

Praktikum der Physik für
Fortgeschrittene

Tiefemperaturkalorimetrie

Gruppe 543

Daniel Pascal Hoeh
dph@mathematik.uni-ulm.de

Martin Schmuck
castor@mathematik.uni-ulm.de

Durchgeführt am 05.12.2002

Universität Ulm

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	1
---------------------------	---

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	4
2 Hauptsätze der Thermodynamik	4
2.1 Nullter Hauptsatz	4
2.2 Erster Hauptsatz	4
2.3 Zweiter Hauptsatz	4
2.4 Dritter Hauptsatz	5
3 Thermodynamisches System	5
4 Zustandsgrößen	6
5 Wärme und Temperatur	6
6 Freiheitsgrade	7
6.1 Freiheitsgrad	7
6.2 Äquipartitionsprinzip	8
7 Wärmekapazität von Metallen	8
7.1 Die spezifische Wärme	8
7.2 Beiträge der inneren Energie	9
7.3 Regel von Dulong-Petit	9
7.4 Das Einsteinmodell	11
7.4.1 quantenmechanische Grundlagen	11
7.4.2 spezifische Wärme nach Einstein	12
7.5 Wärmekapazität nach Debye	13
7.6 Der Beitrag der Leitungselektronen zur Wärmekapazität	14
8 Supraleitung	17
9 Erzeugung tiefer Temperaturen, Gasverflüssigung	18
9.1 Verdampfungskühlung	18
9.2 Abkühlung durch adiabatische Expansion und isotherme Kompression	20
9.3 Linde-Hampson-Kühlkreislauf, Joule-Thompson-Effekt	20
10 Helium als Kühlgas	21

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	2
11 Erzeugen von Vakuum	22
11.1 Drehschieberpumpe	23
11.2 Turbomolekularpumpe	24
11.3 Druckmessung	25
11.3.1 Glühkathodenionisationsvakuummeter	25
11.3.2 Wärmeleitungsvakuummeter	25
12 Messung tiefer Temperaturen	26
13 Versuchsbeschreibung	26
13.1 Gesamtaufbau	27
13.2 Die Heizung	28
13.3 Meßprinzip, Durchführung und Auswertung	29
13.3.1 Kupfer C-T-Diagramm	30
13.3.2 Sommerfeldkonstante und Debyetemperatur	32
13.3.3 T^3 -Gesetz bzw. Elektronenbeitrag	34
13.3.4 Vanadium C-T-Diagramm	36
13.3.5 Fehlermöglichkeiten	37
13.3.6 Datenblätter	39

Abbildungsverzeichnis

1	Temperaturverlauf der spezifischen Wärmekapazität C_v nach Einstein	13
2	Widerstandsverlauf eines Supraleiters im Bereich der Sprungtemperatur	17
3	Phasendiagramm	19
4	Kühlkreislauf	20
5	λ -Linie des Helium4	22
6	Drehschieberpumpe	23
7	Turbomolekularpumpe	24
8	Versuchsaufbau	27
9	C-T-Diagramm, Kupferprobe, gesamter Messbereich	30
10	C-T-Diagramm, Kupferprobe, Ausschnitt	31
11	C/T- T^2 -Diagrammausschnitt, Kupferprobe	33
12	LogC-LogTDiagramm, Kupferprobe	34
13	LogC-LogT-Diagramm, unterer Ausschnitt, Kupferprobe	35
14	C-T-Diagramm, Vanadiumprobe	36
15	Wärmeverlust, als negative Drift erkennbar	37
16	Relaxationsprozes	38
17	Daten1, Kupferprobe	39
18	Daten2, Kupferprobe	40
19	Daten1, Vanadiumprobe	41
20	Daten2, Vanadiumprobe	42
21	Daten3, Vanadiumprobe	43

1 Einleitung

In dem Versuch Tieftemperaturkalorimetrie soll die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazitäten von den Metallen Kupfer und Vanadium bei extrem niedrigen Temperaturen gezeigt werden. Historisch betrachtet bestätigten die experimentellen Ergebnisse der Wärmekapazitätsmessung Teile der Quantenmechanik und verhalfen ihr zu besserer Akzeptanz. Bei der Vanadiumprobe lässt sich zudem die sogenannte Spruntemperatur nachweisen, ab der die Probe in den supraleitenden Zustand übergeht. Weiterhin führt der Versuch allgemein in die Tieftemperaturphysik und Vakuumtechnik ein.

2 Hauptsätze der Thermodynamik

2.1 Nullter Hauptsatz

Befindet sich ein Körper A mit einem Körper B im thermodynamischen Gleichgewicht, findet also kein Austausch von Wärme statt, und befindet sich Körper B mit einem Körper C im Gleichgewicht, so stehen auch Körper A und C im thermodynamischen Gleichgewicht.

2.2 Erster Hauptsatz

Es gibt kein Perpetuum Mobile erster Art, eine Maschine, deren abgegebene Arbeit größer ist, als die, ihr zugeführte Energie. Führt man einem System von außen die Wärmemenge ΔQ zu, so kann sie teilweise in mechanische Arbeit ΔW umgewandelt werden. ΔW sei negativ, wenn das System Arbeit leistet. Der Rest geht in innere Energie ΔU über.

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = \Delta Q - p dV \quad (1)$$

2.3 Zweiter Hauptsatz

Es gibt kein Perpetuum Mobile zweiter Art. Als soches bezeichnet man eine Maschine, die einem Wärmereservoir eine bestimmte Wärmemenge entzieht, und den gleichen Betrag mechanischer Arbeit liefert. Wärme kann von kälteren auf wärmere Körper nur unter dem Aufwand mechanischer Arbeit übertragen werden. Die Entropie S eines Systems, ein Maß für die Unordnung in diesem System, strebt immer ein Maximum an. Beispielsweise kann die

Energie der geordneten Bewegung eines Körpers durch Reibung vollständig in Wärme, ungeordnete Bewegung der Moleküle, umgewandelt werden. Da der Zustand der Unordnung wahrscheinlicher ist, lässt sich dieser Vorgang nicht umkehren. Die Entropieänderung beträgt $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$. Ist die Entropieänderung gleich Null, spricht man von einem reversiblen Prozess. Er kann von alleine in beide Richtungen ablaufen. Ist die Änderung größer Null, so läuft der Prozess von alleine nur in der Einen Richtung ab, ist sie kleiner Null, ist der Prozess nicht möglich, es sei denn es wird von außen Energie zugeführt.

2.4 Dritter Hauptsatz

Der dritte Hauptsatz sagt, dass es unmöglich ist, durch eine endliche Anzahl von Schritten den absoluten Nullpunkt zu erreichen. Strebt die Temperatur gegen den absoluten Nullpunkt, so geht die Entropieänderung gegen einen festen Wert S_0 . Für einen idealen Kristall gilt $S_0 = 0$. Für jede Verbindung von Elementen hat also eine positive Entropie (Walter Nernst 1906). Der dritte Hauptsatz macht es möglich das Grenzverhalten für $T \rightarrow 0$ einer Reihe von wichtigen stoffspezifischen Größen, wie zum Beispiel der Wärmekapazität, zu berechnen.

3 Thermodynamisches System

Unter einem thermodynamischen System versteht man einen oder mehrere Körper bzw. einen räumlichen Bereich, der vom Rest des Universums durch reale oder gedachte Grenzen getrennt ist. Es wird zwischen drei Systemen unterschieden:

1. *Vollkommen abgeschlossenes System*: Weder ein Energie-, noch ein Materieaustausch ist zwischen dem System und seiner Umgebung möglich;
2. *Abgeschlossenes System*: Ein Austausch von Energie ist möglich;
3. *Offenes System*: Sowohl ein Energieaustausch, als auch ein Materieaustausch mit der Umgebung ist möglich;

4 Zustandsgrößen

Zur vollständigen Beschreibung eines solchen Systems verwendet man die sogenannten Zustandsgrößen. Es handelt sich dabei um wegunabhängige Größen. Man unterscheidet zwischen den *primären Zustandsgrößen*, wie

- das Volumen V ,
- die Masse m , bzw. die Teilchenzahl n ,
- der Druck p ,
- die Temperatur T ,
- die Entropie S ;

und den sekundären oder abgeleiteten Größen wie

- die innere Energie U ,
- die Enthalpie H ,
- die freie Energie F ,
- die freie Enthalpie G .

Letztere nennt man auch die *thermodynamischen Potentiale*.

Weiter wird zwischen intensiven und extensiven Größen unterschieden. *Intensive* Größen haben, wenn man zwei absolut identische Stoffmengen zusammenfügt, den selben Wert. Beispiele hierfür sind die Temperatur oder der Druck. Ändert sich aber der Wert der Größe durch eine solche Verbindung, so handelt es sich um eine *extensive* Größe, wie die Wärmemenge Q oder die Teilchenzahl.

5 Wärme und Temperatur

Wenn sich ein Körper fortbewegt oder eine Schallwelle schwingt, dann bewegen sich Moleküle in einer geordneten Art und Weise. Bei einer thermischen Bewegung, bewegen sich die einzelnen Moleküle völlig zufällig und durcheinander, so daß keine makroskopische Gesamtbewegung zustande kommt.

Als Wärme definiert man die kinetische Energie der ungeordneten Molekül oder Atombewegung. Gerade wegen der Unordnung ist es unwahrscheinlich, daß alle Teilchen die selbe Energie besitzen, die durch deren Masse m und dem Geschwindigkeitsquadrat v^2 festgelegt ist. Die mittlere Energie ist jedoch für jedes Teilchen, unabhängig seiner Masse gleich und errechnet sich als $\langle W \rangle = \frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}kT$ (Dieser Ausdruck gilt nur für ein ideales Gas!) Dies ist zugleich die allgemeinste und vollständigste Definition der Temperatur. $k = 1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$ ist die Stephan Boltzmannkonstante. Die Temperatur T wird in Kelvin [K] gemessen. Aus dieser Definition der Temperatur folgt, daß es einen Wert gibt, der niemals unterschritten werden kann, nämlich dann, wenn sich die Teilchen nicht mehr bewegen und ihre kinetische Energie gleich Null ist. Der absolute Nullpunkt der Temperatur wird mit 0K festgelegt.

6 Freiheitsgrade

6.1 Freiheitsgrad

Ein Körper kann sich entlang den Raumachsen bewegen, er kann rotieren oder sogar schwingen. Alle diese Möglichkeiten nennt man die Freiheitsgrade der Bewegung. Die Translation hat drei Freiheitsgrade, ebenso die Rotation. Ein Zweiatomiges Molekül hat fünf Freiheitsgrade: Drei der Translation und Zwei der Rotation. Die sechste denkbare Achse, die Rotation um die Verbindungslinie der beiden Atome trägt nicht zur Energiebilanz bei. Das gleiche gilt für mehratomige lineare Moleküle. Gewinkelte Moleküle haben sechs Freiheitsgrade, dazu können noch die Freiheitsgrade der Schwingungen dazukommen. Ist das Teilchen im Kristallgitter eingebunden so besitzt es im Allgemeinen nur sechs Freiheitsgrade. Es kann nicht mehr rotieren, aber in die drei Raumrichtungen schwingen, hat also drei Freiheitsgrade mit kinetischer Energie und drei mit potentieller Energie. Bei der Schwingung ist die mittlere kinetische Energie gleich der potentiellen Schwingungsenergie. Allgemein gesprochen kann man einen Freiheitsgrad als eine Möglichkeit, Energie aufzunehmen bezeichnen.

6.2 Äquipartitionsprinzip

Aus Quantenmechanischer Überlegung ergibt sich, dass die bei Temperaturen unterhalb der sogenannten Debeyetemperatur die Schwingungsfreiheitsgrade und zum Teil die der Rotation nicht zur Energieverteilung beitragen. Nach dem Äquipartitionsprinzip entfällt auf alle Freiheitsgrade die selbe mittlere kinetische Energie $W_f = \frac{1}{2}kT$. Ein Molekül mit f Freiheitsgraden enthält also die mittlere Gesamtenergie $W = \frac{f}{2}kT$. Je höher also die Temperatur des Moleküls ist, erhöht sich die Energie jedes Freiheitsgrades (Äquipartitionsprinzip für ideale Gase).

7 Wärmekapazität von Metallen

7.1 Die spezifische Wärme

Wird einer Substanz Wärme zugeführt, ohne dass sie dabei ihren Aggregatzustand ändert, dann steigt im allgemeinen die Temperatur. Die für einen Temperaturanstieg um dT nötige Wärmemenge δQ ist proportional zum Temperaturanstieg und zu der vorhandenen Stoffmenge:

$$C(T) = cm = \frac{\delta Q}{dT} \quad (2)$$

Darin ist C die Wärmekapazität, d.h. die Wärmemenge um die vorliegende Substanzmenge um 1K zu erwärmen. Die spezifische Wärme c ist die Wärmekapazität pro Masseneinheit der Substanz. Die Wärmekapazität ist eine temperaturabhängige Größe. Weiter unterscheidet man noch die molare Wärmekapazität C_{mol} mit $C_{mol} = \frac{1}{n}C = \frac{cM}{m}$ wobei n die Stoffmenge, m die Masse und M die molare Masse ist.

Bei der Angabe der Wärmekapazität unterscheidet man auf welche Weise die Temperatur verändert wird. Betrachtet man den ersten Hauptsatz der Wärmelehre (Kapitel 2.2, Seite 4) so folgt für die Wärmekapazität, wenn das Substanzvolumen konstant gehalten wird (isochore Temperaturerhöhung, $-pdV = 0$) :

$$C_{mol,V}(T) = \frac{1}{n} \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_V \quad (3)$$

Für die Wärmezufuhr bei konstantem Druck $dp = 0$ liefert das Enthalpiedif-

7 WÄRMEKAPAZITÄT VON METALLEN

9

ferential $dH = dU + Vdp = \delta Q$ und somit

$$C_{mol,p}(T) = \frac{1}{n} \left(\frac{\delta H}{\delta T} \right)_p \quad (4)$$

Bei Gasen ist der Unterschied zwischen $C_{mol,p}$ und $C_{mol,V}$ wesentlich und es gilt:

$$C_{mol,p} - C_{mol,V} = R \quad (5)$$

R ist die allgemeine Gaskonstante. Bei Festkörpern kann in der Regel wegen zu kleiner Volumenänderungen auf die Unterscheidung verzichtet werden.

7.2 Beiträge der inneren Energie

Zu der im vorherigen Kapitel erwähnten inneren Energie tragen folgende Punkte bei:

- die Nullpunktsenergie tritt bei der quantenmechanischen Behandlung des harmonischen Oszillators auf und hat keine Entsprechung in der klassischen Physik. Sie ist immer vorhanden, auch bei 0K und trägt zur spezifischen Wärme nicht bei.
- Die Elektronen des Festkörpers in Metallen stellen die Leitungselektronen einen weiteren anregbaren, inneren Freiheitsgrad dar. Ihr Beitrag spielt vor allem bei sehr niedrigen Temperaturen eine Rolle. Bei höheren Temperaturen tritt er gegenüber den Gitterschwingungen in den Hintergrund.
- Die Gitterschwingungen stellen, bei nicht zu niedriger Temperatur, den größten Beitrag zur inneren Energie.

7.3 Regel von Dulong-Petit

Betrachtet man den Kristall ganz klassisch als ein harmonisch schwingendes Gitter (kleine Auslenkungen), so besitzt er, wie in Kapitel 6 erwähnt, sechs Freiheitsgrade. Wir mitteln über sämtliche möglichen Konfigurationen der Atomrümpfe, wobei wir jeder Konfiguration oder jedem Zustand des Gitters ein zu $e^{-\frac{E}{k_B T}}$ proportionales Gewicht zuordnen. Dies ist die Grundregel der statistischen Mechanik des Gleichgewichts. Sie gilt unabhängig davon, ob man ein System klassisch oder quantenmechanisch behandelt, vorausgesetzt

7 WÄRMEKAPAZITÄT VON METALLEN

10

die betrachteten Zustände sind Zustände des gesamten N -Teilchen Systems. Als einen klassischen Zustand bezeichnen wir einen Satz von Werten der $3N$ Koordinaten und der $3N$ kanonisch konjugierten Impulse. Aus der sich in diesem Fall ergebenden thermischen Dichte folgt für die gesamte innere Energie

$$u(T) = u_{eq} + 3nk_B T \quad (6)$$

Für $T \rightarrow 0$ geht der Ausdruck gegen u_{eq} ein temperaturunabhängiger Term. Dies ist die Theorie eines statischen Gitters, wobei der temperaturunabhängige Term von der Nullpunktsbewegung stammt. Bei von null verschiedenen Temperaturen wird das Ergebnis der statischen Theorie durch Hinzufügen des Terms $3Nk_B T$ korrigiert. Für die Wärmekapazität eines Körpers mit n -Teilchen ergibt sich mit Gleichung 2

$$c_v = \frac{\delta u}{\delta T} = 3nk_B \quad (7)$$

Dieses Gesetz ist als das Gesetz von Dulong-Petit bekannt. Die Molare Wärmekapazität, die Anzahl der Teilchen sei N_A :

$$C_{mol} = 3N_A k_B = 3R \approx 25 \frac{J}{molK} \quad (8)$$

Bei Temperaturen oberhalb der Zimmertemperatur gibt das Gesetz die Wärmekapazität ungefähr wieder. Leichte Elemente wie z.B. Kohlenstoff erreichen diesen Wert aber erst bei höheren Temperaturen. Außerdem widerspricht das Gesetz dem dritten Hauptsatz (Kapitel 2.4 auf Seite 5). Das teilweise Versagen bei höheren Temperaturen lässt sich mit dem Versagen der harmonischen Näherung deuten. Nur bei mittleren Temperaturen lenken die thermischen Energien die Atomrümpfe harmonisch aus. Bei höheren Temperaturen hingegen besitzen die Atomrümpfe genügend Energie, um sich so weit von ihren Gleichgewichtspositionen zu entfernen, dass vernachlässigte anharmonische Terme zum Tragen kommen. Das Gesetz von Dulong-Petit wird nur angenähert. Andererseits suggeriert es, eine Gültigkeit bei niederen Temperaturen zu haben. Um das tatsächliche Verhalten zu erklären, braucht man die Quantentheorie.

7.4 Das Einsteinmodell

7.4.1 quantenmechanische Grundlagen

Ein harmonischer Oszillator, quantenmechanisch betrachtet, hat n Eigenschwingungen mit den diskreten Energien:

$$E_\rho^n = \hbar\omega_\rho\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (9)$$

In der Formel zählt ρ die Normalschwingungen ab, n steht für die Zahl der Schwingungsquanten oder Phononen. Der Zusatz $\frac{1}{2}$ bezeichnet die Nullpunktenergie. Die Wahrscheinlichkeit $P(E_\rho^n, T)$, dass die Eigenschwingung ρ bei der Temperatur T die Energie E_ρ^n besitzt, ist durch die Boltzmannverteilung gegeben.

$$P(E_\rho^n, T) = \frac{\exp\left(-\frac{E_\rho^n}{k_B T}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{E_\rho^n}{k_B T}\right)} \quad (10)$$

Der Nenner kommt aus der Normierung $1 = \sum_{\nu=0}^{\infty} P(E_\nu)$, also der Sicherheit, dass bei dem Oszillator irgendein Energieniveau vorliegt. Die mittlere thermische Oszillatorenergie $\langle E_\rho \rangle^T$ (Mittelung über sämtlich Besetzungswahrscheinlichkeiten) wird nach Rechnung zu

$$\begin{aligned} \langle E_\rho \rangle^T &= \sum_{n=0}^{\infty} E_\rho^n \cdot P(E_\rho^n, T) \\ &= \hbar\omega_\rho \left(\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Es handelt sich also um die mittlere Energie eines Photons, multipliziert mit der thermischen Besetzungszahl (Boose-Einstein-Verteilung) und der Nullpunktenergie. Wir summieren für die innere Energie nun über alle Schwingungen. Weil die Oszillatoren als Normalschwingungen vorausgesetzt wurden, sind sie unabhängig voneinander und die mittleren thermischen Oszillatorenergien addieren sich einfach zur inneren Energie:

$$U(T) = \sum_{\rho=1}^N \langle E_\rho \rangle^T = \sum_{\rho=1}^N \hbar\omega_\rho \left(\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1} + \frac{1}{2} \right) \quad (12)$$

Die spezifische Wärme ergibt durch Ableitung nach T

$$c(T) = k_B \sum_{\rho=1}^{N_A} \left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} \quad (13)$$

Da man mit einer Integration meistens einfacher umgehen kann als mit einer diskreten Summation, führen man die Zustandsdichte $\mathcal{D}(\omega)$ der Eigenschwingungen ein. Sie gibt die Anzahl der Schwingungen dN in einem Frequenzintervall $\omega \dots \omega + d\omega$ an und ist definiert über $dN \equiv \mathcal{D}(\omega)d\omega$. Damit lässt sich (13) umschreiben zu

$$c(T) = \int_{\omega=0}^{\infty} k_B \mathcal{D}(\omega) \left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} d\omega \quad (14)$$

Für die korrekte Angabe der Wärmekapazität muss man noch einen geeigneten Ausdruck finden für $\mathcal{D}(\omega)$. Das Einstein und Debye-Modell der Wärmekapazität unterscheiden sich nur durch die Zustandsdichten:

7.4.2 spezifische Wärme nach Einstein

Bei diesem Modell von 1907 werden alle Oszillatoren als identisch angesehen, sie schwingen alle mit der gleichen Frequenz ω_E . Die Zustandsdichte lässt sich mit der δ -Funktion wie folgt darstellen:

$$\mathcal{D}_{Einstein}(\omega) = 3N\delta(\omega - \omega_E) \quad (15)$$

Der Faktor 3 kommt von den drei Raumrichtungen. Setzt man diese Gleichung in (14) ein, so ergibt sich

$$c(T) = 3Nk_B \left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\Theta_E}{T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\Theta_E}{T}\right) - 1\right)^2} \quad (16)$$

$\Theta_E \equiv \frac{\hbar\omega_E}{k_B}$ wird als Einstein-Temperatur bezeichnet.

In Abbildung (1) sieht man den Verlauf der spezifischen Wärme. Für hohe Temperaturen $T \gg \Theta_E$ geht die Funktion gegen den Wert von Dulong-Petit. Für kleine Temperaturen erhält man eine exponentielle Abnahme, die

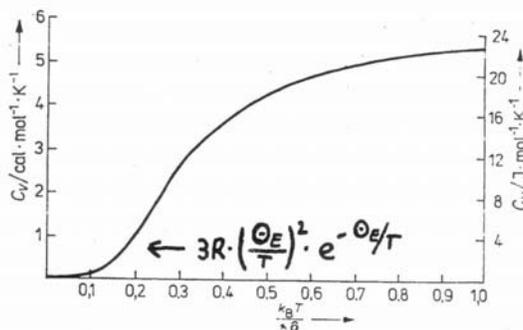


Abbildung 1: Temperaturverlauf der spezifischen Wärmekapazität C_v nach Einstein

bei $T = 0K$ den Wert Null erreicht und somit dem 3. Hauptsatz genügt. Tatsächlich stellt man aber bei der experimentellen Bestimmung der Wärmekapazität eines Festkörpers keine exponentielle, sondern eine T^3 -Abnahme fest, womit dieser Ansatz für diesen Versuch wohl weniger geeignet ist. Das Einstein-Modell ist aber bei zweiatomigen Gasen exakt gültig. Seine große Bedeutung liegt in der Bestätigung des quantenmechanischen Modells des harm. Oszillators, was der in ihrer Entwicklung befindlichen Quantenmechanik zu grösserer Akzeptanz verhalf.

7.5 Wärmekapazität nach Debye

Das Debye-Modell stammt von 1912. Es werden wieder N Oszillatoren betrachtet, die $3N$ Eigenschwingungen ausführen. Da bei tiefen Temperaturen die Phononenenergien niedrig und die entsprechenden Wellenlängen von der Größenordnung der Gitterabstände sind, spielt der konkrete Aufbau der Materie keine entscheidende Rolle mehr. Deshalb kann die Materie als isotropes Kontinuum betrachtet werden. Nach Einführung einer mittleren Schallgeschwindigkeit im Medium (mit Longitudinalwelle und zwei Transversalwellen) von $\frac{1}{c^3} = \left(\frac{1}{c_{long}^3} + \frac{2}{c_{trans}^3} \right)$ und Abbruch des Spektrums an einer Grenzfrequenz (wegen der endlichen Anzahl N an Oszillatoren und der damit verbundenen endlichen Anzahl an Frequenzen ist es sinnvoll eine obere Grenzfrequenz $\omega_D \geq \omega$ zu definieren) ergibt sich für die Zustandsdichte nach dem

7 WÄRMEKAPAZITÄT VON METALLEN

14

Debye-Modell:

$$\mathcal{D}_{Debye}(\omega) = \frac{\omega^2 V}{2\pi\bar{c}^3} \quad (17)$$

Für die Gesamtanzahl möglicher Oszillationen ergeben sich die Beziehungen

$$\begin{aligned} 3N &\equiv \int_{\omega=0}^{\omega_D} \mathcal{D}_{Debye}(\omega) d\omega = \frac{\omega_D^3 V}{6\pi^2\bar{c}^3} \\ \Rightarrow V &= \frac{18\pi^2\bar{c}^3 N}{\omega_D^3} \\ \Rightarrow \mathcal{D}_{Debye}(\omega) &= \begin{cases} \omega^2 \cdot \frac{9N}{\omega_D^3} & \text{für } \omega \leq \omega_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

Mit der allgemeine Formel (14) folgt:

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_{Debye}(T) &= \int_{\omega=0}^{\omega_D} \frac{9N_A k_B \omega^2}{\omega_D^3} \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1\right)^2} d\omega \\ &= \dots \\ &= 9R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_{x=0}^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \end{aligned} \quad (19)$$

mit der Ersetzung $x \equiv \frac{\hbar\omega}{k_B T}$ und der Debye-Temperatur $\Theta_D \equiv \frac{\hbar\omega_D}{k_B}$. Für hohe Temperaturen wird wie bei Einsteins Gleichung der Wert $3R$ erreicht. Bei tiefen Temperaturen erhält man mit dem Debye-Ansatz auch die experimentell beobachtete T^3 -Abnahme der spezifischen Wärmekapazität.

7.6 Der Beitrag der Leitungselektronen zur Wärmekapazität

Will man die Wärmekapazität metallischer Festkörper untersuchen, so reicht das Debye Modell alleine nicht aus. Bei Leitern spielen auch die Leitungselektronen eine Rolle, vor allem bei niedrigen Temperaturen. Um deren Beitrag anzugeben muß man ihr Verhalten quantenmechanisch betrachten .

Sommerfelds Ansatz basiert auf Drudes Elektronengas-Modell und ersetzt lediglich die klassische Boltzmann-Verteilung durch die Fermi-Dirac-Verteilung

$$\tilde{f}(\varepsilon, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T}\right) + 1} \quad (20)$$

\tilde{f} ist die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Quantenzustandes der Energie ε bei der Temperatur T im thermodynamischen Gleichgewicht.

Als Fermionen unterliegen die Elektronen dem Pauli-Prinzip, dh. jeder Zustand kann nur mit einem Elektron besetzt werden. Es existieren keine zwei Elektronen, die in allen Quantenzahlen übereinstimmen. Diese Regel gilt selbst bei $T = 0K$, so dass in diesem Zustand minimaler Gesamtenergie die möglichen Zustände nacheinander besetzt werden. Das Elektron im höchsten besetzten Niveau hat die Energie ε_F (Fermi-Energie). Typische Werte für ε_F liegen bei einigen eV, was nach $\varepsilon_F = k_B T$ Temperaturen in der Größenordnung von $\sim 10^4 K$ entsprechen würde. Aus diesem Grund sind thermische Anregungen nur bei Elektronen nahe der Fermi-Kante (Niveaus in der Nähe von ε_F) möglich. Für alle anderen Elektronen sind die in diesem energetischen Abstand liegenden Nachbarzustände alle schon besetzt. Folglich ist der Beitrag der Elektronen zur spezifischen Wärme eher gering.

Es gibt zwei Arten der thermischen Anregungen bei Temperaturen $> 0K$:

- Ein Elektron nahe der Fermi-Kante wird in einen noch vorhandenen freien Zustand bei ε_F gehoben. Dadurch entsteht ein Loch mit der Anregungsenergie $(\varepsilon_F - \varepsilon_{Loch})$.
- Ein Elektron bei ε_F wird in einen unbesetzten Zustand noch höherer Energie gehoben. Die Anregungsenergie beträgt in diesem Fall $(\varepsilon_{(e^-)} - \varepsilon_F)$.

Wegen der hohen Anzahl an "freien" Elektronen und den deshalb energetisch nahe beieinander liegenden Zuständen, kann man keine Energielücken zwischen Valenz- und Leitungsband mehr erkennen, dh. bei der Zuführung geringster Energien ist eine Anregung möglich.

Die innere Energie des Elektronensystems setzt sich aus den oben genannten Loch- und Elektronenanregungen bei $T > 0K$ zusammen. Folglich erhält

7 WÄRMEKAPAZITÄT VON METALLEN

16

man

$$U_{(e^-)}(T) = 2 \underbrace{\int_{\varepsilon_F}^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon_F) \tilde{f} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon}_{\text{Elektronenanregung}} + 2 \underbrace{\int_0^{\varepsilon_F} (\varepsilon_F - \varepsilon) (1 - \tilde{f}) \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon}_{\text{Lochanregung}} \quad (21)$$

wobei der Faktor 2 die Elektronenspins berücksichtigt und $\mathcal{D}(\varepsilon)$ eine Zustandsdichte ist.

Die spezifische Wärmekapazität erhält man wieder durch Differentiation

$$c_{(e^-)}(T) = 2 \int_0^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon_F) \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial T} \tilde{f} \right)}_{\equiv \kappa} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon \quad (22)$$

Da $\varepsilon_F \gg k_B T$ liefert κ nur einen Beitrag in der Nähe von ε_F . Deshalb lässt sich $\mathcal{D}(\varepsilon)$ durch die Konstante $\mathcal{D}(\varepsilon_F)$ ersetzen.

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_{(e^-)}(T) &= 2\mathcal{D}(\varepsilon_F) \int_0^{\infty} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)^2}{k_B T^2} \frac{\exp\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)}{k_B T}\right) + 1\right)^2} d\varepsilon \\ &= \dots \\ &= \frac{2}{3} \pi^2 k_B^2 \mathcal{D}(\varepsilon_F) T \\ &\equiv \gamma T \end{aligned} \quad (23)$$

γ ist dabei die sogenannte Sommerfeldkonstante. Wie man sieht, ist der Elektronenbeitrag direkt proportional zur Temperatur. Die gesamte spezifische Wärme eines Metalls setzt sich also aus dem Phononen- und dem Elektronenbeitrag zusammen

$$c(T) = AT^3 + \gamma T \quad (24)$$

wobei aus dem Debye-Modell folgt:

$$A = \frac{12\pi^4 R}{5\Theta_D^3} \quad (25)$$

$$\Rightarrow \Theta_D = \sqrt[3]{\frac{12\pi^4 R}{5A}} \quad (26)$$

Die Addition der Beiträge in (24) ist auf die geringe Wechselwirkung zwischen Elektronen und Gitterschwingungen bei tiefen Temperaturen zurückzuführen. Der Elektronenbeitrag kann in Experimenten wegen der linearen

c - T -Abhängigkeit nur bei sehr tiefen Temperaturen nachvollzogen werden. Bei Zimmertemperatur (oder höher) ist er ohne weiteres vernachlässigbar. (nach [9])

8 Supraleitung

Supraleitung wurde erstmals 1911 von Kamerlingh-Onnes entdeckt. Der elektrische Widerstand eines supraleitenden Metalls fällt zunächst wie gewohnt mit sinkender Temperatur. Bei einer kritischen Temperatur T_c , der Sprungtemperatur (siehe Abbildung 2) tritt jedoch ein Phasenübergang auf, der Widerstand fällt auf Null.

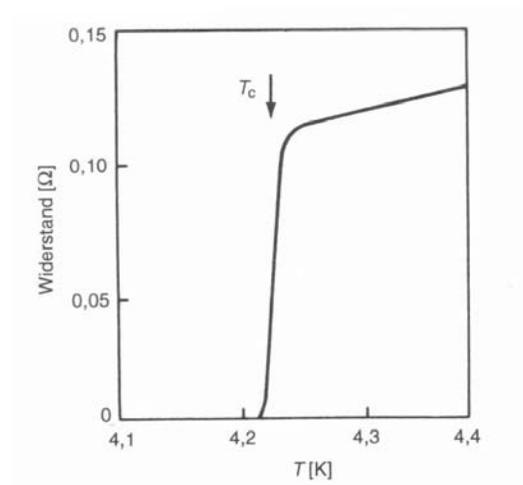


Abbildung 2: Widerstandsverlauf eines Supraleiters im Bereich der Sprungtemperatur

Meißner und Ochsenfeld entdeckten darüberhinaus 1933 dass ein elementarer Supraleiter stets jedes Magnetfeld aus seinem Inneren herausdrängt und sich wie ein perfekter Diamagnet verhält. Demzufolge ist ein Supraleiter ein perfekter Leiter, weil er keinen elektrischen Widerstand besitzt. Ein einmal in einem ringförmigen Supraleiter induzierter Strom fließt ohne Schwächung für alle Zeiten. Dieser Effekt wurde zum ersten mal bei Quecksilber beobachtet, das bei der Temperatur des flüssigen Heliums (4,2K) supraleitend wird. Laufend werden mehr Materialien, Metalle und Keramiken entdeckt, die supraleitend werden. Ein Hochtemperatursupraleiter mit

9 ERZEUGUNG TIEFER TEMPERATUREN, GASVERFLÜSSIGUNG¹⁸

einer Sprungtemperatur von über 80 K ist Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid. Zwingt man den Supraleiter in ein hohes Magnetfeld, wird er wieder normalleitend. Die Sprungtemperatur ist proportional zur Wurzel aus der Ionenmasse.

Nach den ersten Theorien von Ginzburg-Landau, wurde 1957 von Bardeen, Cooper und Schrieffer eine sehr gute Theorie für das Phänomen gefunden. Die, dafür mit dem Nobelpreis ausgezeichneten Physiker konnten zeigen, dass bei einer beliebig kleinen, anziehenden Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen der Grundzustand des Fermi-Gases nicht mehr stabil ist und die Energie des Paares abgesenkt wird. Anders gesagt bleiben zwei Elektronen ohne Wechselwirkung auf der Oberfläche des Fermisees (Oberfläche eines Volumens im reziproken Raum, in dem sich alle im Grundzustand besetzten k -Werte befinden), weil die tieferliegenden Plätze bereits besetzt sind. Ziehen sie sich jedoch an (was aufgrund der Coulombabstoßung eigentlich nicht vorzustellen ist), können sie ihre Energie absenken und in den See eintauchen. Es entsteht ein Boson. Das Gitter die Anziehung zwischen den Cooper-Paar-Elektronen unterstützen kann, zeige folgendes Bild: Die Elektronen fliegen durch das Gitter und ziehen im Vorbeiflug positiv geladene Ionen an. Dadurch bildet sich im Kielwasser eine positive Ladungswolke, die ihrerseits andere Elektronen anziehen kann. Der Kraftstoß beim Vorbeiflug eines Elektrons treibt zwar die Ionen in Richtung der Elektronenlaufbahn, aber erst nach einer viertel Schwingungsperiode der Ionen bildet sich die höchste positive Ladungsträgerdichte aus. In der Zwischenzeit hat das erste Elektron etwa 100nm zurückgelegt. Die verzögerte Reaktion der Ionen hat zur Folge, dass die wechselwirkenden Elektronen relativ weit voneinander entfernt sind und damit ihre Coulombabstoßung recht schwach ist.

9 Erzeugung tiefer Temperaturen, Gasverflüssigung

9.1 Verdampfungskühlung

Die Abbildung 3 zeigt das Phasendiagramm einer Substanz, wobei der Druck gegen die Temperatur aufgetragen ist. Die drei Kurvenabschnitte geben die Grenzen zwischen den verschiedenen Phasenzuständen wieder. T ist der Tripelpunkt der Substanz. Befindet sich das System in einem adiabatischen Behälter und wird mit einer Pumpe Gas abgepumpt, wenn sich das System

9 ERZEUGUNG TIEFER TEMPERATUREN, GASVERFLÜSSIGUNG¹⁹

im Punkt P befindet (flüssige und gasförmige Phase vorhanden bei Temperatur T_1), dann reagiert es auf die so entstehende Verschiebung vom ursprünglichen Gleichgewicht zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase dadurch, dass eine bestimmte Menge der Flüssigkeit verdampft so dass der Dampfdruck des Systems sich wieder dem Gleichgewichtsdampfdruck nähert. Als Folge der Verdampfung beobachtet man eine Abkühlung. Diese kommt daher, dass die Moleküle bei der Verdampfung ihre Anziehungskräfte überwinden müssen. Das geschieht wegen der adiabatischen Isolierung auf Kosten der thermischen, ihrer inneren Energie. Das System kommt dabei entlang der Koexistenzlinie der beiden Phasen zum Punkt Q, mit der Temperatur T_2 . Wegen der zwei beteiligten Phasen spricht man auch von einem zwei Phasen System. Die mit der Verdampfungskühlung erreichbaren Temperaturen sind durch den Tripelpunkt, dem Punkt der Koexistenz dreier Phasen, des entsprechenden Gases begrenzt, da unterhalb dieses Punktes die Arbeitssubstanz ausfriert.

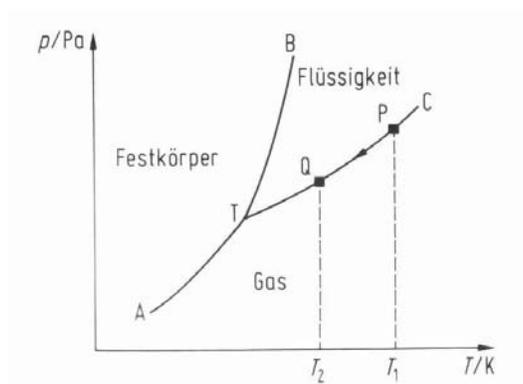


Abbildung 3: Phasendiagramm

Zu beachten ist, dass oberhalb der sogenannten kritischen Temperatur eine Verdampfungskühlung auch nicht möglich ist, da die Phasen flüssig und gasförmig nicht unterscheidbar sind. Um also von hohen Temperaturen mit diesem Verfahren herunterzukühlen verwendet man Kaskadenartig mehrere Arbeitssubstanzen mit Stufe für Stufe niedrigeren Trippelpunkten und Punkten kritischer Temperatur. Pictet konnte 1877 mit diesem Verfahren Sauerstoff verflüssigen, Kammerling Onnes 1908 Helium.

9 ERZEUGUNG TIEFER TEMPERATUREN, GASVERFLÜSSIGUNG²⁰

9.2 Abkühlung durch adiabatische Expansion und isotherme Kompression

Heute verwendet in der Regel kontinuierlich arbeitende Kühlkreisläufe wie in Abbildung 4. Dieses Verfahren ist ein Einphasensystem. Das Arbeitsgas wird in einem Kompressor komprimiert, und die dabei auf das Gas übertragene Wärmeenergie durch eine Vorkühlung abgeleitet (isotherme Kompression). Das Gas wird durch einen Wärmetauscher in eine Expansionskammer geleitet, in der es adiabatisch durch Verschiebung eines Stempels expandiert. Dabei leistet es Arbeit gegen den Aussendruck, die aus der inneren Energie stammt und das Gas abkühlt. Das gekühlte Gas wird durch den Wärmetauscher zurück geleitet, wobei es das neu ankommende Gas kühlt, sich aber selbst wieder leicht erwärmt bevor es wieder isotherm komprimiert wird. Von Kreislauf zu Kreislauf wird es kälter.

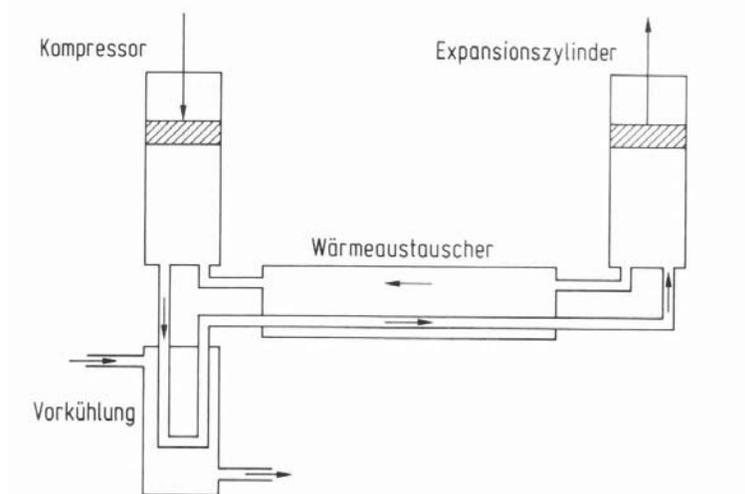


Abbildung 4: Kühlkreislauf

9.3 Linde-Hampson-Kühlkreislauf, Joule-Thompson-Effekt

Der Linde-Hampson-Kühlkreislauf unterscheidet sich von Abb. 4 im wesentlichen durch die Expansionskammer. Anstatt mittels eines Stempels das Gas zu

expandieren, strömt das Gas durch kleine Düsen oder eine poröse Wand in ein Tiefdruckgebiet hinein. Es leistet dabei keine Arbeit gegen eine äussere Kraft sondern nur gegen die inneren Kräfte (Adhäsionskräfte). Die dabei auftretende Temperaturänderung bezeichnet man als Joule-Thompson-Effekt. Dabei kann sich die Endtemperatur erhöhen oder erniedrigen, je nachdem ob die Anfangstemperatur über oder unter der sogenannten Inversionstemperatur liegt. Bei idealen Gasen aber, ist die innere Energie nicht von Volumen bzw. Druck abhängig. Dort existiert der Effekt nicht. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt vor allem in der kleineren Störanfälligkeit wegen der einfacheren Konstruktion.

Dieses und das in 9.2 genannt Verfahren hat seine Grenzen am Verflüssigungspunkt des Arbeitsgases. Man kann dann noch Temperaturen unterhalb des normalen Siedepunkts der Flüssigkeit erreichen, indem man das verdampfende Gas adiabatisch abpumpt (siehe Kapitel 9.1) und somit auf die Siedetemperatur bei dem betreffenden Druck abkühlen kann. So wurde zuerst von Kammerling Onnes eine Temperatur des Heliums von 1,04 K erreicht.

10 Helium als Kühlgas

Das Element Helium (He) wurde wegen seines Vorkommens auf der Sonne nach der griechischen Bezeichnung für unser Zentralgestirn (Sonne = helios) benannt. Helium wurde 1895 unabhängig voneinander durch W. Ramsey, N.A. Langlet und P.T. Cleve entdeckt. Helium gehört wie Neon, Argon, Krypton, Xenon und Radon zu den Edelgasen. Im Weltall ist Helium mit 7,19% nach Wasserstoff das zweithäufigste Element. Es entsteht in Sonnen durch Kernverschmelzungsprozesse von Wasserstoff unter Freisetzung von Energie. Auf der Erde ist das Element Helium nur ein Spurengas. Das ursprünglich vorhandene Helium ging verloren, da es von der Erdgravitation nicht zurückgehalten wurde. Terrestrisches Helium ist somit das Ergebnis natürlicher radioaktiver Zerfallsprozesse. Die Erdatmosphäre wird zu ungefähr einem Prozent von Edelgasen gebildet. In 100 Litern Luft befinden sich ca. 0,5 ml Helium. Im Meereswasser liegt die mittlere Konzentration bei 7 ppt. Technisch hergestellt wird Helium³, das für Temperaturen unter 1K eingesetzt wird aus dem Betazerfall des Tritium, Helium⁴ gewinnt man aus Erdgas.

Es fällt auf, dass Helium keinen Tripelpunkt besitzt. Stattdessen ist der Bereich Gas vom Bereich Fest durch ein Band Flüssig getrennt, welches durch die sogenannte λ -Linie (siehe Abb. 5) in zwei Bereiche unterteilt wird. He-

lium bleibt unter Normalbedingungen bis zum absoluten Nullpunkt flüssig, erst unter erhöhtem Druck setzt Kristallbildung ein. Von besonderem Inter-

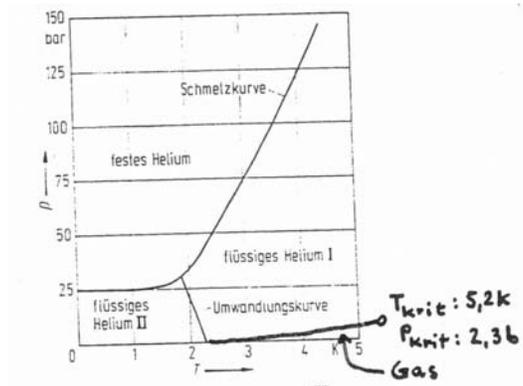


Abbildung 5: λ -Linie des Helium4

esse ist die Tatsache, dass flüssiges Helium in zwei Modifikationen existiert: Verhält sich Helium I wie eine normale Flüssigkeit, so ist Helium II suprafluid und suprawärmeleitend! Dies bedeutet, daß Helium II Wärme zehnmillionenmal so gut leitet wie Helium I (1000-mal besser als Silber) und seine Flüssigkeitsviskosität praktisch null ist. Helium II hat darüber hinaus die seltsame Fähigkeit, alle festen Oberflächen mit einem dünnen Film zu überziehen. Diese Schicht ist nur wenige 100 Atome dick. Diese Phänomene werden auf Quanteneffekte zurückgeführt, eine vollkommen befriedigende Erklärung gibt es allerdings noch nicht. Das Element hat außerdem die Fähigkeit, die verschiedensten Materialien zu durchdringen. So diffundiert es durch Kunststoffe und Gummi, aber auch durch die meisten Glassorten. Wegen der verschwindenden Viskosität zeigt es in diesem Zustand eine unendlich hohe Wärmeleitfähigkeit. Es gibt auch keine Blasenbildung mehr (was man im Versuch beobachten konnte), weil das Helium direkt an der Oberfläche verdampft.

11 Erzeugen von Vakuum

In der Vakuumtechnik verwendet man verschiedene Begriffe für unterschiedliche Druckbereiche:

- Grobvakuum: 10^3 mbar bis 10^0 mbar

- Feinvakuum: 10^0 mbar bis 10^{-3} mbar
- Hochvakuum: 10^{-3} mbar bis 10^{-7} mbar
- Ultrahochvakuum: 10^{-7} mbar und niedriger

Wir wollen die zwei bei dem Versuch verwendeten Vakuumpumpen kurz beschreiben.

11.1 Drehschieberpumpe

Die Drehschieberpumpe (Abb. 6) wird im Versuchsaufbau zur Evakuierung der Heliumabgasarmatur, des Innendewars (z.B.: nach Probenwechsel) und zum Abkühlen des Heliumbades, sowie als Vorpumpe der Turbopumpe verwendet.

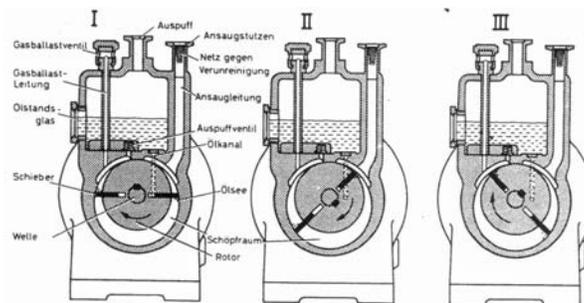


Abbildung 6: Drehschieberpumpe

In einem exzentrisch gelagerten, rotierenden Innenteil (Rotor) sind zwei bewegliche Drehschieber angeordnet, die mit Hilfe von Federn und durch die Rotation an der starren Gehäusewand (Stator) entlanggleiten. Sie vergrößern und verkleinern das Volumen zwischen Rotor und Stator und sorgen so für den Pumpvorgang. Das abzusaugende Gas strömt in das sich durch die Drehung vergrößernde Volumen, bis der Raum durch den zweiten Drehschieber vollständig abgeschlossen ist. Beim Weiterdrehen wird das Volumen durch den Schieber wieder verkleinert und somit das Gas komprimiert, bis sich bei etwa 1050 mbar (d.h. bei leichtem Überdruck) das Auspuffventil öffnet und das Gas ausströmt. Durch die beiden Volumina finden beide Prozesse gleichzeitig statt. Das bedeutet, bei jeder vollständigen Umdrehung des Rotors wird zweimal angesaugt und zweimal ausgestoßen, und das 25 mal pro

Sekunde. Um die Reibung zwischen Schieber und Stator zu verringern und um den Schöpf- vom Verdichtungsprozeß luftdicht zu trennen, treiben beide Schieber immer einen kleinen Ölsee vor sich her. Dabei verdampft eine geringe Menge Öl, das durch Ölnebelfilter abgefangen oder durch Schläuche nach außen abgeführt werden kann. Mit zweistufigen ölüberlagerten Pumpen lassen sich niedrigere Arbeits- und Enddrücke erzielen. Grund dafür ist, dass bei einstufigen Pumpen das mit der äußeren Atmosphäre in Berührung kommende Öl, aus dieser Gas aufnimmt, das während des Ölumlaufs, wenn auch nur teilweise, vakuumseitig entweicht. In zweistufigen Drehschieberpumpen wird nun der vakuumseitigen Stufe bereits vorentgastes Öl zugeführt. Es sind Enddrücke bis $2 \cdot 10^{-6}$ bar möglich. Drehschieberpumpen eignen sich daher zum Aufbau eines Vorvakuums für Turbomolekularpumpen.

11.2 Turbomolekularpumpe

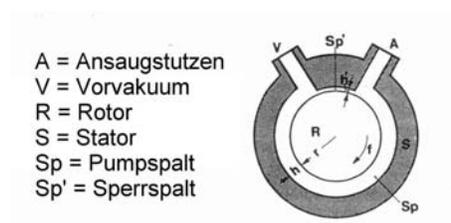


Abbildung 7: Turbomolekularpumpe

Die Turbopumpen (Abb. 7) verdanken ihren Namen dem extrem schnell laufenden Rotor. In dieser Pumpe beträgt die erreichte Rotordrehzahl z.B. 50.000U/min, die erst nach mehreren Minuten Hochlauf und nur in einem Vorvakuum von mindestens 0,1 mbar überhaupt erst möglich wird. Wie der Name sagt, arbeitet die Pumpe auf molekularer Ebene. Der Rotor sieht zwar aus, wie ein Turbine, hat aber eine etwas andere Funktion. Für den Betrieb ist es maßgeblich, dass die freie Wegstrecke, die ein Molekül bis zu einem Zusammenstoß mit einem anderen zurücklegen kann, größer ist, als der Abstand von Rotor zu Stator. Wenn das durch ein ausreichend hohes Vorvakuum gewährleistet ist, dann erteilt der Rotor jedem auf ihm auftreffenden Molekül einen zusätzlichen Impuls in Drehrichtung. Da das Molekül keine Möglichkeit hat diesen an andere Moleküle weiterzugeben, bildet sich so aus der normalerweise ungerichteten Wärmebewegung eine gerichtete Molekülbewegung zur

Vorpumpe hin aus, welche die Moleküle dann absaugt. Ein weiterer Effekt, der für den Teilchentransport verantwortlich ist, ist dass die auf den Rotor treffenden Teilschen nicht sofort reflektiert werden, sondern eine gewisse Verweilzeit am Rotor haften. Aus letzterem Grund ist die Pumpwirkung bei reaktionsfreudigen Gasen höher als zum Beispiel bei Edelgasen, wie Helium. Turbopumpen erreichen ein sehr hohes Vakuum von bis zu 10^{-10} mbar.

11.3 Druckmessung

11.3.1 Glühkathodenionisationsvakuummeter

Glühkathoden-Ionisationsvakuummeter bestehen aus drei Elektroden - Kathode, Anode und Ionenfänger -, wobei die Kathode eine Glühkathode ist. Solche Ionisationsvakuummeter arbeiten bei niedrigen Spannungen und ohne äußeres Magnetfeld. Die Glühkathode ist eine sehr ergiebige Elektronenquelle. Die Elektronen werden im elektrischen Feld beschleunigt und nehmen aus dem Feld genügend Energie auf, um das Gas, in dem sich das Elektrodensystem befindet, zu ionisieren. Die gebildeten positiven Gasionen gelangen auf den bezüglich der Kathode negativen Ionenfänger und geben hier ihre Ladung ab. Der dadurch entstehende Ionenstrom ist ein Maß für die Gasdichte und damit für den Gasdruck. Die obere Grenze des Messbereichs liegt bei etwa 10^{-2} mbar.

11.3.2 Wärmeleitungsvakuummeter

Das Wärmeleitungsvakuummeter misst den Druck indirekt über die Teilchenanzahldichte. Da aber die Messung dieser Teilchenanzahldichte von der Art der Teilchen abhängig ist, ist die Druckmessung gasartabhängig. Die Druckskala ist gewöhnlich auf Stickstoff bezogen; der abgelesene Druck wird als Stickstoffäquivalentdruck bezeichnet. Beim Wärmeleitungsvakuummeter nach Pirani wird der Zusammenhang zwischen der mit abnehmendem Druck geringer werdenden Teilchenanzahldichte und damit größer werdenden mittleren freien Weglänge λ eines Gases und seiner Wärmeleitfähigkeit genutzt. Dabei gibt ein stromdurchflossener Draht die in ihm erzeugte Wärme durch Strahlung und Wärmeleitung an das den Draht umgebende Gas ab. Im Grobvakuum ist die Wärmeleitung durch die Gaskonvektion nahezu druckunabhängig. Kommt aber bei einigen mbar die mittlere freie Weglänge des Gases in die Größenordnung des Drahtdurchmessers, geht diese Art der Wärmeab-

fuh mehr und mehr und zwar dichte- und druckabhängig zurück. Unterhalb 10^{-3} mbar liegt die mittlere freie Weglänge eines Gases bereits in der Größe der Abmessung der Meßröhre. Bei den geregelten Wärmeleitungsvakuummetern ist der in der Meßröhre befindliche Draht ein Zweig einer Wheatstone'schen Brücke. Die an dieser Brücke liegende Heizspannung wird so geregelt, daß der Widerstand und damit die Temperatur des Meßdrahtes unabhängig von der Wärmeabgabe konstant ist. Mit den geregelten Wärmeleitungsvakuummetern lassen sich Drücke im Hochvakuum erfassen.

12 Messung tiefer Temperaturen

Sehr tiefe Temperaturen, wie sie in diesem Versuch auftreten misst man gewöhnlich mit sogenannten Widerstandsthermometern. Verwendet man Metalle, meist dünne ausgeglühte Platindrähte (PT100) so nimmt ihr elektrischer Widerstand mit steigender Temperatur zu. Ihre Genauigkeit ist recht hoch, nämlich besser als $0,001$ °K im Gebiet zwischen 273 und 673 K. Der PT100 hat seinen Namen deshalb, weil sein Widerstand bei 273 K 100 Ohm beträgt. Gemessen wird der Spannungsabfall bei vorgegebenen Konstantstrom in einer Vierpunktmessung. Der Widerstand eines Pt100 verläuft ab 20 K linear mit der Temperatur. Bei Temperaturen unter 20 K kann man den Platinwiderstand nicht mehr verwenden, da er gegen einen Restwiderstand tendiert und sich nicht mehr ändert. In unserer Versuchsanordnung verwenden wir neben dem PT 100 für die Tiefsttemperaturen noch ein Kohle-Massewiderstand. Dieser besteht aus gepresstem Kohlepulver mit organischen Bindemitteln in einer Hülse mit zwei Anschlüssen. Der Widerstandsverlauf ist deutlich nichtlinear, zeigt Halbleitercharakter und steigt mit tiefen Temperaturen stark an. Ein steiler Anstieg der Kennlinie eines solchen Widerstands bei tiefen Temperaturen sorgt für eine grosse Empfindlichkeit des Thermometers.

13 Versuchsbeschreibung

Die folgende Versuchsbeschreibung ist weitgehend aus [12] (Literaturliste) übernommen.

Die elektrischen Zuleitungen innerhalb der Probenkammer sind gedrillt, um Wärmeleitungsverluste zu minimieren.

Die Proben sind mit Wollfäden an dünnen Edelstahlbügeln aufgehängt. Über diese Bügel ist eine dünne Metallfolie gespannt, um Wärmestrahlungsverluste zu verhindern. Dazu dienen ebenfalls die beiden Strahlungsschutzschilde, die einen direkten Sichtkontakt von der Probe nach außen verhindern. Die Probenkammer selbst ist aus Messing gedreht und wird an ihrer Oberseite mit dem Deckel verschraubt. Diese Verschraubung ist mit Indium abgedichtet, um bei tiefen Temperaturen noch eine ausreichende Dichtwirkung zu erhalten. Kunststoffdichtungen werden bei diesen Temperaturen spröde und durchlässig. In den Deckel der Probenkammer sind ein weiterer Platinwiderstand Pt 100 und ein Kohle-Massenwiderstand zur Temperaturmessung des Heliumbades eingeklebt. Vom Deckel der Probenkammer führt ein Edelstahlrohr durch die Dewardeckplatte zum Hochvakuum pumpstand. Der Hochvakuum pumpstand besteht aus Turbomolekularpumpe und Drehschieberpumpe sowie den notwendigen Druckmeßgeräten. Diese Art der Probenaufhängung und Isolation durch Vakuum geht auf Nernst (1911) zurück.

Das Kryostaten-System besteht aus zwei ineinandergestellten Glasdewargefäßen. Beide sind doppelwandig und verspiegelt zur Isolation und zur Unterdrückung von Wärmestrahlung. Das äußere zur Umgebung offene Gefäß wird mit flüssigem Stickstoff gefüllt und dient zur Vorkühlung bzw. zur Erniedrigung der Umgebungstemperatur des Heliumdewars. Das innere Dewargefäß wird mit flüssigem Helium gefüllt. Dabei verdampfendes Helium wird über die Heliumabgas Armatur der Verflüssigungsanlage wieder zugeführt. Eine Drehschieberpumpe ermöglicht das Abpumpen von Heliumgas vom Heliumbad zur Temperaturerniedrigung unterhalb 4, 2K.

13.2 Die Heizung

Die Heizwicklung der Probe wird mit Gleichstrom betrieben. Über das Potentiometer ist die Heizspannung stufenlos einstellbar. Mit dem Taster Heizen wird geheizt und dabei gleichzeitig eine Stopuhr zur Messung der Heizdauer gestartet. Mit einem Digitalvoltmeter kann wechselweise während des Heizens die Heizspannung oder der Heizstrom gemessen werden. Die Strommessung erfolgt dabei indirekt über die Messung des Spannungsabfalls an einem zusätzlich in den Heizstromkreis eingebauten 100Ω Widerstand. Die Temperaturmessung von Probe und Bad erfolgt über die Widerstandsmessung der eingebauten Widerstände. Die Widerstandsmessung erfolgt in so-

genannter Vier-Punkt-Methode. Dazu liefert eine Konstantstromquelle einen Strom von $10\mu A$. Der Temperaturverlauf der Probe wird zusätzlich von einem x-y-Schreiber ausgegeben, um den zeitlichen Verlauf der Temperatur leichter zu beobachten.

13.3 Meßprinzip, Durchführung und Auswertung

Zur Bestimmung der spezifischen Wärme sind ΔQ und die Temperaturänderung ΔT zu messen. Die Probe kann kontinuierlich mit konstanter Leistung $P = \frac{dQ}{dt}$ aufgeheizt werden und dabei der Temperaturverlauf $\frac{dT}{dt}$ aufgezeichnet werden. Die Heizimpulse werden elektrisch erzeugt, damit sind Heizspannung, Heizstrom und Heizdauer zu messen nach $\Delta Q = U_{Heiz} I_{Heiz} \Delta T$. Die Temperaturänderung wird durch Messung der Anfangs- und Endtemperatur vor und nach dem Heizvorgang berechnet.

Die Probe wird abgekühlt auf 4,2K (Kupfer) bzw. 2K (Vanadium) und das Vakuum zur thermischen Isolierung hergestellt. Die Kupferprobe wird zwischen 4,2K und 20K vermessen, bei Vanadium erfolgt die Messung zwischen 2K und 12K. In diesem Tieftemperaturbereich wird die Proben temperatur nur mit dem Kohle-Massenwiderstand gemessen. Die Meßwerte der Kupferprobe werden in folgenden Diagrammen dargestellt: $C(T)$ über T , $C(T)/T$ über T^2 und $\log(C(T))$ über $\log(T)$. Daraus sollen die Debye Temperatur und die Sommerfeldkonstante von Kupfer bestimmt und mit den Literaturwerten verglichen werden. Außerdem soll die Gültigkeit des T^3 -Gesetzes untersucht werden. Die Meßwerte der Vanadiumprobe werden als $C(T)$ über T dargestellt. Daraus soll die Sprungtemperatur von Vanadium bestimmt und mit dem Literaturwert verglichen werden.

Die Proben temperatur erhalten wir über die jeweiligen Eichkurven der in den Proben eingebauten Widerständen zur Temperaturmessung über folgende Formel:

$$\ln R + \frac{K}{\ln R} = \frac{B}{T} + A \quad (27)$$

Konstante	Vanadium	Kupfer
K	15,9755035	16,9162178
A	8,1055803	8,2730913
B	4,5040586	4,9625082

Bei R handelt es sich um den am Ohmmeter angezeigten Widerstand. Der Grösstfehler berechnet sich:

$$\Delta T = \frac{B}{\ln R + \frac{K}{\ln R} - A} \left(\frac{1}{R} - \frac{K}{\ln R^2} - \frac{1}{R} \right) \Delta R \quad (28)$$

13.3.1 Kupfer C-T-Diagramm

Die Abbildungen 9 und 10 zeigen die Wärmekapazität von Kupfer über den gesamten Messbereich bzw. einen Ausschnitt. Man kann den steilen Anstieg (T^3) erkennen. Versucht man allerdings bei Temperaturen unter 5 Kelvin den dominierenden linearen Beitrag der Leitungselektronen gemäss Formel 24 zu erkennen, bemüht man sich vergebens.

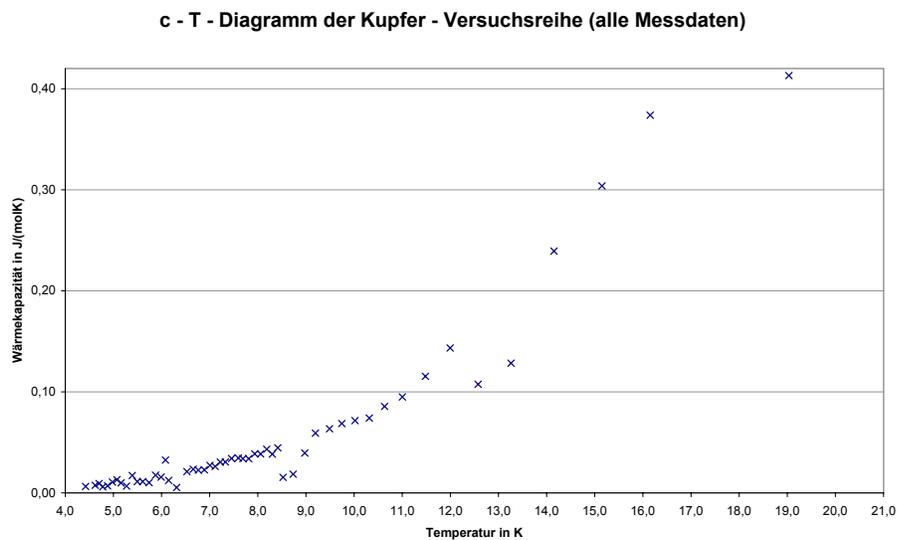


Abbildung 9: C-T-Diagramm, Kupferprobe, gesamter Messbereich

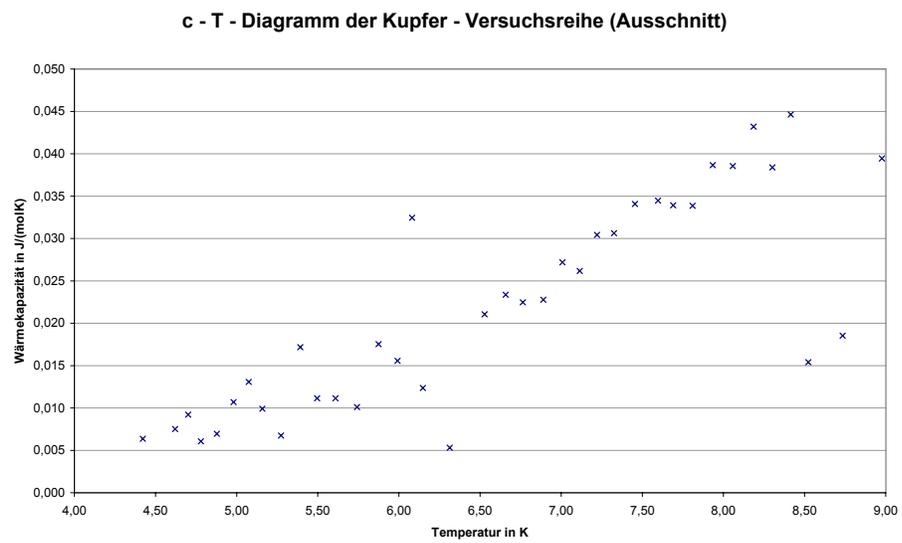


Abbildung 10: C-T-Diagramm, Kupferprobe, Ausschnitt

13.3.2 Sommerfeldkonstante und Debyetemperatur

Trägt man C/T über T^2 auf, so kann man aus der entstehenden Geraden (Abb. 11) die Sommerfeldkonstante herauslesen. Aus dem Debeyemodell folgt:

$$A = \frac{12\pi^4 R}{5\Theta_D^3} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \Theta_D = \sqrt[3]{\frac{12\pi^4 R}{5A}} \quad (30)$$

Wir erhalten mit der Regressionsgerade eine Sommerfeldkonstante von $1,2 * 10^{-4} \frac{J}{molK^2}$. Zu beachten ist hierbei, dass wir lediglich einen Ausschnitt der Messreihe zwischen vier und sieben Kelvin für die Regression verwendet haben. Verwendet man alle Daten, so ergibt sich eine negative Sommerfeldkonstante, was physikalisch nicht möglich ist. In jedem Fall ist dieses Versuchsergebnis mit größter Vorsicht zu genießen. Wir haben aus $A = 7,0 * 10^{-5}$ folgt mit 30 eine Debye Temperatur vom 303K (R war hier 8,31441J/mol). Der Literatur [2] entnehmen wir ein Gamma von $6,7 * 10^{-4} \frac{J}{molK^2}$ und eine Debyetemperatur von 315 K. Hauptgrund für die zu niedrigen Werte dürfte wieder der systematische Fehler der zu hohen Wärmekapazität sein (siehe Kapitel 13.3.5). Dadurch wird die Steigung grösser und die Debyetemperatur kleiner. Eine exakte Fehlerangabe ist hier nicht sinnvoll, da wir keine Möglichkeit haben die einzelnen Fehler (Kapitel 13.3.5) quantitativ zu fassen.

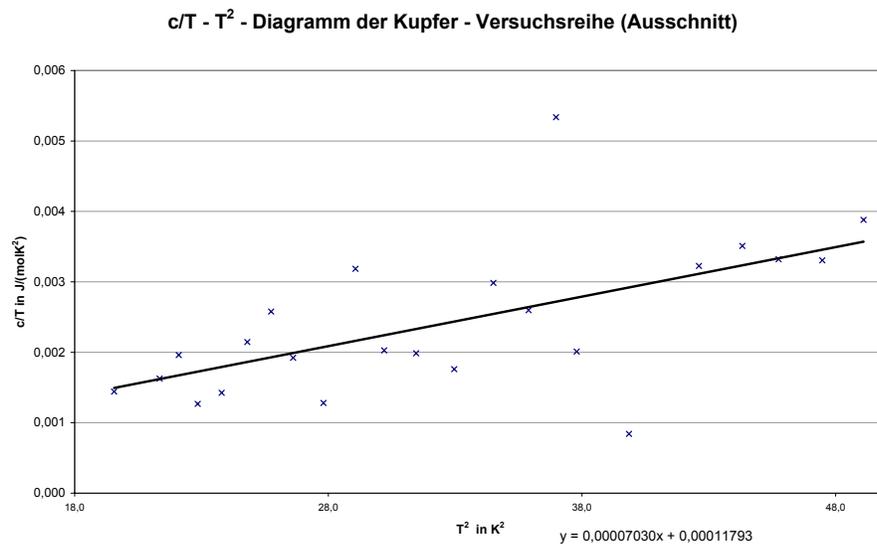


Abbildung 11: $C/T-T^2$ -Diagrammausschnitt, Kupferprobe

13.3.3 T^3 -Gesetz bzw. Elektronenbeitrag

Die Gültigkeit von Gleichung 24 lässt sich durch einen Doppellogarithmischen Auftrag der Wärmekapazität über die Temperatur zeigen. Betrachtet man den gesamten Messbereich (Abb. 12) so ergibt die Regressionsgerade annähernd eine Steigung von Drei. Die Wärmekapazität scheint also in der dritten Potenz mit der Temperatur anzusteigen. Der Theorie nach sollte es aber einen kleinen Bereich geben, in dem die Phononen kaum zur Wärmekapazität beitragen und nur die Elektronen einen linearen Beitrag liefern. Betrachten wir einen Ausschnitt des Diagramms (Abb. 13), hier bis 5,81 K, so lässt sich tatsächlich eine Steigung der Regression von unter drei ausmachen. Daraus zu schliessen, dass der Elektronenbeitrag ausschlagend sei, ist sicher nicht möglich. Dazu fehlen ausreichend viele Daten.

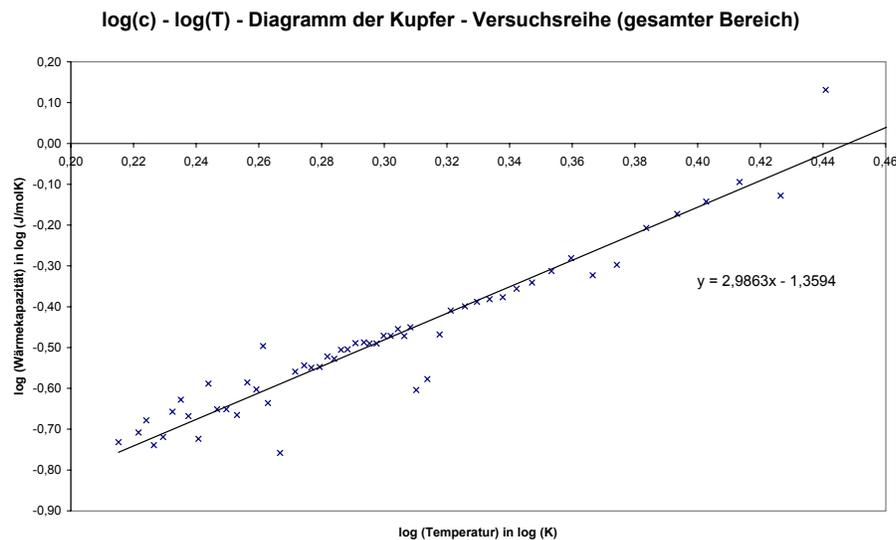


Abbildung 12: LogC-LogT Diagramm, Kupferprobe

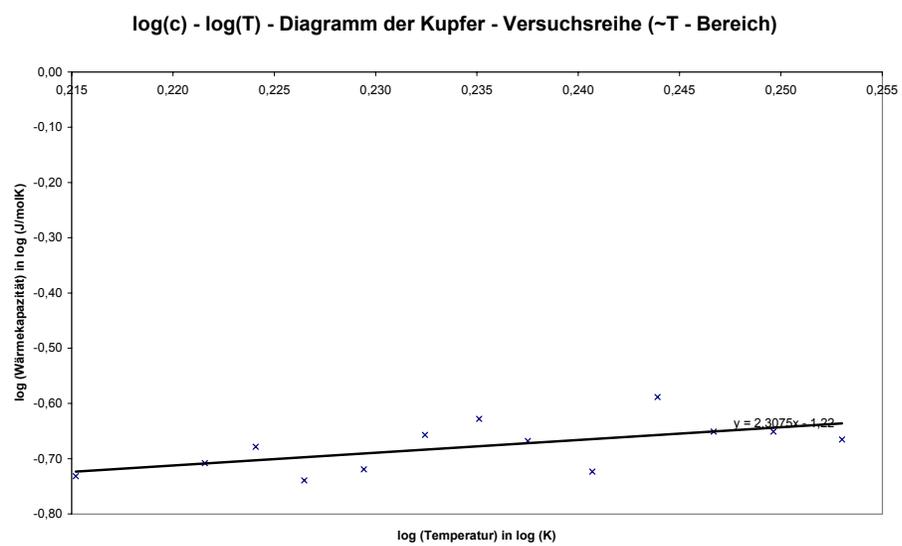


Abbildung 13: LogC-LogT-Diagramm, unterer Ausschnitt, Kupferprobe

13.3.4 Vanadium C-T-Diagramm

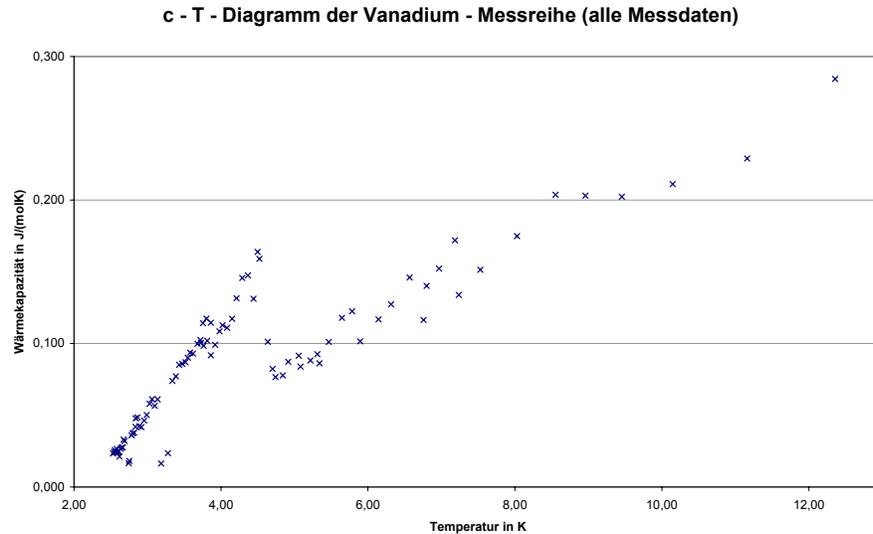


Abbildung 14: C-T-Diagramm, Vanadiumprobe

In Abb. 14 Wird die aus den Messdaten errechnete Wärmekapazität über der Temperatur aufgetragen. Wir können aus dem Diagramm eine Sprungtemperatur zwischen 4,5 und 4,7 K ablesen. Der Literaturwert nach [2] beträgt 5,3 K. Die Experimentelle Sprungtemperatur lässt sich auch nicht unter Berücksichtigung des Größtfehlers nicht mit der Theorie in Einklang bringen. Auffällig ist, dass die ermittelte Sprungtemperatur unter dem Theoriewert liegt. Durch die systematisch zu niedrig gemessenes ΔT (Relaxation und Drift siehe Kapitel 13.3.5) ergibt sich hier eine besondere Auffälligkeit. Erklären kann man dies, dadurch dass man annimmt (was in Realität sicher so ist), dass es sich bei dem Vanadium nicht um 100% reines Vanadium handelt. Jede Verunreinigung, insbesondere solche mit ferromagnetischen Eigenschaften setzt die Sprungtemperatur herab.

13.3.5 Fehlermöglichkeiten

Ein systematischer Fehler haftet der Messung der zugeführten Wärmemenge an. Tatsächlich heizt man nicht nur die Probe. Die Probenkammer ist nicht vollständig evakuiert, sodass ein Teil der Wärme in das Heliumbad abgeführt wird. Ausserdem geht, und dass wirkt sich wegen dem T^4 Wärmestrahlungsgesetz zunehmend bei höheren Temperaturen aus, Wärme durch Abstrahlung verloren. Diese Effekte zeigen sich auf dem vom x-y-Schreiber aufgenommenen Temperaturverlauf als negativer Drift (Abb. 15). Da die gemessene Tem-

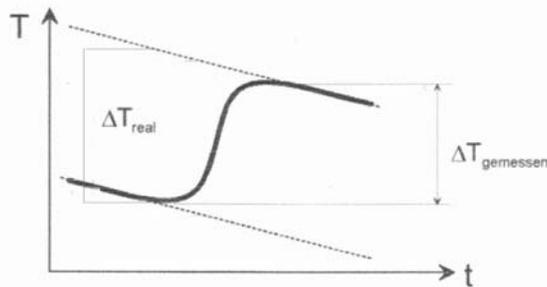


Abbildung 15: Wärmeverlust, als negative Drift erkennbar

peraturdifferenz $\Delta T_{gemessen}$ kleiner als die tatsächliche Temperaturdifferenz ΔT_{real} ist, misst man wegen $c = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ zu große Wärmekapazitäten. In höheren temperaturbereichen wirkte sich die negative Drift nicht mehr so stark aus, da der Kohlewiderstand an Empfindlichkeit einbüßte. Ein dritter Schwachpunkt ist der Heliumheber, und die Probenhalterung über die trotz Strahlungsschutzschild Wärme ausgetauscht werden kann. Allerdings sollte hierbei Wärme von aussen nach innen geführt werden, was den vorherigen Effekten entgegenwirkt. Eine weitere wichtige Fehlerquelle, sowohl bei der Kupfer- als auch bei der Vanadium-Messreihe, ist der Relaxationsprozess. Er tritt auf, weil die von der Heizwendel erzeugte Wärme erst allmählich auf die gesamte Probe verteilt wird. Theoretisch dauert dieser Vorgang unendlich lange. Die gemessene Temperaturdifferenz immer etwas kleiner als die Temperaturdifferenz, die von der zugeführten Wärme erzeugt werden würde (siehe dazu Abbildung 16). Das führt wiederum zu systematisch höheren Messwerten für die spezifische Wärmekapazität. Dieser Fehler ist vor allem im hohen Temperaturbereich entscheidend. Um den Relaxationsprozess genauer untersuchen zu können, müsste man nicht nur in der Mitte der Probe, sondern auch an

deren Rand, in der Nähe der Heizwendel, einen Temperaturfühler anbringen.

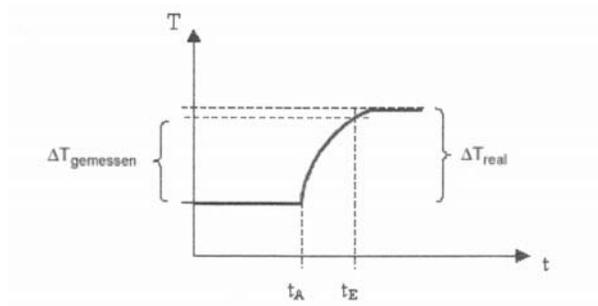


Abbildung 16: Relaxationsprozess

Ebenfalls auf die Temperaturmessung auswirken, kann sich der zur Widerstandsmessung nötige Konstantstrom. Der ja neben der Probe selbst ebenfalls den Widerstand heizt.

13 VERSUCHSBESCHREIBUNG

13.3.6 Datenblätter

Versuchsreihe mit der Kupfer-Probe

Geschätzte Fehler: $\Delta U_{\text{Heiz}} = \pm 0,005 \text{ V}$ $m_{\text{Kupfer}} = 424 \text{ g}$
 $\Delta I_{\text{Heiz}} = \pm 0,0002 \text{ A}$ $\Rightarrow n_{\text{Kupfer}} = 6,677 \text{ mol}$
 $\Delta t_{\text{Heiz}} = \pm 0,20 \text{ s}$

R _{vorher} in Ω	R _{nachher} in Ω	T _{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{Mittel} in K	Größt- fehler T _{Mittel} in K	T _{Mittel} ² in K ²	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK	c/T in J/molK ²	log (T)	log (c)
1085	1039	4,366	0,002	4,478	0,0025	0,1112	4,42	0,01	19,55	407	42	0,004	2,77	0,005	0,006	0,0011	0,0014	0,215	-0,732
1001	970	4,577	0,003	4,684	0,0029	0,0872	4,62	0,01	21,35	407	42	0,004	2,56	0,004	0,008	0,0015	0,0016	0,222	-0,708
969	946	4,667	0,003	4,736	0,0031	0,0686	4,70	0,01	22,10	407	42	0,004	2,47	0,004	0,009	0,0021	0,0020	0,224	-0,678
946	918	4,736	0,003	4,824	0,0033	0,0883	4,78	0,02	22,85	407	43	0,004	2,04	0,004	0,006	0,0014	0,0013	0,226	-0,739
918	886	4,824	0,003	4,932	0,0035	0,1080	4,88	0,02	23,80	409	43	0,004	2,85	0,005	0,007	0,0013	0,0014	0,229	-0,719
886	859	4,932	0,004	5,030	0,0037	0,0976	4,98	0,02	24,81	409	48	0,005	3,55	0,007	0,011	0,0019	0,0021	0,232	-0,657
858	837	5,033	0,004	5,114	0,0039	0,0807	5,07	0,02	25,74	409	48	0,005	3,59	0,007	0,013	0,0026	0,0026	0,235	-0,628
837	815	5,114	0,004	5,203	0,0042	0,0893	5,16	0,02	26,61	409	46	0,005	3,14	0,006	0,010	0,0021	0,0019	0,238	-0,668
816	782	5,199	0,004	5,347	0,0046	0,1481	5,27	0,02	27,81	410	46	0,005	3,54	0,007	0,007	0,0011	0,0013	0,241	-0,724
783	762	5,343	0,005	5,441	0,0048	0,0983	5,39	0,03	29,07	410	45	0,005	6,11	0,011	0,017	0,0031	0,0032	0,244	-0,588
762	740	5,441	0,005	5,551	0,0051	0,1095	5,50	0,03	30,20	405	45	0,005	4,47	0,008	0,011	0,0021	0,0020	0,247	-0,651
740	718	5,551	0,005	5,667	0,0055	0,1168	5,61	0,03	31,46	405	43	0,004	4,99	0,009	0,011	0,0021	0,0020	0,250	-0,651
718	692	5,667	0,005	5,816	0,0060	0,1486	5,74	0,03	32,97	407	43	0,004	5,73	0,010	0,010	0,0017	0,0018	0,253	-0,665
692	673	5,816	0,006	5,933	0,0063	0,1167	5,87	0,04	34,51	407	45	0,005	7,46	0,014	0,018	0,0033	0,0030	0,256	-0,585
673	655	5,933	0,006	6,050	0,0067	0,1175	5,99	0,04	35,90	407	45	0,005	6,67	0,012	0,016	0,0030	0,0026	0,259	-0,603
655	646	6,050	0,007	6,112	0,0069	0,0615	6,08	0,04	36,98	407	45	0,005	7,28	0,013	0,032	0,0098	0,0053	0,261	-0,496
647	635	6,105	0,007	6,190	0,0072	0,0848	6,15	0,04	37,79	406	45	0,005	3,83	0,007	0,012	0,0034	0,0020	0,263	-0,636
637	601	6,175	0,007	6,451	0,0082	0,2758	6,31	0,05	39,86	406	45	0,005	5,36	0,010	0,005	0,0008	0,0008	0,267	-0,758
602	582	6,443	0,008	6,613	0,0088	0,1696	6,53	0,06	42,61	698	78	0,008	4,38	0,024	0,021	0,0037	0,0032	0,272	-0,559
582	572	6,613	0,009	6,703	0,0092	0,0900	6,66	0,06	44,32	698	78	0,008	2,58	0,014	0,023	0,0072	0,0035	0,274	-0,544
572	559	6,703	0,009	6,825	0,0097	0,1227	6,76	0,06	45,75	696	78	0,008	3,39	0,018	0,022	0,0054	0,0033	0,277	-0,549
559	546	6,825	0,010	6,955	0,0102	0,1296	6,89	0,07	47,47	696	78	0,008	3,63	0,020	0,023	0,0054	0,0033	0,279	-0,548
546	536	6,955	0,010	7,060	0,0107	0,1048	7,01	0,07	49,10	701	82	0,008	3,31	0,019	0,027	0,0078	0,0039	0,282	-0,522
536	526	7,060	0,011	7,169	0,0112	0,1096	7,11	0,08	50,62	701	82	0,008	3,33	0,019	0,026	0,0075	0,0037	0,284	-0,527
526	517	7,169	0,011	7,272	0,0117	0,1030	7,22	0,08	52,14	701	82	0,008	3,64	0,021	0,030	0,0093	0,0042	0,286	-0,506
517	508	7,272	0,012	7,380	0,0122	0,1074	7,33	0,09	53,67	701	84	0,008	3,73	0,022	0,031	0,0093	0,0042	0,288	-0,505

Abbildung 17: Daten1, Kupferprobe

13 VERSUCHSBESCHREIBUNG

R _{Vorher} in Ω	R _{Nachher} in Ω	T _{Vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{Nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{Mittel} in K	Größt- fehler T _{Mittel} in K	T _{Mittel} ² in K ²	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mA	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK	c/T in J/molK ²	log (T)	log (c)
508	496	7.380	0,012	7.530	0,0129	0,1506	7,45	0,09	55,58	702	84	0,008	5,81	0,034	0,034	0,0077	0,0046	0,291	-0,489
496	486	7.530	0,013	7,663	0,0136	0,1325	7,60	0,10	57,71	702	80	0,008	5,43	0,030	0,034	0,0091	0,0045	0,294	-0,488
488	480	7.636	0,013	7,745	0,0140	0,1098	7,69	0,11	59,14	697	80	0,008	4,46	0,025	0,034	0,0109	0,0044	0,295	-0,490
480	471	7.745	0,014	7,874	0,0147	0,1291	7,81	0,11	61,00	697	79	0,008	5,30	0,029	0,034	0,0097	0,0043	0,298	-0,490
471	463	7.874	0,015	7,994	0,0153	0,1200	7,93	0,12	62,96	699	79	0,008	5,61	0,031	0,039	0,0121	0,0049	0,300	-0,471
463	455	7.994	0,015	8,120	0,0160	0,1253	8,06	0,13	64,92	699	80	0,008	5,77	0,032	0,039	0,0120	0,0048	0,302	-0,471
455	447	8.120	0,016	8,251	0,0167	0,1310	8,19	0,13	67,00	703	80	0,008	6,72	0,038	0,043	0,0132	0,0053	0,304	-0,455
447	441	8.251	0,017	8,353	0,0173	0,1022	8,30	0,14	68,92	703	75	0,008	4,97	0,026	0,038	0,0154	0,0046	0,306	-0,472
441	434	8.353	0,017	8,477	0,0181	0,1239	8,42	0,15	70,81	702	75	0,008	7,01	0,037	0,045	0,0153	0,0053	0,308	-0,450
436	427	8.441	0,018	8,606	0,0188	0,1650	8,52	0,16	72,65	702	79	0,008	3,06	0,017	0,015	0,0048	0,0018	0,310	-0,604
428	413	8.587	0,019	8,881	0,0205	0,2942	8,73	0,17	76,29	702	217	0,022	2,39	0,036	0,019	0,0042	0,0021	0,314	-0,577
413	404	8.881	0,021	9,072	0,0218	0,1903	8,98	0,19	80,58	702	109	0,011	6,55	0,050	0,039	0,0107	0,0044	0,318	-0,468
405	392	9.050	0,022	9,344	0,0236	0,2936	9,20	0,21	84,58	1523	182	0,018	4,18	0,116	0,059	0,0124	0,0084	0,321	-0,409
391	381	9.367	0,024	9,613	0,0255	0,2459	9,49	0,23	90,07	1523	182	0,018	3,76	0,104	0,063	0,0165	0,0087	0,326	-0,399
381	371	9.613	0,025	9,877	0,0274	0,2641	9,75	0,26	94,97	1535	182	0,018	4,33	0,121	0,069	0,0174	0,0070	0,330	-0,388
371	361	9.877	0,027	10,16	0,0295	0,2843	10,0	0,28	100,4	1535	176	0,018	5,03	0,136	0,072	0,0177	0,0071	0,334	-0,382
361	351	10.16	0,030	10,47	0,0319	0,3070	10,3	0,32	106,4	1542	176	0,018	5,59	0,152	0,074	0,0180	0,0072	0,338	-0,377
351	341	10.47	0,032	10,80	0,0347	0,3326	10,6	0,35	113,1	1542	184	0,018	6,70	0,190	0,086	0,0202	0,0080	0,342	-0,356
342	329	10.77	0,034	11,24	0,0384	0,4723	11,0	0,40	121,1	2517	299	0,030	3,98	0,300	0,095	0,0194	0,0086	0,347	-0,341
329	317	11.24	0,038	11,73	0,0428	0,4867	11,5	0,47	131,8	2517	299	0,030	4,98	0,375	0,115	0,0238	0,0100	0,353	-0,313
316	306	11.77	0,043	12,22	0,0476	0,4535	12,0	0,54	143,9	2517	291	0,029	5,93	0,434	0,143	0,0335	0,0120	0,360	-0,281
305	293	12.27	0,048	12,88	0,0543	0,6129	12,6	0,64	158,2	2550	291	0,029	5,93	0,440	0,108	0,0214	0,0085	0,367	-0,323
293	280	12.88	0,054	13,64	0,0626	0,7577	13,3	0,77	175,9	3802	291	0,029	5,87	0,649	0,128	0,0238	0,0097	0,374	-0,297
280	265	13.64	0,063	14,67	0,0747	1,0254	14,2	0,97	200,3	6320	745	0,075	3,48	1,639	0,239	0,0438	0,0169	0,384	-0,207
265	253	14.67	0,075	15,63	0,0871	0,9680	15,2	1,22	229,5	6320	745	0,075	4,17	1,963	0,304	0,0625	0,0201	0,393	-0,172
253	242	15.63	0,087	16,67	0,1015	1,0342	16,2	1,52	260,9	6380	745	0,075	5,43	2,581	0,374	0,0780	0,0231	0,403	-0,142
241	230	16.77	0,103	18,00	0,1215	1,2301	17,4	1,95	302,3	6380	754	0,075	8,88	4,272	0,520	0,1005	0,0299	0,413	-0,095
230	215	18.00	0,121	20,07	0,1561	2,0656	19,0	2,62	362,3	6380	1270	0,127	7,03	5,696	0,413	0,0613	0,0217	0,427	-0,128
215	204	20.07	0,156	21,97	0,1916	1,9022	21,0	3,64	441,7	11V	2114	0,211	13,5	#####	#####	#WERT!	#WERT!	0,441	#####
201	188	22.56	0,203	25,60	0,2691	3,0418	24,1	5,64	579,9	11V	2114	0,244	19,6	#####	#####	#WERT!	#WERT!	0,461	#####

Abbildung 18: Daten2, Kupferprobe

13 VERSUCHSBESCHREIBUNG

Versuchsreihe mit der Vanadium-Probe

Geschätzte Fehler: $U_{\text{Heiz}} : \pm 0,005 \text{ V}$ $m_{\text{Vanadium}} = 115 \text{ g}$
 $I_{\text{Heiz}} : \pm 0,0002 \text{ A}$ $\Rightarrow n_{\text{Vanadium}} = 2,259 \text{ mol}$
 $t_{\text{Heiz}} : \pm 0,20 \text{ s}$

R _{Vorher} in Ω	R _{Nachher} in Ω	T _{Vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{Nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{Mittel} in K	Größt- fehler T _{Mittel} in K	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	ΔQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
2580	2553	2.5252	0,0004	2.5363	0,0004	0,0111	2.5308	0,0010	131	14	0,0014	3,19	0,0006	0,023	0,007
2551	2522	2.5371	0,0004	2.5493	0,0004	0,0121	2.5432	0,0011	131	14	0,0014	3,67	0,0007	0,025	0,007
2521	2492	2.5497	0,0004	2.5621	0,0004	0,0124	2.5559	0,0011	130	14	0,0014	3,95	0,0007	0,026	0,008
2491	2461	2.5625	0,0004	2.5757	0,0004	0,0131	2.5691	0,0011	130	13	0,0013	4,24	0,0007	0,024	0,007
2461	2433	2.5757	0,0004	2.5882	0,0005	0,0125	2.5819	0,0012	133	13	0,0013	4,33	0,0007	0,027	0,008
2433	2411	2.5882	0,0005	2.5981	0,0005	0,0100	2.5931	0,0012	133	12	0,0012	3,44	0,0005	0,024	0,009
2411	2382	2.5981	0,0005	2.6116	0,0005	0,0134	2.6049	0,0012	128	12	0,0012	4,93	0,0008	0,025	0,008
2383	2353	2.6111	0,0005	2.6253	0,0005	0,0142	2.6182	0,0012	128	10	0,0010	5,32	0,0007	0,021	0,007
2354	2323	2.6248	0,0005	2.6398	0,0005	0,0150	2.6323	0,0013	128	12	0,0012	5,87	0,0009	0,027	0,008
2324	2291	2.6393	0,0005	2.6556	0,0005	0,0163	2.6475	0,0013	130	12	0,0012	6,49	0,0010	0,027	0,008
2293	2264	2.6546	0,0005	2.6693	0,0005	0,0147	2.6620	0,0013	128	12	0,0012	5,95	0,0009	0,028	0,008
2266	2237	2.6683	0,0005	2.6832	0,0005	0,0150	2.6758	0,0014	128	13	0,0013	6,72	0,0011	0,033	0,010
2243	2215	2.6801	0,0005	2.6948	0,0005	0,0147	2.6875	0,0014	126	13	0,0013	6,51	0,0011	0,032	0,009
2150	2108	2.7304	0,0006	2.7543	0,0006	0,0240	2.7423	0,0016	254	13	0,0013	2,72	0,0009	0,017	0,005
2155	2071	2.7276	0,0006	2.7762	0,0006	0,0486	2.7519	0,0016	254	26	0,0026	3,03	0,0020	0,018	0,003
2075	2043	2.7738	0,0006	2.7932	0,0006	0,0194	2.7835	0,0017	253	26	0,0026	2,40	0,0016	0,036	0,009
2051	2022	2.7883	0,0006	2.8062	0,0006	0,0179	2.7972	0,0017	253	27	0,0027	2,22	0,0015	0,037	0,009
2029	1982	2.8018	0,0006	2.8317	0,0006	0,0299	2.8168	0,0018	256	27	0,0027	3,69	0,0026	0,038	0,007
1991	1958	2.8259	0,0006	2.8475	0,0007	0,0216	2.8367	0,0019	256	29	0,0029	2,75	0,0020	0,042	0,009
1990	1955	2.8265	0,0006	2.8495	0,0007	0,0229	2.8380	0,0019	256	34	0,0034	2,85	0,0025	0,048	0,010
1958	1912	2.8475	0,0007	2.8787	0,0007	0,0312	2.8631	0,0019	254	34	0,0034	3,96	0,0034	0,049	0,008
1916	1883	2.8759	0,0007	2.8990	0,0007	0,0231	2.8875	0,0020	254	27	0,0027	3,23	0,0022	0,042	0,009
1886	1833	2.8969	0,0007	2.9356	0,0007	0,0386	2.9162	0,0021	250	27	0,0027	5,40	0,0036	0,042	0,007
1839	1782	2.9311	0,0007	2.9747	0,0008	0,0436	2.9529	0,0023	250	28	0,0028	6,52	0,0046	0,046	0,007
1790	1737	2.9685	0,0008	3.0110	0,0008	0,0426	2.9897	0,0024	253	28	0,0028	6,82	0,0048	0,050	0,008
1740	1692	3.0086	0,0008	3.0491	0,0009	0,0406	3.0288	0,0026	253	26	0,0026	8,08	0,0053	0,058	0,009

Abbildung 19: Daten1, Vanadiumprobe

13 VERSUCHSBESCHREIBUNG

R _{vorher} in Ω	R _{nachher} in Ω	T _{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{mittel} in K	Größt- fehler T _{mittel} in K	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	ΔQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
1700	1656	3.0422	0.0009	3.0810	0.0009	0.0388	3.0616	0.0027	256	26	0.0026	8.04	0.0054	0.061	0.010
1670	1607	3.0684	0.0009	3.1265	0.0010	0.0580	3.0975	0.0029	558	66	0.0066	2.01	0.0074	0.056	0.010
1632	1560	3.1029	0.0009	3.1726	0.0010	0.0697	3.1378	0.0030	558	66	0.0066	2.61	0.0096	0.061	0.009
1610	1489	3.1236	0.0010	3.2475	0.0011	0.1239	3.1855	0.0033	558	66	0.0066	1.24	0.0046	0.016	0.004
1508	1419	3.2268	0.0011	3.3282	0.0012	0.1014	3.2775	0.0037	550	81	0.0081	1.21	0.0054	0.024	0.005
1439	1384	3.3044	0.0012	3.3715	0.0013	0.0671	3.3379	0.0041	425	52	0.0052	5.07	0.0112	0.074	0.009
1400	1346	3.3514	0.0012	3.4209	0.0013	0.0695	3.3862	0.0044	425	52	0.0052	5.48	0.0121	0.077	0.009
1362	1316	3.3998	0.0013	3.4619	0.0014	0.0621	3.4308	0.0046	424	52	0.0052	5.42	0.0120	0.085	0.011
1330	1287	3.4425	0.0014	3.5032	0.0015	0.0607	3.4729	0.0049	424	47	0.0047	5.91	0.0118	0.086	0.011
1297	1261	3.4888	0.0014	3.5419	0.0015	0.0531	3.5153	0.0052	421	47	0.0047	5.27	0.0104	0.087	0.013
1274	1240	3.5224	0.0015	3.5743	0.0016	0.0519	3.5483	0.0054	421	47	0.0047	5.34	0.0106	0.090	0.013
1260	1215	3.5434	0.0015	3.6142	0.0016	0.0708	3.5788	0.0056	429	47	0.0047	7.43	0.0150	0.094	0.012
1240	1185	3.5743	0.0016	3.6644	0.0017	0.0901	3.6193	0.0059	640	78	0.0078	3.79	0.0189	0.093	0.011
1196	1156	3.6457	0.0017	3.7153	0.0018	0.0696	3.6805	0.0064	643	78	0.0078	3.13	0.0157	0.100	0.015
1172	1136	3.6869	0.0018	3.7519	0.0019	0.0650	3.7194	0.0067	643	78	0.0078	3.00	0.0150	0.102	0.016
1149	1121	3.7280	0.0018	3.7803	0.0019	0.0523	3.7541	0.0070	640	78	0.0078	2.70	0.0135	0.114	0.020
1136	1084	3.7519	0.0019	3.8535	0.0020	0.1015	3.8027	0.0074	640	82	0.0082	5.13	0.0269	0.117	0.013
1168	1131	3.6939	0.0018	3.7613	0.0019	0.0674	3.7276	0.0068	634	82	0.0082	2.94	0.0153	0.100	0.015
1147	1114	3.7316	0.0018	3.7937	0.0019	0.0621	3.7627	0.0071	634	75	0.0075	2.90	0.0138	0.098	0.016
1127	1083	3.7688	0.0019	3.8555	0.0021	0.0867	3.8122	0.0075	638	75	0.0075	4.17	0.0200	0.102	0.013
1094	1066	3.8332	0.0020	3.8909	0.0021	0.0577	3.8621	0.0080	638	75	0.0075	3.12	0.0149	0.114	0.019
1095	1065	3.8312	0.0020	3.8931	0.0021	0.0619	3.8621	0.0080	736	88	0.0088	1.98	0.0128	0.092	0.018
1068	1038	3.8867	0.0021	3.9518	0.0022	0.0651	3.9193	0.0085	736	88	0.0088	2.25	0.0146	0.099	0.018
1040	1011	3.9474	0.0022	4.0138	0.0024	0.0664	3.9806	0.0091	728	88	0.0088	2.54	0.0163	0.108	0.019
1029	988	3.9721	0.0023	4.0693	0.0025	0.0972	4.0207	0.0095	705	88	0.0088	3.99	0.0248	0.113	0.014
999	967	4.0424	0.0024	4.1223	0.0026	0.0799	4.0824	0.0102	705	80	0.0080	3.55	0.0200	0.111	0.017
972	941	4.1095	0.0026	4.1914	0.0027	0.0819	4.1504	0.0110	685	80	0.0080	3.96	0.0217	0.117	0.017
949	919	4.1697	0.0027	4.2530	0.0029	0.0833	4.2114	0.0117	685	81	0.0081	4.46	0.0247	0.132	0.019
925	889	4.2359	0.0028	4.3422	0.0031	0.1063	4.2890	0.0127	682	81	0.0081	6.33	0.0350	0.146	0.017
896	867	4.3208	0.0030	4.4117	0.0032	0.0909	4.3662	0.0137	681	76	0.0076	5.85	0.0303	0.147	0.020
875	841	4.3860	0.0032	4.4968	0.0035	0.1128	4.4424	0.0147	1053	127	0.0127	2.50	0.0334	0.131	0.021
852	831	4.4613	0.0034	4.5339	0.0036	0.0726	4.4976	0.0156	1053	127	0.0127	2.01	0.0269	0.164	0.035
848	821	4.4748	0.0034	4.5698	0.0036	0.0950	4.5223	0.0159	1038	127	0.0127	2.59	0.0341	0.159	0.027
833	776	4.5268	0.0035	4.7441	0.0041	0.2173	4.6364	0.0177	1038	124	0.0124	3.86	0.0497	0.101	0.011
803	770	4.6370	0.0038	4.7690	0.0042	0.1320	4.7030	0.0188	1030	124	0.0124	1.92	0.0245	0.082	0.015
797	757	4.6601	0.0039	4.8244	0.0043	0.1643	4.7423	0.0195	1030	121	0.0121	2.28	0.0284	0.077	0.012

Abbildung 20: Daten2, Vanadiumprobe

13 VERSUCHSBESCHREIBUNG

R _{vorher} in Ω	R _{nachher} in Ω	T _{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{mittel} in K	Größt- fehler T _{mittel} in K	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	ΔQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
779	729	4,7318	0,0041	4,9512	0,0047	0,2195	4,8415	0,0213	1015	121	0,0121	3,14	0,0386	0,078	0,010
755	719	4,8332	0,0044	4,9992	0,0049	0,1660	4,9162	0,0227	1015	123	0,0123	2,62	0,0327	0,087	0,013
737	680	4,9139	0,0046	5,2013	0,0055	0,2873	5,0576	0,0255	1014	123	0,0123	4,76	0,0594	0,091	0,009
723	683	4,9798	0,0048	5,1848	0,0055	0,2050	5,0823	0,0261	1014	122	0,0122	3,14	0,0388	0,084	0,011
699	657	5,0997	0,0052	5,3332	0,0060	0,2335	5,2164	0,0290	990	122	0,0122	3,85	0,0465	0,088	0,010
676	646	5,2235	0,0056	5,4000	0,0062	0,1766	5,3117	0,0313	990	118	0,0118	3,16	0,0369	0,093	0,014
675	638	5,2291	0,0056	5,4503	0,0064	0,2213	5,3397	0,0320	974	118	0,0118	3,75	0,0431	0,086	0,011
654	618	5,3511	0,0060	5,5827	0,0069	0,2315	5,4669	0,0352	974	119	0,0119	4,56	0,0529	0,101	0,012
634	586	5,4760	0,0065	5,8165	0,0078	0,3405	5,6463	0,0401	982	119	0,0119	7,76	0,0907	0,118	0,010
611	571	5,6314	0,0071	5,9368	0,0083	0,3054	5,7841	0,0442	982	119	0,0119	7,23	0,0845	0,122	0,012
603	552	5,6887	0,0073	6,1004	0,0090	0,4118	5,8945	0,0477	1411	173	0,0173	3,87	0,0945	0,102	0,010
572	525	5,9285	0,0082	6,3578	0,0101	0,4293	6,1432	0,0562	1411	173	0,0173	4,64	0,1133	0,117	0,011
547	513	6,1458	0,0092	6,4829	0,0107	0,3372	6,3143	0,0627	1411	170	0,0170	4,04	0,0969	0,127	0,015
528	485	6,3276	0,0100	6,8051	0,0123	0,4775	6,5663	0,0731	1418	170	0,0170	6,53	0,1574	0,146	0,013
510	470	6,5153	0,0109	6,9978	0,0134	0,4825	6,7565	0,0816	1418	172	0,0172	5,20	0,1268	0,116	0,011
499	473	6,6383	0,0115	6,9580	0,0132	0,3196	6,7982	0,0836	1394	172	0,0172	4,22	0,1012	0,140	0,019
489	457	6,7562	0,0121	7,1780	0,0144	0,4218	6,9671	0,0919	1394	170	0,0170	6,12	0,1450	0,152	0,016
470	444	6,9978	0,0134	7,3719	0,0155	0,3742	7,1849	0,1035	1410	170	0,0170	6,06	0,1453	0,172	0,021
473	435	6,9580	0,0132	7,5152	0,0163	0,5572	7,2366	0,1063	2190	267	0,0267	2,88	0,1684	0,134	0,017
452	418	7,2509	0,0148	7,8083	0,0182	0,5574	7,5296	0,1236	2190	267	0,0267	3,26	0,1906	0,151	0,019
430	386	7,5982	0,0169	8,4570	0,0226	0,8588	8,0276	0,1572	2194	267	0,0267	5,79	0,3392	0,175	0,015
396	369	8,2388	0,0211	8,8666	0,0257	0,6278	8,5527	0,1991	2194	267	0,0267	4,93	0,2888	0,204	0,024
378	354	8,6433	0,0240	9,2754	0,0289	0,6321	8,9593	0,2362	2193	267	0,0267	4,95	0,2898	0,203	0,026
360	337	9,1059	0,0276	9,8043	0,0335	0,6984	9,4551	0,2874	2193	267	0,0267	5,45	0,3191	0,202	0,025
341	315	9,6728	0,0323	10,620	0,0411	0,9475	10,1466	0,3704	2203	267	0,0267	7,68	0,4517	0,211	0,022
320	288	10,420	0,0392	11,902	0,0548	1,4822	11,1608	0,5186	3170	390	0,0390	6,20	0,7665	0,229	0,021
289	272	11,847	0,0542	12,867	0,0664	1,0199	12,3574	0,7422	3170	390	0,0390	5,30	0,6552	0,284	0,043

Abbildung 21: Daten3, Vanadiumprobe

Literatur

- [1] Bergmann Schaefer, Mechanik Relativität und Wärme, de Gruyter, New York 1998 York 1972
- [2] Ashcroft, Festkörperphysik, Oldenbourg, München 2001
- [3] Gerd-Ingo Asbach und Othmar Marti, Anleitung zum Fortgeschrittenen Praktikum der Physik, Universität Ulm, 2001
- [4] <http://www.desy.de/physik.begreifen/Drehpmp.html>
- [5] <http://www.iac.tuwien.ac.at/mrosner/vorlesung/top.html>
- [6] Prof. Hunklinger, Festkörperphysik - Notizen zur Vorlesung, Universität Heidelberg 1994
- [7] <http://www.hcrs.at/VAKUUM.HTM>
- [8] <http://www.wiphy.de/vorlesg/fp/kalorim.pdf>
- [9] <http://www.wirtschaftsphysik.de/vorlesg/fp/tieftemp.pdf>
- [10] Tipler, Physik, Spektrum Verlag, Heidelberg 1994
- [11] <http://www.uniterra.de/rutherford/ele002.htm>
- [12] Thomas Knöll, Versuch Tieftemperaturkalorimetrie - Hinweise für Praktikanten, Universität Ulm, 1994
- [13] Rudden, Wilson, Elementare Festkörperphysik und Halbleiterelektronik, Spektrum Verlag, Heidelberg 1995