\ddot{x} = -g^2x,$$

wobei  $g^2$  die rücktreibende Kraft charakterisiert.

$w$  ist ferner die Kreisfrequenz der Schwingung, welche mit der Periodendauer folgendermaßen zusammenhängt:

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

#### 1.3.1 Das mathematische Pendel

Das mathematische Pendel, oder auch Fadenpendel besteht aus einer punktförmigen (idealisierten) Masse, die an einem (idealisierten) masselosen Faden aufgehängt ist und in einer Ebene Schwingungen ausführen kann. Nebestehende einfach Skizze soll dies veranschaulichen.

Die rückstellende Kraft ist eine tangential zur Bahn gerichtete Komponente der Gewichtskraft  $mg$ .

Es gelten daher folgende Beziehungen:

$$F_R = -mg \sin j = m\ddot{x}$$

$$\frac{x}{l} = \sin j \approx j$$

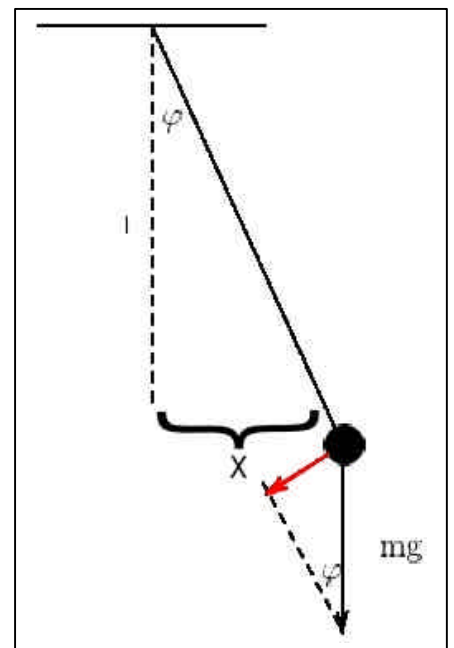
(bei kleinen Auslenkungen)

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$$

Somit ergibt sich eine Schwingungsdauer von:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ist die Schwingungsdauer bekannt, so erhält man für  $g$



$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

### 1.3.2 Das physikalische Pendel

Im Gegensatz zum mathematischen Pendel besteht das physikalische Pendel nicht aus so vielen Idealisierungen. Beim physikalischen Pendel betrachtet man einen realen Körper, dessen Schwerpunkt S im Abstand l um den Aufhängepunkt A schwingt. Sein Trägheitsmoment sei J. Auf das Pendel wirkt die Gewichtskraft und erzeugt ein Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F} = \vec{l} \times m\vec{g} = l \sin \mathbf{j} mg .$$

Analog zum physikalischen Pendel lässt sich auch hier mit Hilfe der Kleinwinkelnäherung eine Differentialgleichung aufstellen. Hierzu setzt man das rücktreibende Moment gleich dem Trägheitsmoment und erhält:

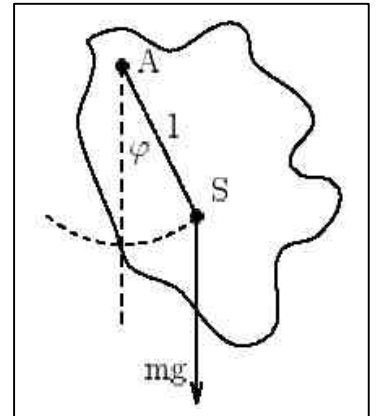
$$\begin{aligned} J_A \mathbf{j} \ddot{\varphi} &= -l \sin \mathbf{j} mg \\ \Rightarrow \mathbf{j} \ddot{\varphi} + \frac{mgl}{J_A} \mathbf{j} \varphi &= 0 \end{aligned}$$

Das Trägheitsmoment lässt sich noch mit Hilfe des Steinerschen Satzes umschreiben und so erhält man schließlich:

$$\mathbf{j} \ddot{\varphi} + \frac{mgl}{J_s + ml^2} \mathbf{j} \varphi = 0$$

Die Periodendauer errechnet sich hiernach zu  $T = 2\pi \sqrt{\frac{J_s + ml^2}{mgl}}$  und daraus folgt für die Gravitationskonstante:

$$g = 4\pi^2 \frac{J_s + ml^2}{mT^2}$$



## 1.4 Trägheitsmomente

Das Trägheitsmoment eines Körpers beschreibt dessen Massenverteilung bezüglich seiner Rotationsachse. Anschaulich ist klar, dass die Massenpunkte auf einer sich drehenden Kreisscheibe bei unterschiedlichem Abstand von der Rotationsachse auch eine unterschiedliche Geschwindigkeit haben und damit unterschiedliche Energie.

Mit der Überlegung lässt sich die Rotationsenergie eines Körpers als die Summe der Bewegungsenergien der einzelnen Massenpunkte bestimmen:

$$E_{kin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \underbrace{\sum_i m_i r_i^2}_{=: J} = E_{rot} \quad (\text{falls } \omega \perp r)$$

Das hier nun definierte Trägheitsmoment ist eine, für den Körper charakteristische Größe.  $J = \sum_i m_i r_i^2$  spiegelt praktisch eine „Träge Masse der Rotation“ wieder.

Geht man nun zu einer kontinuierlichen Massenverteilung über, so muss die Summe durch das Integral ersetzt werden und es ergibt sich:

$$J = \int_V r_{\perp}^2 dm, \text{ bzw.}$$

$$J = \int_V r_{\perp}^2 \rho dV$$

Das Trägheitsmoment der Rotation ist das Analogon zur Masse bei der Translation.

### 1.4.1 Trägheitsmoment eines Zylinders

$$\Theta = \int_V r^2 dm = \rho \int_V r^2 dV = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} m R^2$$

bzw. für einen Hohlzylinder der Wanddicke  $d$

$$\Theta = \int_V r^2 dm = \rho \int_V r^2 dV = 2\pi h \rho \int_{R-d}^R r^3 dr = \frac{1}{2} m (R^2 + (R-d)^2) = \frac{1}{2} m (R_a^2 + R_i^2)$$

### 1.4.2 Trägheitsmoment einer Kugel

Zur Berechnung des Trägheitsmoments in kartesischen Koordinaten denkt man sich die Kugel in Kreisscheiben zerlegt, die man bei der Berechnung als runde Scheibe betrachtet.

Danach gilt für den senkrecht zur Drehachse gerichteten Radius:

$$r_{\perp} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

In Kugelkoordinaten errechnet es sich jedoch zu:

$$\Theta = \int_V r r_{\perp}^2 dV = \rho \cdot \int_0^R \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (r_{\perp} \sin \theta)^2 r_{\perp}^2 \sin \theta dr d\theta d\phi = \frac{2}{5} m R^2$$

## 1.5 Zusammenhang zwischen Schwingungsgleichung und Energiesatz

Die Überlegung hinter diesem Zusammenhang ist eigentlich ganz einfach. Der Energiesatz sagt, dass die Summe aus allen Energien konstant ist. Das heißt mathematisch aber auch, dass die erste Ableitung verschwindet. Über diese Überlegung gelangt man zu einer Differentialgleichung und damit zu einer Bestimmungsgleichung für die Kreisfrequenz und damit zur Erdbeschleunigung.

Wir wollen dies anhand des schwierigsten Falles (des Rollpendels) einmal vorführen. Die Rechnungen für das mathematische und physikalische Pendel verlaufen analog.

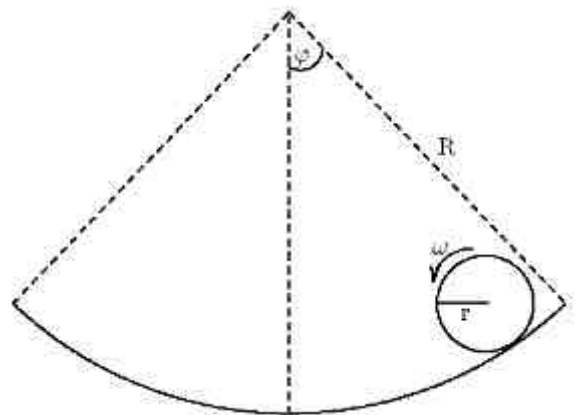
Nebenstehende Skizze eines Rollpendels soll den Versuchsaufbau verdeutlichen.

Der Energiesatz besagt:

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} + E_{rot} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = const$$

$$= mg(l - l \cos \mathbf{j}) + \frac{1}{2}m(\mathbf{w}_{Schwingung} \cdot r)^2 + \frac{1}{2}J\omega_{Schwingung}^2$$

$$\text{mit } v = (R - r)\omega \text{ und } \omega = \dot{\mathbf{j}}$$



$$\rightarrow mg(R - r)(1 - \cos \mathbf{j}) + \frac{1}{2}m[(R - r)\dot{\mathbf{j}}]^2 + \frac{1}{2}J\left[\left(\frac{R}{r} - 1\right)\dot{\mathbf{j}}\right]^2 = const.$$

Differenziert man nun nach der Zeit, so folgt:

$$\frac{dE}{dt} = mg(R - r) \sin \mathbf{j} + \left(m + \frac{J}{R^2}\right)(R - r)^2 \dot{\mathbf{j}} = 0$$

mit der Kleinwinkelnäherung folgt daraus:

$$\dot{\mathbf{j}} + \frac{mgr^2}{(mr^2 + J)(R - r)} \mathbf{j} = 0$$

An dieser Gleichung lässt sich die Kreisfrequenz wieder ablesen und daraus die Periodendauer bestimmen:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(r - R)(mr^2 + J)}{mgr^2}}$$

## 2. VERSUCHSAUSWERTUNG

### 2.1 Das Fadenpendel

Im ersten Versuchsteil haben wir die Erdbeschleunigung mit dem Fadenpendel bestimmt. Für kleine Auslenkungen kann dieses als mathematisches Pendel betrachtet werden. Die Auswirkungen der Luftreibung und des Auftriebs der Kugel wollen wir im Anschluss an die Messung diskutieren.

Die Erdbeschleunigung errechnen wir mit Hilfe der Formel:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Daten zum Pendel:

Länge des Fadens:	89,75 ± 0,05 cm
Radius der Kugel:	7,9 ± 0,05 mm
Masse der Kugel:	17,4 ± 0,1 g

Gemessen wurden jeweils 25 Perioden, da laut Aufgabenstellung der relative statistische Fehler kleiner 0,2% betragen sollte.

Die nötige Anzahl an Schwingungen errechnet sich aus:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2}{n} \frac{\Delta t}{T} \leq 0,002$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{2\Delta t}{(0,002 - \frac{\Delta l}{l})T} = 1,18$$

Dabei ist  $\Delta t$  die Messungenauigkeit für n Impulse, hier angenommen als 1ms.

Unsere Messung ergab folgende Werte:

T (25 Perioden) [ms]	T [s]	g [m/s <sup>2</sup> ]	Größtfehler g [m/s <sup>2</sup> ]
47534	1,9014	9,8009	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47535	1,9014	9,8005	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47536	1,9014	9,8001	0,01195
47537	1,9015	9,7997	0,01195
47535	1,9014	9,8005	0,01195



Aus diesen Daten errechnet sich  $g$  zu  $9,800 \pm 0,01195 \frac{m}{s^2}$ . Der relative Fehler  $\frac{\Delta g}{g}$  liegt bei 0,12%

Unsere Werte ergaben, verglichen mit dem Literaturwert für Ulm eine Abweichung von

$$\frac{9,800 - 9,8089}{9,8089} = 0,0907\%$$

- Fehler durch den Auftrieb der Kugel:

Der Auftrieb der Kugel vermindert die effektive schwere Masse und damit die Rückstellkraft:

$$m_{red.} = m_{träge} - m_{schwere} = r_{Luft} \frac{4}{3} \rho r^3 = 2,67 \text{ mg}.$$

$$\rightarrow g_{korr} = \frac{4\rho^2}{T^2} l \frac{m_{träge}}{m_{schwere}} = g \frac{m_{träge}}{m_{träge} - m_{red.}} \approx g \left( 1 + \frac{m_{red.}}{m_{träge}} \right)$$

$$\rightarrow \frac{\Delta g}{g} = \frac{m_{red.}}{m_{träge}} = 0,1534\%$$

- Fehler durch die Luftreibung der Kugel:

Die Luftreibung der Kugel ist nach Stokes gegeben durch:  $F_R = 6\pi\eta r v$ . Mit  $v = \omega l$

Diese Luftreibung verursacht ein Drehmoment:  $M = F_R l = 6\pi\eta r l^2 \dot{\phi} = b \dot{\phi}$

Damit lässt sich eine Differentialgleichung der Form  $ml^2 \ddot{\phi} + b \dot{\phi} + mgl \phi = 0$  für die Schwingung bestimmen.

Aus dieser Differentialgleichung ergibt sich die Kreisfrequenz der durch Luft gedämpften Schwingung zu:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l} - \left( \frac{b}{2ml} \right)^2}$$

Daraus folgt für

$$g = \frac{4\rho^2}{T^2} l + \frac{b^2}{4l^2 m} = g + 9 \frac{l^2 \rho^2 \eta^2 r^2}{m}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 9 \frac{l^2 \rho^2 \eta^2 r^2}{mg} = 8,57 \cdot 10^{-9} \%$$

- Fehler durch das Trägheitsmoment der Kugel:

Da in unserem Versuch das Pendel als mathematisches Pendel beschrieben wurde, ist obiger Wert für  $g$  nicht ganz korrekt. Betrachtet man das Pendel als physikalisches Pendel, so muß man bei der Berechnung der Periodendauer, bzw. der Erdbeschleunigung das Trägheitsmoment der Kugel berücksichtigen. Deshalb muß in der Rechnung die Pendellänge  $l$  durch eine

reduzierte Pendellänge  $l_{red} = \frac{J}{ml_s}$  ersetzt werden.

$J$  ist das Trägheitsmoment der Kugel und  $l_s$  der Abstand des Schwerpunktes vom Aufhängepunkt. Mit Hilfe des Satzes von Steiner ergibt sich:

$$J = J_{Kugel} + ml_s^2 = \frac{2}{5}mr_{Kugel}^2 + ml_s^2 = 0,01402kgm^2$$

Berechnet man dann mit Hilfe von  $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgr}}$  die Periodendauer, bzw. mit  $g = 4\pi^2\frac{J}{mLT^2}$

die Erdbeschleunigung, so ergibt sich ein mittlerer Wert von  $g=9,8003\frac{m}{s^2}$ , also eine relative Abweichung von ca. 0,01%.

Man sieht also, dass es in diesem Versuchsteil erlaubt ist, das Pendel als mathematisches Pendel zu nähern und dass die erzielten Werte für die Erdbeschleunigung doch sehr genau bestimmt worden sind.

## 2.2 Das Reversionspendel

Im Gegensatz zum Fadenpendel kann ein Reversionspendel nicht als mathematisches Pendel betrachtet werden, sondern muß als physikalisches Pendel behandelt werden. Es besteht aus einer senkrecht aufgehängten Metallstange, an deren Enden jeweils ein Gewicht unterschiedlicher Masse befestigt ist. Ein Gewicht ist auf einem Gewinde angebracht, so dass die Pendellänge variiert werden kann. Der Versuch wird einmal durchgeführt, während die große Masse schwingt und einmal, während die kleine Masse schwingt.

Diese Pendellänge, für die die Periodendauern identisch sind, wird als reduzierte Pendellänge bezeichnet, mit welcher auch gerechnet wird. Diese Länge ergibt sich graphisch aus dem Schnitt beider Geraden. Diese reduzierte Pendellänge gestattet die Berechnung von g.

Wie bereits gezeigt, besteht anhand der Beziehung:

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$$

eine lineare Beziehung zwischen der

Pendellänge und dem Quadrat der Periodendauer.



Bei der Messung haben wir folgende Daten aufgenommen:

Pendellänge l [m]	Kleine Masse unten			Große Masse unten		
	T (25 Perioden) [s]	T [s]	T <sup>2</sup> [s <sup>2</sup> ]	T (25 Perioden) [s]	T [s]	T <sup>2</sup> [s <sup>2</sup> ]
0,675	41432	1,65728	2,74658	41257	1,65028	2,72342
0,676	41449	1,65796	2,74883	41287	1,65148	2,72739
0,677	41466	1,65864	2,75109	41314	1,65256	2,73095
0,678	41484	1,65936	2,75348	41344	1,65376	2,73492
0,679	41503	1,66012	2,75600	41375	1,65500	2,73903
0,680	41522	1,66088	2,75852	41403	1,65612	2,74273
0,681	41541	1,66164	2,76105	41433	1,65732	2,74671
0,682	41562	1,66248	2,76384	41257	1,65028	2,72342
0,683	41580	1,66320	2,76623	41287	1,65148	2,72739
0,684	41599	1,66396	2,76876	41314	1,65256	2,73095

Daraus ergeben sich die beiden Regressionsgeraden:

$$(1) l = 0,2578x - 0,0271$$

$$(2) l = 0,4017x - 0,4281$$

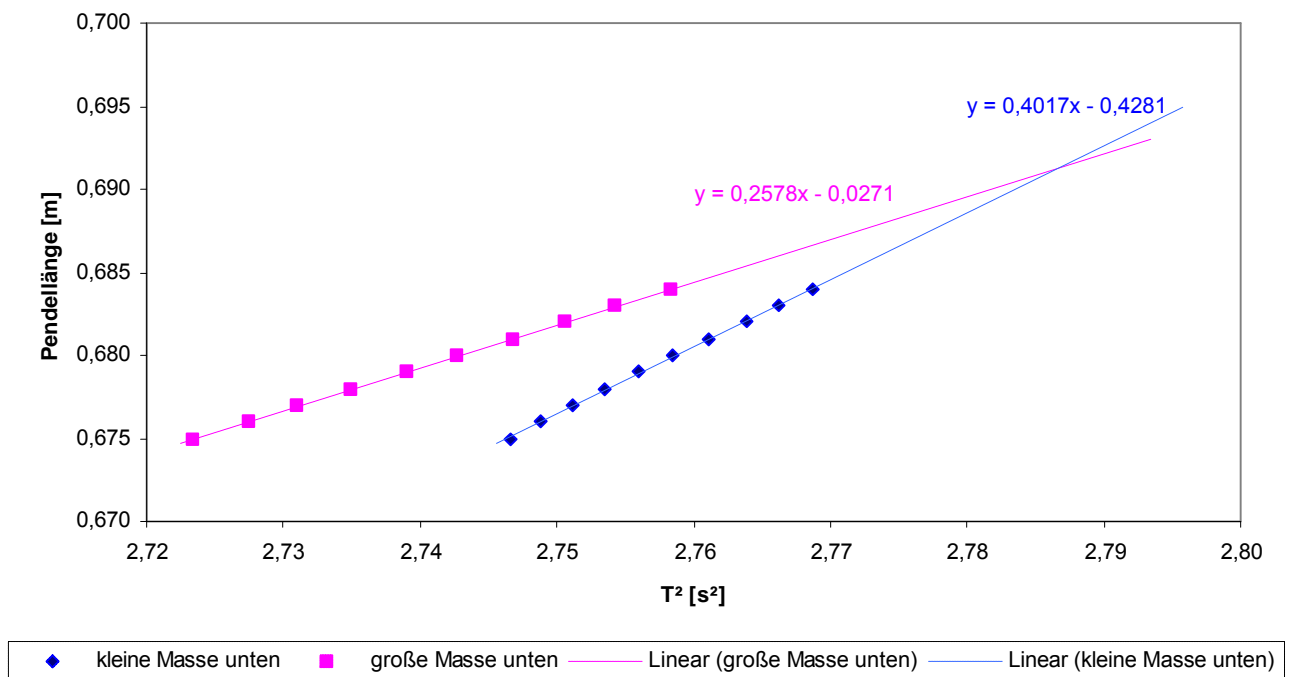
Gleichsetzen ergibt die Lösung für den Schnittpunkt:

$$T^2 = 2,7866574 \text{ s}^2 \text{ und}$$

$$l_{red.} = 0,6913 \text{ m}$$

damit ergibt sich g und sein Größtfehler zu:  $9,79361 \pm 0,01417 \frac{m}{s^2}$

Trägt man die Pendellänge über T<sup>2</sup> auf, so ergibt sich eine Gerade, welche im folgenden Schaubild zu sehen ist. Aus dem Schnittpunkt lässt sich die reduzierte Pendellänge ablesen.



Der so ermittelte Wert für die Erdbeschleunigung weicht damit vom Literaturwert für Ulm relativ um  $\frac{9,7939 - 9,8089}{9,8089} = 0,1559\%$  ab.

### 2.3 Rollschwingung

Diese Versuchsanordnung ermöglicht eine Bestimmung von Trägheitsmomenten rollender Körper, wobei der Radius der dazu verwendeten Hohlkugel bekannt sein muss. Diesen Radius werden wir im ersten Versuchsteil experimentell bestimmen.

Für die Schwingungsdauer einer kleinen Kugel, bzw. eines Gegenstandes in einer Hohlkugel mit dem Radius R gilt (siehe Theorieteil):

$$T = 2\mathbf{p} \sqrt{\frac{(r - R)(mr^2 + J)}{mgr^2}}$$

Bei dieser Versuchsteil haben wir als kleinen Körper eine Kugel, einen Vollzylinder und einen Hohlzylinder verwendet.

Für den Radius R der Kugelschale gilt:

$$R = \left( \frac{rT}{2\mathbf{p}} \right)^2 \frac{mg}{mr^2 + J} + r \text{ mit dem Größtfehler:}$$

$$\Delta R = \left( \frac{rT}{2(mr^2 + J)} \right)^2 gJ\Delta m + \left( \frac{r^2}{\mathbf{p}^2} \right) \frac{gmT}{2} \Delta T + \left( \frac{rT}{2\mathbf{p}(mr^2 + J)} \right)^2 mg\Delta J + \left( \frac{T^2 rJmg}{2\mathbf{p}^2 (mr^2 + J)^2} + 1 \right) \Delta r$$

Die verwendeten Probekörper hatten folgende Eigenschaften:

Körper	Masse	Außenradius	Innenradius
Kugel	0,03215 ± 0,0001 kg	0,01 ± 0,00025 m	
Vollzylinder	0,0118 ± 0,0001 kg	0,00995 ± 0,00025 m	
Hohlzylinder	0,0066 ± 0,0001 kg	0,015 ± 0,00025 m	0,01295 ± 0,00025 m

Daraus ergeben sich die Werte und deren Standardabweichung:

### 2.3.1 Trägheitsmomente der verwendeten Körper

**Kugel:**  $J = \frac{2}{5}mr^2 = (1,286 \pm 0,0647) \cdot 10^6 \text{ kgm}^2$

**Vollzylinder:**  $J = \frac{1}{2}mr^2 = (5,841 \pm 0,2985) \cdot 10^7 \text{ kgm}^2$

**Hohlzylinder:**  $J = \frac{1}{2}m(r_a^2 + r_i^2) = (1,2959 \pm 0,048081) \cdot 10^6 \text{ kgm}^2$

### 2.3.2 Bestimmung des Hohlkalenradius

Folgende Messreihe dokumentiert unsere Messung des Hohlkugelradius. Dieser berechnet sich nach obiger Formel. Als Fehler haben wir jedoch die Standardabweichung ausgewiesen.

T für 5 Perioden [s]	T pro Periode [s]	Errechneter Radius [m]
6,10	1,220	0,27415
6,19	1,238	0,28200
6,18	1,236	0,28112
6,22	1,244	0,28465
6,29	1,258	0,29086
6,25	1,250	0,28730
6,27	1,254	0,28908
6,22	1,244	0,28465
6,19	1,238	0,28200
6,22	1,244	0,28465
6,16	1,232	0,27937
6,21	1,242	0,28376
6,25	1,250	0,28730
6,19	1,238	0,28200
6,25	1,250	0,28730

Daraus resultiert der mittlere Radius der Hohlkugel:

$$R = 28,401 \pm 0,419 \text{ cm}$$

### 2.3.3 Bestimmung des Trägheitsmoments des Voll- und Hohlzylinders

Für das Trägheitsmoment in Abhängigkeit der gemessenen Schwingungsdauer gilt:

$$J = \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \frac{mgr^2}{R-r} - mr^2$$

Mit folgender Messreihe haben wir das Trägheitsmoment des Vollzylinders experimentell bestimmt.

**VERSUCHSBESCHREIBUNG & AUSWERTUNG**

T für 7 Perioden [s]	T pro Periode [s]	Errechnetes Trägheitsmoment <sup>^</sup> [kgm <sup>2</sup> ]
9,03	1,29000	$5,94219 \cdot 10^{-7}$
9,03	1,29000	$5,94219 \cdot 10^{-7}$
9,06	1,29429	$6,05949 \cdot 10^{-7}$
9,12	1,30286	$6,29526 \cdot 10^{-7}$
9,06	1,29429	$6,05949 \cdot 10^{-7}$
9,03	1,29000	$5,94219 \cdot 10^{-7}$
9,06	1,29429	$6,05949 \cdot 10^{-7}$
9,04	1,29143	$5,98125 \cdot 10^{-7}$
9,10	1,30000	$6,21650 \cdot 10^{-7}$
9,06	1,29429	$6,05949 \cdot 10^{-7}$
9,10	1,30000	$6,21650 \cdot 10^{-7}$
9,16	1,30857	$6,45331 \cdot 10^{-7}$

Daraus ergibt sich das mittlere Trägheitsmoment des Vollzylinders zu:

$$J = 6,10228 \pm 0,1610 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$$

Wobei als Fehler die Standardabweichung berechnet wurde.

Dieser Wert reicht vom errechneten Wert ( $5,841 \cdot 10^7 \text{ kgm}^2$ ) um 4,47 % ab. Der theoretische Wert liegt noch im Toleranzbereich des Messfehlers.

Das Trägheitsmoment des Hohlzylinders haben wir auf die selbe Weise mit Hilfe folgender Messdaten ermittelt:

T für 7 Perioden [s]	T pro Periode [s]	Errechnetes Trägheitsmoment <sup>^</sup> [kgm <sup>2</sup> ]
9,893	1,413	$12,54692 \cdot 10^{-7}$
9,870	1,410	$12,41784 \cdot 10^{-7}$
9,910	1,416	$12,63930 \cdot 10^{-7}$
9,810	1,401	$12,08732 \cdot 10^{-7}$
9,850	1,407	$12,30744 \cdot 10^{-7}$
9,870	1,410	$12,41784 \cdot 10^{-7}$
9,780	1,397	$11,92282 \cdot 10^{-7}$
9,780	1,397	$11,92282 \cdot 10^{-7}$
9,840	1,406	$12,25233 \cdot 10^{-7}$
9,840	1,406	$12,25233 \cdot 10^{-7}$
9,900	1,414	$12,58385 \cdot 10^{-7}$
9,850	1,407	$12,30744 \cdot 10^{-7}$
9,970	1,424	$12,97318 \cdot 10^{-7}$
9,940	1,420	$12,80599 \cdot 10^{-7}$

Daraus ergibt sich das mittlere Trägheitsmoment des Hohlzylinders zu:

$$J = 12,3727 \pm 0,3061 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$$

Wobei als Fehler die Standardabweichung berechnet wurde.

Dieser Wert reicht vom errechneten Wert ( $12,959 \cdot 10^7 \text{ kgm}^2$ ) um 4,52 % ab. Der theoretische Wert liegt auch leider nicht mehr im Toleranzbereich des Messfehlers.

### 3. FEHLERDISKUSSION

#### 3.2 Fadenpendel

Wie wir schon anhand der Diskussion der Einflussfaktoren gesehen haben, kann man in wirklich guter Näherung das Fadenpendel als mathematisches Pendel betrachten und so die Erdbeschleunigung berechnen. Da wir in unserer Versuchsreihe durchgängig bei kleinen Pendelauslenkungen geblieben sind, kann man die Messung als gut gelungen bezeichnen, was auch der relativ genaue Wert von  $g$  widerspiegelt.

#### 3.3 Reversionspendel

Auch beim Reversionspendel haben wir den Wert für die Erdbeschleunigung sehr genau gemessen. Messfehler können hier durch die Lagerung der Pendel entstanden sein, da in den Lagern Verluste durch Reibung eintrat und auch die Luftreibung sicherlich ihren Teil dazu beitrug, dass die Schwingungsdauer zu groß gemessen wurde. Aber anhand der kleinen relativen Abweichung des Endresultats ist auch hier zu sagen, dass diese Effekte getrost vernachlässigt werden dürfen.

Die wohl größeren Fehler wurden bei der graphischen Bestimmung der reduzierten Pendellänge gemacht.

#### 3.4 Rollpendel

Die mit Abstand schlechtesten Werte haben wir in diesem Versuchsteil erzielt. Dies liegt vor allem an den nicht wirklich genauen Messmethoden. Der Nulldurchgang des Probekörpers in der Hohlkugel wurde mit dem Auge abgeschätzt und mittels Stoppuhr die Periodendauer ermittelt. Des weitern fiel bei der Messung der Periodendauern auf, dass die Amplitude der Schwingung von Periode zu Periode kleiner wurde. Dies ist natürlich auf die starke Reibungskraft zwischen Hohlkugel und Probekörper zurückzuführen. Eine weitere Tatsache, welche Fehlmessungen hervorruft ist, dass die Probekörper keine perfekten Schwingungen ausführten, welches auf die nicht waagrechte Lagerung der Hohlkugel zurückzuführen ist. Ab ca. 5 Schwingungsperioden bildeten sich Kreisschwingungen aus, welche aber in der rechnerischen Auswertung nicht erfasst werden konnten.

Diese Effekte haben die Messwerte doch sehr stark beeinflusst.

Bei all diesen unzulänglichen Messmethoden ist eine Abweichung von ca. 4,5 % von den jeweiligen theoretischen Werten weder als gut, noch als schlecht zu bewerten.

## 4. LITERATURVERZEICHNIS

- (1) H. Jex. *Skript zu Grundlagen der Physik I*. Universität Ulm, 2000/2001
- (2) Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Fachbuchverlag Leipzig, 8. Auflage
- (3) P. Tipler. *Physik*. Spektrum Akademischer Verlag
- (4) W. Demtröder. *Experimentalphysik I*. Springer-Verlag
- (5) W. Walcher. *Praktikum der Physik*. Teubner Studienbücher, 6. Auflage
- (6) J.Meckler, J.Götz. *Versuchsprotokoll Nr.4 Drillachse*. 1998