

Fortgeschrittenenpraktikum der Physik
Universität Ulm

Tieftemperaturkalorimetrie

Sabrina Brieger
sabrina.brieger@student.uni-ulm.de

Michael-Stefan Rill
michael-stefan.rill@student.uni-ulm.de

Gruppennummer: 534

Durchgeführt am 16./23. Mai 2002

Erstabgabe am 05. Juni 2002

Betreuer: Dipl. Phys. Michael Krieger

Aktuelle Version vom 16. Dezember 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	2
1.1	Definitionen und Begriffe	2
1.1.1	Zustandsgleichungen und Zustandsgröße	2
1.1.2	System	2
1.1.3	Wärme und Temperatur	2
1.1.4	Phasen und Phasenübergänge	3
1.1.5	Freiheitsgrade und Gleichverteilungssatz	3
1.2	Die Hauptsätze der Thermodynamik	3
1.3	Die spezifische Wärmekapazität	4
1.4	Die spezifische Wärme eines normalleitenden Metalls	5
1.4.1	Gitterschwingungsenergie	5
1.4.2	Beitrag der Leitungselektronen	8
1.4.3	Zusammenfassung	10
1.5	Supraleitung	11
2	Technische Grundlagen	14
2.1	Erreichen tiefer Temperaturen	14
2.1.1	Verdampfungskühlung	14
2.1.2	Adiabatische Expansion	14
2.1.3	Joule-Thomson-Effekt	14
2.2	Messung tiefer Temperaturen	15
2.3	Vakuumtechnik	16
2.3.1	Drehschieberpumpe	16
2.3.2	Turbomolekularpumpe	16
2.4	Druckmessung	17
2.4.1	Wärmeleitungsvakuummeter	17
2.4.2	Ionisationsvakuummeter	17
3	Versuchsaufbau	19
4	Auswertung	21
4.1	Versuchsreihe mit der Vanadium-Probe	21
4.2	Versuchsreihe mit der Kupfer-Probe	21

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Definitionen und Begriffe

1.1.1 Zustandsgleichungen und Zustandsgröße

- Unter einer *Zustandsgröße* versteht man eine physikalische Größe, die eine makroskopische Eigenschaft kennzeichnet. Man unterscheidet zwischen *extensiven Größen*, die proportional zur Stoffmenge sind (z.B. Volumen, Gesamtenergie) und *intensiven Größen*, die von nicht von dieser abhängen (z.B. Druck, Temperatur).
- Eine *Zustandsgleichung* ist eine funktionale Gleichung, die verschiedene Zustandsgrößen verknüpft und damit ein System beschreibt. Für ideale Gase (Moleküle werden als punktförmige Massen ohne Wechselwirkung untereinander betrachtet) gilt die *allgemeine Gasgleichung*

$$pV = nRT$$

mit dem Volumen V , der Stoffmenge n und der allgemeinen Gaskonstante R .

1.1.2 System

Ein *System* ist eine beliebige Ansammlung von Materie, deren Eigenschaften durch die Angabe von Zustandsgrößen eindeutig und vollständig beschrieben werden können.

Unter einem *abgeschlossenen System* versteht man ein System, das keine Wechselwirkung mit der Umgebung besitzt. Ein *offenes System* kann sowohl Energie als auch Materie mit seiner Umwelt austauschen.

Ein *homogenes System* ist ein System, dessen Eigenschaften in allen Teilbereichen gleich sind. Bei einem *heterogenen System* ändern sich die Eigenschaften sprunghaft an Grenzflächen.

1.1.3 Wärme und Temperatur

Als *Wärme* bezeichnet man die gesamte Energie der ungeordneten Molekülbewegung eines Systems. *Temperatur* ist eine intensive Eigenschaft von Systemen, die sich miteinander im Gleichgewicht befinden. Die Temperatur steht im Zusammenhang mit der mittleren Bewegungsenergie, die den einzelnen Teilchen zur Verfügung steht.

$$T = \frac{m}{3k} \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3k} \langle E_{kin} \rangle$$

Wobei k die Boltzmannkonstante, v die Geschwindigkeit und m die Masse der Teilchen ist.

Es existieren verschiedene Temperaturskalen zur Messung der Temperatur. Die *absolute Temperatur* benutzt hierfür den Tripelpunkt von Wasser (feste, flüssige und gasförmige Phasen liegen koexistent im Gleichgewicht vor) als Fixpunkt. Die Temperatur beträgt hier $T = 273,16K$ und der Druck $p = 610,6Pa$. Die Gradeinteilung lehnt sich an die historisch frühere Celsius-Skala an, die Einheit wird mit Kelvin bezeichnet.

1.1.4 Phasen und Phasenübergänge

Als *Phase* bezeichnet man den homogenen Teil eines Systems, z.B. die verschiedenen Aggregatzustände fest, flüssig und gasförmig. Die unterschiedlichen Phasen werden durch Phasengrenzflächen von einander getrennt.

Gehen Phasen ineinander über, unterscheidet man zwischen Phasenübergängen erster und zweiter Art. Bei Phasenübergängen erster Art (z.B. Schmelzen, Verdampfen, Sublimieren) ändern sich Temperatur, innere Energie und Dichte sprunghaft, was daran liegt, dass man um einen Phasenübergang zu bewirken, Arbeit gegen die molekularen Wechselwirkungskräfte leisten muss und die zugeführte Energie damit nicht in kinetische, sondern in potentielle Energie übergeht. Die Temperatur steigt also trotz Wärmezufuhr nicht. Die zugeführte Wärmemenge, die für einen Phasenübergang erster Art benötigt wird bezeichnet man deshalb als *latente Wärme*. Bei Phasenübergängen zweiter Art (z.B. Übergang eines Ferromagneten in den paramagnetischen Zustand, Übergang eines Normalleiters in den supraleitenden Zustand) treten keine sprunghaften Änderung der Temperatur auf. Die latenten Wärmen sind damit gleich Null. Hier wird der Phasenübergang durch eine sprunghafte Änderung der spezifischen Wärme und des Ausdehnungs-/Kompressionskoeffizienten angezeigt.

1.1.5 Freiheitsgrade und Gleichverteilungssatz

Als *Freiheitsgrad* eines Teilchens bezeichnet man die Möglichkeit Energie aufzunehmen und in eine Form von Bewegung umzusetzen. Hierbei kann es sich um eine Translations-, Rotations- oder Schwingungsbewegung handeln. Es gibt entsprechend den drei Raumrichtungen je drei Freiheitsgrade für die Translations- und für die Rotationsbewegung. Schwingungsfreiheitsgrade werden auf Grund der zwei Energieformen (potentielle und kinetische Energie), die in einer Schwingung stecken, doppelt gezählt.

Im Bereich der klassischen Physik gilt der *Gleichverteilungssatz*, der besagt, dass sich die Wärmeenergie im Gleichgewicht statistisch gleichwertig auf alle Freiheitsgrade verteilt und somit jeder Freiheitsgrad im Mittel die selbe Energie besitzt. Diese Energie beträgt $\frac{1}{2}kT$ pro Teilchen, bzw. $\frac{1}{2}RT$ pro Mol.

1.2 Die Hauptsätze der Thermodynamik

Die thermodynamischen Hauptsätze sind fundamentale Aussagen, die erfahrungsgemäß für alle bekannten Systeme gelten.

Nullter Hauptsatz Stehen zwei Teilsysteme im Gleichgewicht mit einem dritten, so stehen sie auch untereinander im Gleichgewicht.

Erster Hauptsatz Der erste Hauptsatz ist ein Energieerhaltungssatz, der besagt, dass die totale Änderung der inneren Energie dU eines Systems sich zusammensetzt aus der zugeführten Wärmemenge δQ und der verrichteten Arbeit δW .

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Zweiter Hauptsatz Es gibt keinen natürlichen Prozess, bei dem die Entropie abnimmt. Im Gleichgewicht nimmt die Entropie ein Maximum an. Für reversible Prozesse gilt $dS = 0$ für irreversible Prozesse $dS > 0$.

Dritter Hauptsatz Jeder Körper besitzt am absoluten Nullpunkt die Entropie Null und die spezifische Wärmekapazität aller Stoffe verschwindet. Der dritte Hauptsatz besagt allerdings auch, dass der absolute Nullpunkt experimentell nie erreichbar ist.

1.3 Die spezifische Wärmekapazität

Führt man einem Körper die Wärmemenge δQ zu, so steigt seine Temperatur T um dT an, vorausgesetzt er behält seinen Aggregatzustand bei. Den Quotienten

$$C(T) = \frac{\delta Q}{dT} \quad (1)$$

nennt man *die Wärmekapazität des Körpers*. Bezieht man diese auf die Masse, so erhält man die stoffabhängige spezifische Wärmekapazität

$$c_{\text{spez}} = \frac{C}{m} = \frac{C}{nM}$$

Damit erhält man für die Materiemasse von 1 mol $c = \frac{C}{n}$. Die Wärmekapazität ist davon abhängig, auf welche Art die Erwärmung vorgenommen wurde. Wir unterscheiden die beiden Grenzfälle des Erwärmens bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen und erhalten somit c_p und c_V . Der erste Hauptsatz liefert

$$\delta Q = dU + p dV$$

Erfolgt die Wärmezufuhr isochor ($dV = 0$), so ergibt sich daraus

$$\delta Q = dU$$

Das totale Differential dU ergibt sich mit V und T als unabhängigen Variablen zu

$$\begin{aligned} dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT \\ \Rightarrow c_V^{\text{mol}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \end{aligned}$$

Im Falle konstanten Drucks (isobar, $dp = 0$) ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta Q &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV \\ &= n c_V^{\text{mol}} dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right) \end{aligned}$$

Aus der kalorischen Zustandsgleichung $U = \frac{3}{2}k_B T$ folgt, dass $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$. Daraus ergibt sich die Beziehung zwischen c_V und c_p zu

$$c_p = c_V + R \quad (2)$$

Der Unterschied zwischen c_p und c_V macht sich nur in Gasen bemerkbar, da hier Volumenarbeit geleistet werden kann. In Festkörpern hingegen geht $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) \rightarrow 0$. Daher ist die Unterscheidung zwischen c_p und c_V nicht mehr notwendig und man betrachtet einfach

$$c(T) = \frac{1}{n} \frac{\partial U}{\partial T} \quad (3)$$

1.4 Die spezifische Wärme eines normalleitenden Metalls

Die innere Energie U eines Metalls setzt sich aus der Nullpunktenergie, den Gitterschwingungsenergie (Phononen) und dem Elektronenbeitrag zusammen. Die Nullpunktenergie ist theoretisch selbst bei $T = 0K$ noch vorhanden, jedoch temperaturunabhängig und liefert deshalb keinen Beitrag zur Wärmekapazität.

1.4.1 Gitterschwingungsenergie

Klassisch beschreibt man die Gitterschwingungen mit dem Modell des dreidimensionalen harmonischen Oszillators. Für ein Mol Materie mit $3 \cdot 2 \cdot N_A$ Freiheitsgraden ergibt sich nach dem Gleichverteilungssatz eine innere Energie $U_{klassisch} = 3 \cdot 2 \cdot N_A \cdot \frac{1}{2}k_B T = 3RT$ und damit eine spezifische Wärmekapazität von

$$c_{klassisch} = 3R \approx 25 \frac{J}{mol \cdot K} \quad (4)$$

Dieses Gesetz kennt man unter dem Namen *Dulong-Petit-Regel*. Allerdings steht diese Gleichung im Widerspruch zum 3. Hauptsatz, wonach c am absoluten Nullpunkt verschwinden muss. Nur für relativ hohe Temperaturen nähern sich die experimentell bestimmten Werte $3R$ an. Somit muss eine vollständigere Theorie zu unseren Berechnungen herangezogen werden, da die Versuchsreihe bei sehr tiefen Temperaturen stattfindet. Das prinzipielle Modell des dreidimensionalen Oszillators wird beibehalten, allerdings geht der klassische kontinuierliche Energiebereich mit Einführung der Quantenmechanik in ein diskretes Spektrum über. Auch der Gleichverteilungssatz verliert hier seine Gültigkeit.

Die Atome können verschiedene Eigen- bzw. Normalschwingungen¹ mit den Eigenfrequenzen ω_ρ ausführen. Die Energie E_ρ^n einer solchen Eigenschwingung beträgt

$$E_\rho^n = \hbar\omega_\rho \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

wobei ρ die Normalschwingung abzählt und n die Zahl der Phononen angibt. Der " $\frac{1}{2}$ "-Term der Gleichung gibt die vorher genannte Nullpunktenergie wieder.

¹Ein System mit n Freiheitsgraden wird durch n gekoppelte Differentialgleichungen beschrieben. Die Transformation auf *Normalkoordinaten* führt zu einer völligen Entkopplung des Gleichungssystems. Eine *Eigenschwingung* liegt dann vor, wenn eine Normalcoordinate mit ihrer Eigenfrequenz oszilliert.

Die Wahrscheinlichkeit $P(E_n^\rho, T)$, die die Eigenschwingung ρ bei der Temperatur T die Energie E_n^ρ besitzt, ist durch die auf 1 normierte² Boltzmannverteilung gegeben

$$P(E_n^\rho, T) = \frac{\exp\left(-\frac{E_n^\rho}{k_B T}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right)}$$

Die mittlere thermische Oszillatorenergie $\langle E_\rho \rangle^T$ (Mittelung über sämtlich Besetzungswahrscheinlichkeiten) ergibt sich nach einigen Umformungen zu

$$\begin{aligned} \langle E_\rho \rangle^T &= \sum_{n=0}^{\infty} E_\rho^n \cdot P(E_\rho^n, T) \\ &= \hbar\omega_\rho \left(\overbrace{\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1}}^{\text{Bose-Einstein-Verteilung}} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

Um die innere Energie des Festkörpers zu erhalten, summiert man noch über alle N Schwingungen. Diese direkte Aufsummierung wird durch die Annahme gerechtfertigt, dass die Oszillatoren voneinander unabhängige Eigenschwingungen vollführen. Es ergibt sich also

$$U(T) = \sum_{\rho=1}^N \langle E_\rho \rangle^T = \sum_{\rho=1}^N \hbar\omega_\rho \left(\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1} + \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

Die spezifische Wärme ergibt wegen (3) und $n = 1 \text{ mol}$

$$c(T) = k_B \sum_{\rho=1}^{N_A} \left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} \quad (7)$$

Da man mit einer Integration meistens einfacher umgehen kann als mit einer diskreten Summation, führen wir noch die sogenannte *Zustandsdichte* $\mathcal{D}(\omega)$ der *Eigenschwingungen* ein. Sie gibt die Anzahl der Schwingungen dN in einem Frequenzintervall $\omega \dots \omega + d\omega$ an und ist definiert über $dN \equiv \mathcal{D}(\omega)d\omega$. Gerechtfertigt wird der Übergang von der Summation zur Integration wegen der grossen Anzahl an möglichen Eigenschwingungen und deren eng benachbarten Frequenzen. Mit der eingeführten Hilfsgröße lässt sich (7) umschreiben zu

$$c(T) = \int_{\omega=0}^{\infty} k_B \mathcal{D}(\omega) \left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_\rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} d\omega \quad (8)$$

Die meisten Größen in der Formel lassen sich im Rahmen der Messungenauigkeit recht gut bestimmen. Lediglich für $\mathcal{D}(\omega)$ muss man noch einen geeigneten Ausdruck finden. Für dieses Problem gibt es vor allem zwei unterschiedliche Ansätze, die von verschiedenen Modellen ausgehen.

²Grund: Beim Oszillator *muss* irgendein Energieniveau vorliegen!

I. Einstein-Modell: Bei diesem Modell werden alle Oszillatoren als identisch angesehen, dh. sie schwingen alle mit der gleichen Frequenz ω_E . Die Zustandsdichte lässt sich mit der δ -Funktion wie folgt darstellen:

$$\mathcal{D}_{Einstein}(\omega) = 3N\delta(\omega - \omega_E) \quad (9)$$

wobei der Faktor 3 von den drei Raumrichtungen stammt. Setzt man diese Gleichung in (8) ein, so ergibt sich

$$c(T) = 3Nk_B \left(\frac{\hbar\omega_E}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_B T}\right) - 1\right)^2} = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\Theta_E}{T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\Theta_E}{T}\right) - 1\right)^2} \quad (10)$$

Hierbei ist $\Theta_E \equiv \frac{\hbar\omega_E}{k_B}$ die Einstein-Temperatur. In Abbildung (1) sieht man den Verlauf der

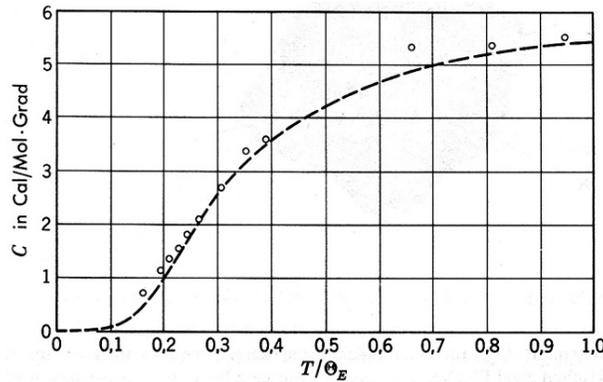


Abbildung 1: Verlauf der C-T-Kurve von Diamant nach Einstein. Gestrichelte Linie \equiv Theoriekurve; Kreise \equiv tatsächlich gemessene Werte. [3]

spezifischen Wärme. Für hohe Temperaturen $T \gg \Theta_E$ geht die Funktion gegen den klassischen Wert von Dulong-Petit. Für kleine Temperaturen erhält man eine exponentielle Abnahme, die bei $T = 0K$ den Wert Null erreicht. Somit stimmt dieser Ansatz zumindest mit dem 3. Hauptsatz überein. Leider stellt man bei der experimentellen Bestimmung der Wärmekapazität eines Festkörpers keine exponentielle, sondern eine T^3 -Abnahme fest, womit dieser Ansatz für diesen Versuch wohl weniger geeignet ist. Es sollte allerdings auch erwähnt werden, dass das Einstein-Modell bei zweiatomigen Gasen exakt gültig ist!

II. Debye-Modell: Auf einer, für diese Versuchsreihen, besseren Näherung beruht das Debye-Modell. Hierbei werden wieder N Oszillatoren betrachtet, die $3N$ Eigenschwingungen ausführen. Da bei tiefen Temperaturen die Phononenenergien niedrig und die entsprechenden Wellenlängen von der Größenordnung der Gitterabstände sind, spielt der konkrete Aufbau der Materie keine entscheidende Rolle mehr. Deshalb kann die Materie als isotropes Kontinuum betrachtet werden. Für die Zustandsdichte ergibt sich nach dem Debye-Modell

$$\mathcal{D}_{Debye}(\omega) = \frac{\omega^2 V}{2\pi c^3}$$

dabei ist $\frac{1}{\bar{c}^3} = \left(\frac{1}{c_{long}^3} + \frac{2}{c_{trans}^3} \right)$ die Schallgeschwindigkeit in einer bestimmten Schwingungsmode³. Wegen der endlichen Anzahl N an Oszillatoren und der damit verbundenen endlichen Anzahl an Frequenzen ist es sinnvoll eine obere Grenzfrequenz $\omega_D \geq \omega$ zu definieren. Für die Gesamtanzahl möglicher Oszillationen ergeben sich die Beziehungen

$$\begin{aligned} 3N &\equiv \int_{\omega=0}^{\omega_D} \mathcal{D}_{Debye}(\omega) d\omega = \frac{\omega_D^3 V}{6\pi^2 \bar{c}^3} \\ \Rightarrow V &= \frac{18\pi^2 \bar{c}^3 N}{\omega_D^3} \\ \Rightarrow \mathcal{D}_{Debye}(\omega) &= \begin{cases} \omega^2 \cdot \frac{9N}{\omega_D^3} & \text{für } \omega \leq \omega_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Dieser Ausdruck für die Zustandsdichte wird nun in die allgemeine Formel (8) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_{Debye}(T) &= \int_{\omega=0}^{\omega_D} \frac{9N_A k_B \omega^2}{\omega_D^3} \left(\frac{\hbar \omega \rho}{k_B T} \right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar \omega \rho}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar \omega \rho}{k_B T}\right) - 1\right)^2} d\omega \\ &= \dots \\ &= 9R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_{x=0}^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \end{aligned} \quad (12)$$

mit der Substitution $x \equiv \frac{\hbar \omega}{k_B T}$ und der Debye-Temperatur $\Theta_D \equiv \frac{\hbar \omega_D}{k_B}$. Für hohe Temperaturen wird wie bei Einsteins Ansatz der Wert $3R$ erreicht. Bei tiefen Temperaturen erhält man mit dem Debye-Ansatz auch die experimentell beobachtete T^3 -Abnahme der spezifischen Wärmekapazität.

1.4.2 Beitrag der Leitungselektronen

Will man die Wärmekapazität metallischer Festkörper untersuchen, so liefert das Debye-Modell allein keine präzisen Voraussagen, da dabei nur die Gitterschwingungen berücksichtigt wurden. Bei Leitern spielen jedoch auch die Leitungselektronen eine wichtige Rolle, vor allem bei niedrigen Temperaturen. Klassische Modell-Annahmen führen bei Elektronen ebenfalls zu falschen Ergebnissen, so dass an dieser Stelle auf Sommerfelds quantenmechanische Abhandlung eingegangen werden muss.

Sommerfelds Ansatz basiert auf Drudes Elektronengas-Modell und ersetzt lediglich die klassische Boltzmann-Verteilung durch die Fermi-Dirac-Verteilung

$$\tilde{f}(\varepsilon, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T}\right) + 1}$$

³In diesem Medium existieren drei Schwingungsmoden: 1 Longitudinale (Dilatationswelle) und 2 Transversale (Schubwellen)

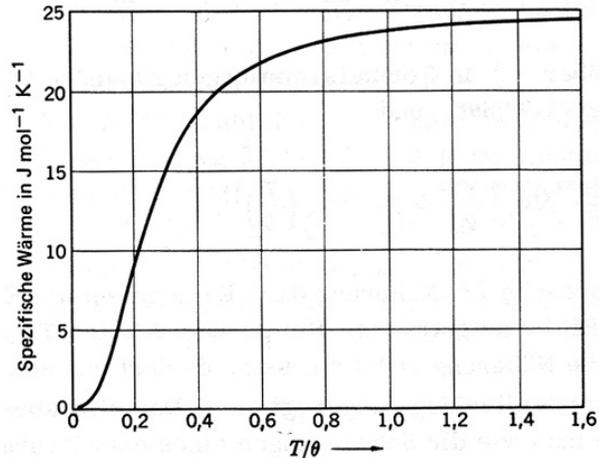


Abbildung 2: Molwärme eines Festkörpers nach der Debyeschen Näherung. Auf der waagrechten Skala ist die Temperatur, auf die Debye-Temperatur normiert, aufgetragen. Das Gebiet des T^3 -Gesetzes liegt unterhalb $0,1\Theta_D$. [3]

\tilde{f} ist die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Quantenzustandes der Energie ε bei der Temperatur T im thermodynamischen Gleichgewicht.

Als Fermionen unterliegen die Elektronen dem Pauli-Prinzip, dh. jeder Zustand kann nur mit einem Elektron besetzt werden⁴. Diese Regel gilt selbst bei $T = 0\text{K}$, so dass in diesem Zustand minimaler Gesamtenergie die möglichen Zustände nacheinander besetzt werden. Das Elektron im höchsten besetzten Niveau hat die Energie ε_F (Fermi-Energie). Typische Werte für ε_F liegen bei einigen eV , was nach $\varepsilon_F = k_B T$ Temperaturen in der Größenordnung von $\sim 10^4\text{K}$ entsprechen würde. Aus diesem Grund sind thermische Anregungen nur bei Elektronen nahe der Fermi-Kante (Niveaus in der Nähe von ε_F) möglich. Für alle anderen Elektronen sind die in diesem energetischen Abstand liegenden Nachbarzustände alle schon besetzt. Folglich ist auch der Beitrag der Elektronen zur spezifischen Wärme eher gering.

Es gibt zwei Arten der thermischen Anregungen bei Temperaturen $> 0\text{K}$:

- Ein Elektron nahe der Fermi-Kante wird in einen noch vorhandenen freien Zustand bei ε_F gehoben. Dadurch entsteht ein Loch mit der Anregungsenergie $(\varepsilon_F - \varepsilon_{\text{Loch}})$.
- Ein Elektron bei ε_F wird in einen unbesetzten Zustand noch höherer Energie gehoben. Die Anregungsenergie beträgt in diesem Fall $(\varepsilon_{(e^-)} - \varepsilon_F)$.

Wegen der hohen Anzahl an “freien” Elektronen und den deshalb energetisch nahe beieinander liegenden Zuständen, kann man keine Energielücken zwischen Valenz- und Leitungsband mehr erkennen, dh. bei der Zuführung geringster Energien ist eine Anregung möglich.

Die innere Energie des Elektronensystems setzt sich aus den oben genannten Loch- und Elek-

⁴Mit anderen Worten: Es existieren keine zwei Elektronen, die in allen Quantenzahlen übereinstimmen.

tronenanregungen bei $T > 0K$ zusammen. Folglich erhält man

$$U_{(e^-)}(T) = \underbrace{2 \int_{\varepsilon_F}^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon_F) \tilde{f} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon}_{\text{Elektronenanregung}} + \underbrace{2 \int_0^{\varepsilon_F} (\varepsilon_F - \varepsilon) (1 - \tilde{f}) \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon}_{\text{Lochanregung}}$$

wobei der Faktor 2 die Elektronenspins berücksichtigt und $\mathcal{D}(\varepsilon)$ ein Zustandsdichte ist. Die spezifische Wärmekapazität erhält man wieder durch Differentiation

$$c_{(e^-)}(T) = 2 \int_0^{\infty} (\varepsilon - \varepsilon_F) \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial T} \tilde{f} \right)}_{\equiv \kappa} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon$$

Da $\varepsilon_F \gg k_B T$ liefert κ nur einen Beitrag in der Nähe von ε_F . Deshalb lässt sich $\mathcal{D}(\varepsilon)$ durch die Konstante $\mathcal{D}(\varepsilon_F)$ ersetzen.

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_{(e^-)}(T) &= 2\mathcal{D}(\varepsilon_F) \int_0^{\infty} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)^2}{k_B T^2} \frac{\exp\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)}{k_B T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)}{k_B T}\right) + 1\right)^2} d\varepsilon \\ &= \dots \\ &= \frac{2}{3} \pi^2 k_B^2 \mathcal{D}(\varepsilon_F) T \\ &\equiv \gamma T \end{aligned} \tag{13}$$

γ ist dabei die sogenannte *Sommerfeldkonstante*. Wie man sieht, ist der Elektronenbeitrag direkt proportional zur Temperatur.

1.4.3 Zusammenfassung

Die gesamte spezifische Wärme eines Metalls setzt sich also aus dem Phononen- und dem Elektronenbeitrag zusammen

$$c(T) = AT^3 + \gamma T \tag{14}$$

wobei aus dem Debye-Modell folgt:

$$A = \frac{12\pi^4 R}{5\Theta_D^3} \tag{15}$$

$$\Rightarrow \Theta_D = \sqrt[3]{\frac{12\pi^4 R}{5A}} \tag{16}$$

Die Addition der Beiträge in (14) ist auf die geringe Wechselwirkung zwischen Elektronen und Gitterschwingungen bei tiefen Temperaturen zurückzuführen. Die folgende Abbildung 3 veranschaulicht nochmals grafisch diesen Sachverhalt:

Der Elektronenbeitrag kann in Experimenten wegen der linearen c - T -Abhängigkeit nur bei sehr tiefen Temperaturen nachvollzogen werden. Bei Zimmertemperatur (oder höher) ist er ohne weiteres vernachlässigbar.

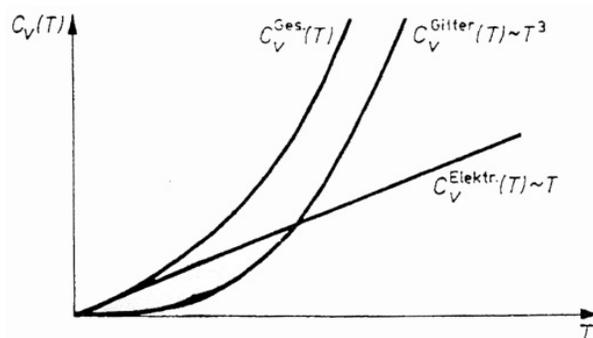


Abbildung 3: Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität der Metalle für $T \rightarrow 0$ sowie deren Gitter- und Elektronenanteil. [1]

1.5 Supraleitung

Der elektrische Widerstand vieler Metalle und Legierungen verschwindet schlagartig, wenn die Probe auf eine ausreichend tiefe Temperatur abgekühlt wird. Bei dieser kritischen Temperatur T_c (auch *Sprungtemperatur* genannt) erfolgt in der Probe ein Phasenübergang⁵ von einem Zustand normaler elektrischer Leitfähigkeit zu einem supraleitenden Zustand, dh. der Gleichstromwiderstand ist Null, oder er liegt so nahe bei Null, dass in supraleitenden Ringen Dauerströme beobachtet werden konnten, die bis zum Abbruch des Experiments nach über einem Jahr ohne Abschwächung flossen. Es können also Ströme ohne erkennbare Wärmeverluste fließen. Der supraleitende Zustand ist ein geordneter Zustand der Leitungselektronen des Metalls. Die Ordnung besteht in der Bildung von lose gebundenen Elektronenpaaren, den *Cooper-Paaren*. Jetzt könnte man denken, dass ein so guter elektrischer Leiter auch ein hervorragender Wärmeleiter ist. Dem ist jedoch nicht so! Supraleiter sind eher schlechte Wärmeleiter und zeigen darüber hinaus keinen *Peltier-Effekt*, so dass ein elektrischer Strom in einem Supraleiter bei homogener Temperaturverteilung von keinem Wärmestrom begleitet wird, wie es in einem normalen Metall der Fall wäre. Das Nichtvorhandensein eines Peltier-Effekts deutet darauf hin, dass die Elektronen, die den Dauerstrom bilden, keine Entropie tragen!

Die magnetischen Eigenschaften von Supraleitern sind ebenso bemerkenswert wie die elektrischen Eigenschaften. Sie lassen sich nicht durch die Annahme erklären, dass der supraleitende Zustand lediglich durch den verschwindenden elektrischen Widerstand charakterisiert sei. Es ist experimentell nachgewiesen, dass ein kompakter Supraleiter in einem schwachen Magnetfeld sich wie ein idealer Diamagnet verhält. Die magnetische Induktion in seinem Innern ist also Null. Bringt man eine Probe in ein Magnetfeld und kühlt sie dann bis unter T_c , so wird der ursprünglich vorhandene magnetische Fluss aus ihr herausgedrängt. Das ist der sogenannte *Meißner-Ochsenfeld-Effekt*. Wird das angelegte Magnetfeld jedoch zu gross, so wird der Zustand zerstört und die Probe wird wieder zum Normalleiter, bzw. Isolator.

Eine weitere wichtige Eigenschaft ist noch das besondere Verhalten⁶ der Wärmekapazität bei Temperaturen $< T_c$. Bei niedrigen Temperaturen ist der Temperaturverlauf der Wärmekapazität

⁵siehe auch Abschnitt 1.1.4

⁶Dieses Verhalten wird nochmals ausführlich in der Vanadium-Messreihe diskutiert.

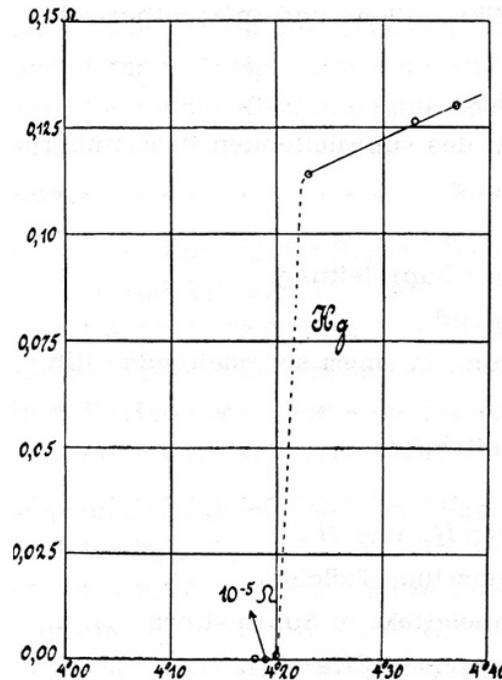


Abbildung 4: Widerstand einer Quecksilberprobe in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur. Dieses Diagramm von K. Onnes kennzeichnet die Entdeckung der Supraleitung. [3]

eines normalen Metalls von der Form (14). Geht das Metall jedoch in einen Supraleiter über, so springt die Wärmekapazität auf einen höheren Wert, um danach langsam auf Werte abzunehmen, die deutlich unter der Wärmekapazität liegen, die man für normale Metalle erwarten würde. Abbildung 5 veranschaulicht diesen Sachverhalt nochmals grafisch.

Legt man ein Magnetfeld an, um das Metall in den normalleitenden Zustand zu zwingen, so kann man die Wärmekapazitäten im supraleitenden und im normalleitenden Zustand bei Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur miteinander vergleichen. Eine solche Untersuchung zeigt, dass der lineare, elektronische Beitrag zu c im supraleitenden Zustand zu ersetzen ist durch einen Term, der bei sehr niedrigen Temperaturen mit einem dominanten Verhalten von exponentieller Form sehr viel rascher verschwindet.

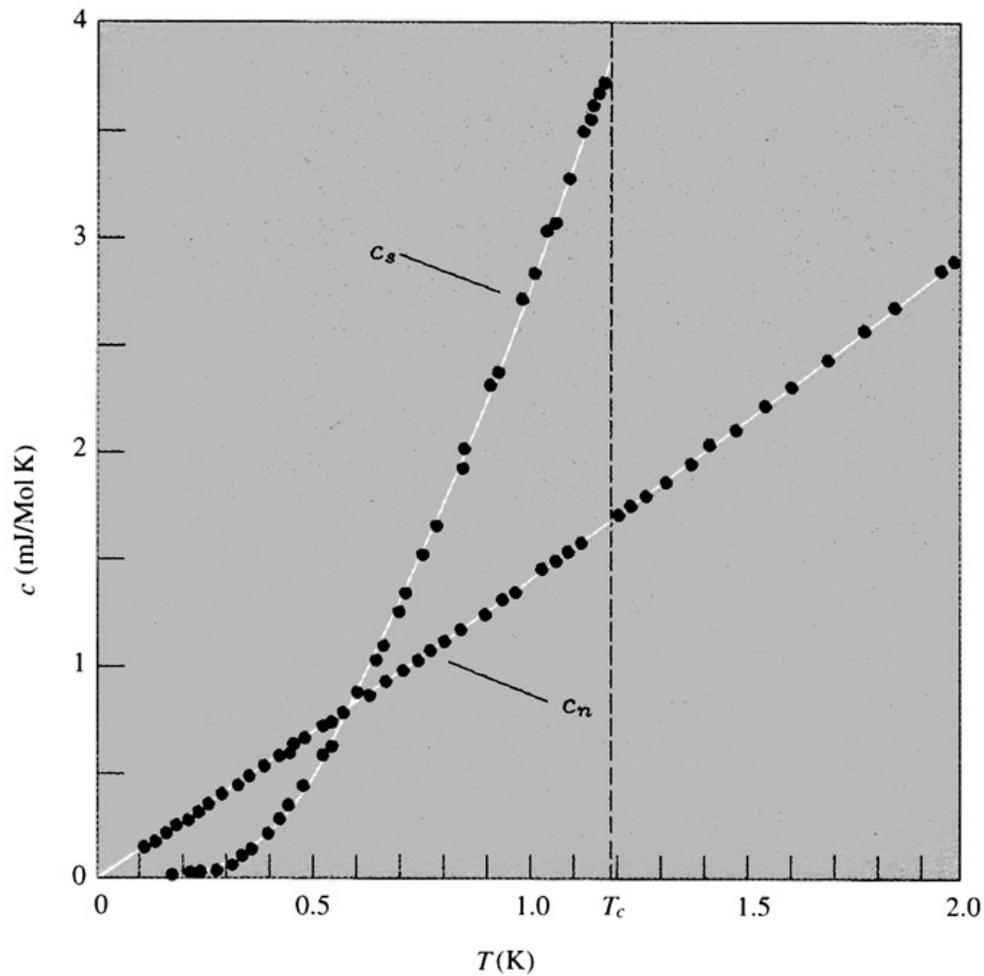


Abbildung 5: Spezifische Wärmekapazität von normalleitendem und supraleitendem Aluminium. Bei Temperaturen unterhalb T_c erreicht man den Übergang in den normalleitenden Zustand durch Anwendung eines schwachen Magnetfeldes, welches die supraleitende Ordnung zerstört, aber von vernachlässigbar geringem Einfluss auf die Wärmekapazität ist. Man beachte auch den Sprung der Wärmekapazität im supraleitenden Zustand (c_s)! [2]

2 Technische Grundlagen

2.1 Erreichen tiefer Temperaturen

Um Supraleiter oder den Elektronenbeitrag zur Wärmekapazität untersuchen zu können, muss die Probe auf sehr tiefe Temperaturen (in unserem Fall etwa $3 - 10K$) gekühlt werden. Um diese Kühlung bewerkstelligen zu können, bedient man sich im besonderen dreier Verfahren: der Verdampfungskühlung, der adiabatischen Expansion und des Joule-Thomson-Effekts.

2.1.1 Verdampfungskühlung

Das betrachtete System sei thermisch isoliert. Durch Abpumpen erniedrigt man den Dampfdruck über der einer Flüssigkeit und kühlt sie somit. Im Teilchenbild kann man sich das folgendermaßen veranschaulichen: Es lassen sich immer Teilchen in einer Flüssigkeit finden, die eine solch große kinetische Energie haben, dass es ihnen möglich ist, die Flüssigkeit zu verlassen. Diese schnellen Teilchen bilden einen Dampf über der Flüssigkeitsoberfläche, der von einer Pumpe abgesaugt wird. Man entzieht demnach der Flüssigkeit die energiereichsten Teilchen, so dass nur die energieärmeren übrigbleiben. Makroskopisch betrachtet, äußert sich dies dann als Abkühlung.

2.1.2 Adiabatische Expansion

Mit diesem Verfahren kann ein Ein-Phasen-System abgekühlt werden. Dazu wird die Substanz erst isotherm komprimiert und danach adiabatisch expandiert (also so schnell expandiert, dass nahezu kein Energieaustausch mit der Umgebung stattfinden kann).

Dieser Abkühlungseffekt kann auch beim Öffnen einer Sprudelflasche beobachtet werden. Durch das plötzliche Öffnen wird das Volumen so schnell vergrößert und damit das Gas zwischen Flüssigkeit und Deckel so stark abgekühlt, dass sich feiner Nebel (Wassertröpfchen) bildet.

2.1.3 Joule-Thomson-Effekt

Ein isoliertes Rohr wird durch eine poröse Zwischenwand oder eine Drossel in zwei gleiche Hälften geteilt. Mittels eines Stempels wird ein Gas unter dem konstanten Druck p_1 in einem stationären Gasstrom durch eine Zwischenwand oder ein Drossenventil gepresst. Es tritt wegen der Reibung ein Druckverlust ein, so dass sich rechts von der Trennwand der Druck auf $p_2 < p_1$ erniedrigt und das Volumen auf V_2 erhöht. Damit dieser Druckverlust auch auftritt, muss sich der Stempel ständig gleichmäßig bewegen, so dass sich während des ganzen Prozesses kein Druckgleichgewicht einstellen kann.

Während beim idealen Gas der Joule-Thomson-Prozess zu keinem globalen Wärme-Effekt führt, ist das Gegenteil bei realen Gasen der Fall. Tatsächlich kann man beim Ausströmen eines komprimierten Gases aus einem Behälter durch eine Düse bei der Mehrzahl der Gase eine deutlich Abkühlung feststellen. Diese Abkühlung wird vor allem zur Verflüssigung von Gasen und somit zur Erzeugung tiefer Temperaturen benutzt.

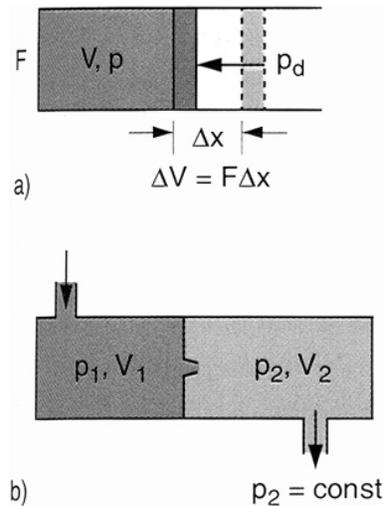


Abbildung 6: Zum Joule-Thomson Effekt: (a) isenthalpische Expansion mit Arbeitsleistung $\Delta W = p_a \Delta V$; (b) isenthalpische Expansion durch Drosselventil ohne äußere Arbeitsleistung. [5]

Doch wie kommt es bei realen Gasen zu der beobachteten Abkühlung? Zunächst darf man den Joule-Thomson-Prozess nicht mit der adiabatischen Expansion verwechseln. Letztere führt auch im Fall idealer Gase zu einer Abkühlung, da bei diesem Prozess äußere Arbeit am System geleistet wird und somit die innere Energie abnimmt. Bei Joule-Thomson (isenthalpische Expansion) wird hingegen innere Arbeit gegen die intermolekularen Anziehungs- und Abstoßungskräfte geleistet. Durch die Vergrößerung des Abstandes zwischen den Gasmolekülen steigt die potentielle Energie des Systems auf Kosten der kinetischen Energie der Gasmoleküle. Deshalb sinkt die Temperatur.

2.2 Messung tiefer Temperaturen

Bei tiefen Temperaturen eignen sich herkömmliche Flüssigkeitsthermometer nicht. Alternativen zu diesen sind zum Beispiel Gas- oder Widerstandsthermometer. Gasthermometer sind allerdings sehr aufwendig, weshalb man in der Anwendung eher auf Widerstandsthermometer zurückgreift. Diese bestehen im Wesentlichen aus einem kleinen Widerstand, der von einem konstanten Strom durchflossen wird. Dadurch entsteht ein Spannungsabfall, der von der Temperatur des Widerstands abhängt. Im Versuch wird für den Bereich $20K$ bis $273K$ ein Platinwiderstand (*Pt100*) verwendet, dessen Widerstand bei $273K$ 100Ω beträgt. Der Widerstandsverlauf in diesem Bereich ist annähernd linear. Für $2K$ bis $30K$ benutzt man einen Kohle-Massenwiderstand, dessen Widerstandsverlauf deutlich nicht linear ist und mit steigender Temperatur abnimmt. Der Grund dafür liegt darin, dass mit steigender Temperatur immer mehr Elektronen ins Leitungsband gehoben werden und damit zur Leitfähigkeit beitragen. Der steile Anstieg des Widerstands gewährleistet ein sehr empfindliches Thermometer.

2.3 Vakuumtechnik

Man bezeichnet verschiedene Druckbereiche folgendermaßen:

- Grobvakuum : $10^3 - 10^0 \text{ mbar}$
- Feinvakuum : $10^0 - 10^{-3} \text{ mbar}$
- Hochvakuum : $10^{-3} - 10^{-7} \text{ mbar}$
- Ultrahochvakuum : $\leq 10^{-7} \text{ mbar}$

Zur Versuchsdurchführung wird ein Hochvakuum benötigt, da die Isolationswirkung des Vakuums erst bei Drücken unterhalb von 10^{-4} mbar ausreichend realisiert wird. Zur Herstellung eines solchen Vakuums werden verschiedene Pumpen eingesetzt.

2.3.1 Drehschieberpumpe

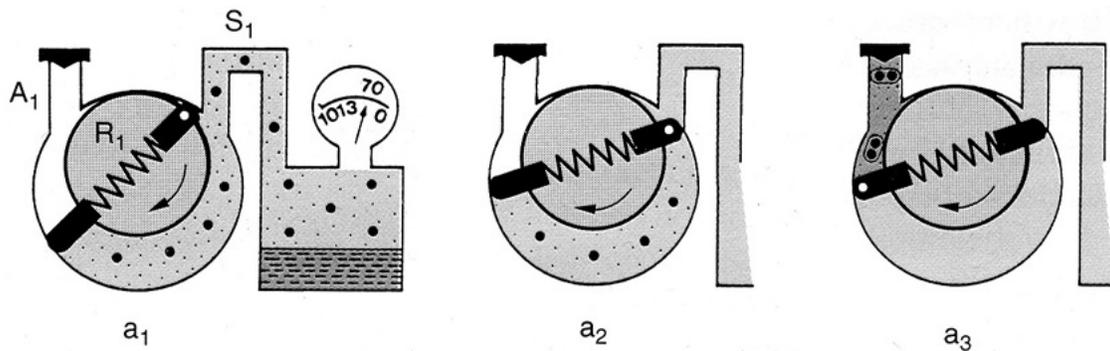


Abbildung 7: Prinzip einer Drehschieberpumpe. [5]

Das Prinzip der Drehschieberpumpe ist in Abbildung 7 schematisch dargestellt. In einer zylindrischen Bohrung rotiert ein exzentrisch gelagerter Rotor R_1 mit einem Schlitz, in dem zwei durch eine Feder auseinandergedrückte Schieber gleiten können und dadurch immer die Innenwand der zylindrischen Bohrung berühren. Wenn der Rotor R_1 in Pfeilrichtung rotiert, gleiten die Schieber an der Gehäusewand entlang und schieben die durch die Saugöffnung S_1 in den Spalt zwischen Gehäuse und Rotor eingedrungene Luft vor sich her. Dabei wird die Luft komprimiert und in den Auslasskanal A_1 gedrückt. Auf Grund des Druckgefälles zwischen A_1 und S_1 kann immer etwas Luft durch den nicht völlig dicht schließenden oberen Teil des Spaltes zurück nach S_1 gelangen. Dadurch wird das erreichbare Endvakuum begrenzt.

2.3.2 Turbomolekularpumpe

Die Turbomolekularpumpe beruht auf dem bereits 1913 erkannten Prinzip, dass Moleküle bei Zusammenstößen mit schnell bewegten Flächen eines Rotors einen Zusatzimpuls in Richtung der Bewegungsrichtung erhalten. Die Pumpe besitzt einen Rotor, der aus vielen Turbinenschaufeln

angeordnet in mehreren Ebenen besteht. Die Moleküle bleiben kurzzeitig an der Rotoroberfläche haften und werden durch die Drehbewegung in Richtung Ausgang befördert. Mit Turbomolekularpumpen ist es möglich, ein Ultrahochvakuum zu erzeugen. Alle Turbomolekularpumpen benötigen zum Betrieb eine Vorpumpe, da bei großer Teilchenzahl deren Wechselwirkung durch Stöße untereinander berücksichtigt werden muss.

2.4 Druckmessung

2.4.1 Wärmeleitungsvakuummeter

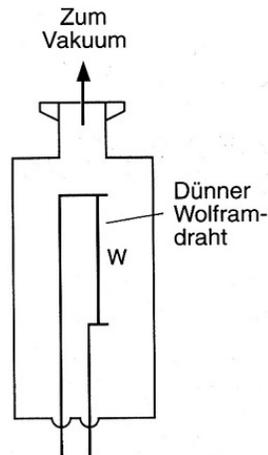


Abbildung 8: Mechanischer Aufbau eines Wärmeleitungsvakuummeters. [5]

Die Wärmeleitung von Gasen ist innerhalb des Bereiches, indem die freie Weglänge Λ größer als die Gefäßdimensionen ist, proportional zum Druck p . Dies wird im Wärmeleitungsvakuummeter zur Druckmessung ausgenutzt. Hier wird ein dünner Heizdraht der Länge L , der zwischen zwei Bügeln in der Achse eines kleinen zylindrischen Gefäßes gespannt ist, durch einen elektrischen Strom I geheizt. Seine Temperatur wird bestimmt durch die zugeführte Heizleistung $I^2 \cdot R$. Da der elektrische Widerstand mit der Temperatur ansteigt, kann die Widerstandsänderung in einer Brückenschaltung gemessen werden. Weil die Wärmeleitung im Grobvakuumbereich ($\Lambda \ll d$) praktisch unabhängig vom Druck ist, können diese Vakuummeter nur ab dem Feinvakuumbereich eingesetzt werden.

2.4.2 Ionisationsvakuummeter

Ionisationsvakuummeter bestehen aus einer geheizten Glühkathode K , aus der Elektronen austreten, die auf eine Anode A hinbeschleunigt werden. Auf ihrem Weg können sie mit den Restgasmolekülen zusammenstoßen und diese ionisieren. Wenn die freie Weglänge der Elektronen groß ist gegen die Strecke \overline{AD} , dann ist die Zahl der gebildeten Ionen proportional zur Dichte n der im Vakuummeter vorhandenen Restmoleküle und damit zum Gasdruck. Der kleinste noch nachweisbare Druck ist durch mehrere Faktoren begrenzt. Zum einen wird der Ionenstrom mit

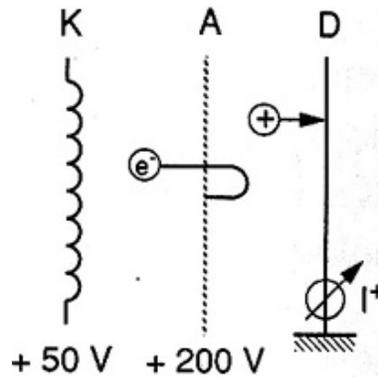


Abbildung 9: Schematisches Prinzip eines Ionisationsvakuummeters. [5]

sinkendem Druck immer kleiner, so dass gute Stromverstärker notwendig werden. Zum anderen erzeugen die auf die Anode treffenden Elektronen dort Röntgenstrahlung, welche aus dem Ionenkollektor *D* Elektronen freimachen kann, deren Zahl unabhängig vom Druck ist. Diese Elektronen stellen einen Untergrundstrom dar, der sich mit dem Meßstrom überlagert. Um diesen Untergrundstrom zu minimieren, sind spezielle Konstruktionen notwendig.

3 Versuchsaufbau

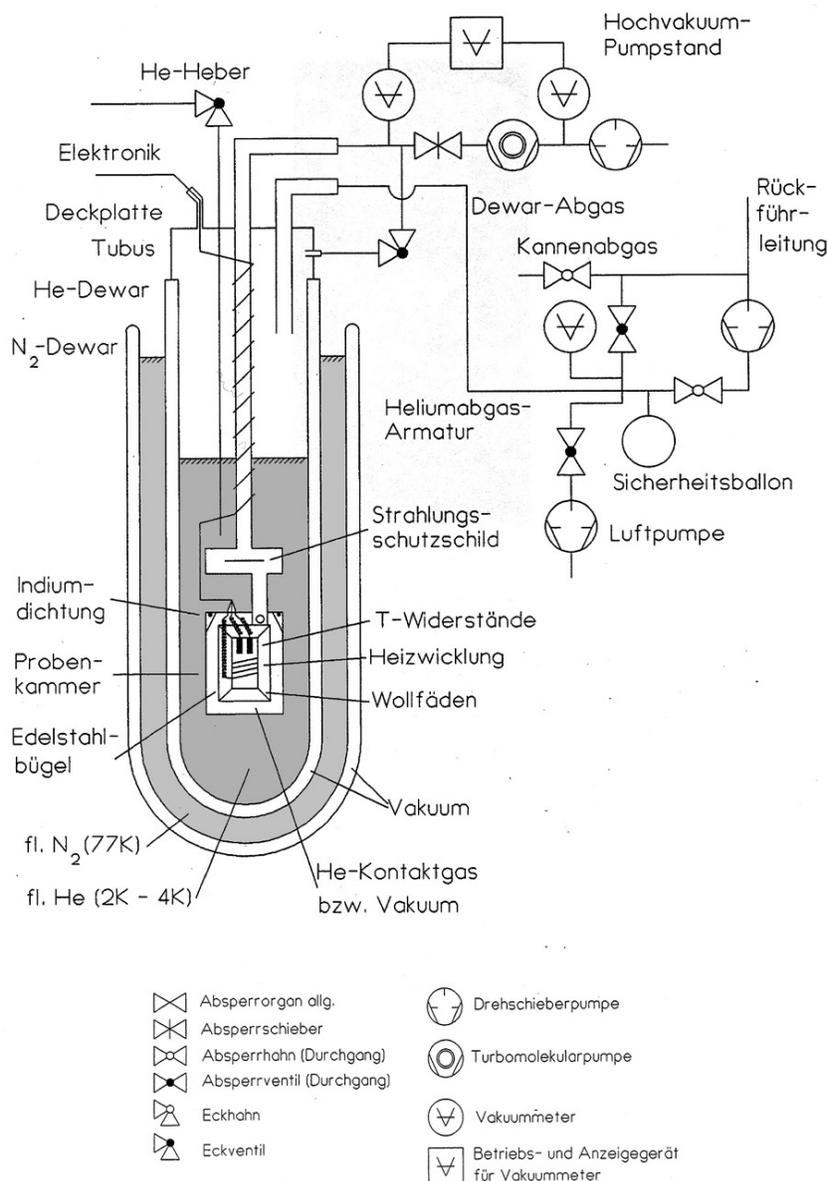


Abbildung 10: Schematisch dargestellter Versuchsaufbau des Tieftemperatur-Versuchs. [1]

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Helium-Glaskryostat, der im Wesentlichen durch zwei ineinander gestellten Dewar-Gefäßen realisiert ist. Im Inneren befindet sich eine Messingdose, die die Probe enthält (Kupfer bzw. Vanadium), ein Wärmefühler, sowie flüssiges Helium. Im äußeren Dewar befindet sich flüssiger Stickstoff, der dazu dient, die Wärmestrahlung von außerhalb ab zu schirmen. Desweiteren sind die entsprechenden Pumpen (Drehschieberpumpe, Turbomolekularpumpe) zur Evakuierung des Messbechers und ein Behälter mit Helium

angeschlossen. Der Messbecher wird abgepumpt und die Probe abgekühlt. Hat man die entsprechende Temperatur erreicht, wird in kurzen Intervallen geheizt, wobei die Heizleistung, die sich aus Heizstrom und Heizspannung über $P = U \cdot I$ ermitteln lässt, die Heizdauer und die Start- bzw. Endtemperatur von Bedeutung sind.

Die Wärmekapazität berechnet sich demnach folgendermaßen:

$$P = UI \rightarrow Q = UIt$$

Mit $c = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ folgt

$$c = \frac{UIt_{Heiz}}{\Delta T}$$

Ein angeschlossener x-y-Schreiber veranschaulicht den Temperaturverlauf.

4 Auswertung

4.1 Versuchsreihe mit der Vanadium-Probe

Um den Verlauf der Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur darzustellen, wurde von den Messergebnissen ein c - T -Diagramm erstellt (Datenblatt 5). Zusätzlich wurde der jeweilige Größtfehler berechnet und exemplarisch einige Fehler eingezeichnet. Die Messdaten mit den entsprechenden Fehlern kann man den Datenblättern 1 bis 4 entnehmen. Da der Bereich um die Sprungtemperatur von besonderem Interesse ist, wird dieser nochmals gesondert im Datenblatt 6 betrachtet. Das Detail-Diagramm lässt deutlich einen Sprung in der Wärmekapazität im Temperaturbereich zwischen $4,9K$ und $5,1K$ erkennen. Der Literaturwert liegt in [2] bei $5,30K$ und in [3] bei $5,38K$ und somit relativ nahe an unseren Messergebnissen.

Die Abweichungen der Messung lässt sich vielleicht durch Verunreinigungen der Vanadium-Probe erklären. Im Wesentlichen stören dabei ferromagnetische Verunreinigungen (z.B. Eisen), deren Magnetfelder die Sprungtemperatur sinken lassen. Weiterhin kann man aus den Aufzeichnungen des x-y-Schreibers Temperaturdrifts erkennen, was bedeutet, dass ein Teil der Wärme nach jedem Heizvorgang von der Probe abfließt. Dies ist durch das Restgas zu erklären, das in geringen Mengen im Becher zurückbleibt und die Wärmeisolierung der Probe verschlechtert. Auch die Wärmestrahlung, die gemäß dem Stefan-Boltzmann-Gesetz $\sim T^4$ verläuft, trägt sicherlich zu diesem Effekt bei. Um diese möglichst zu unterdrücken, wird die Helium-Verdampfung nachreguliert und damit der Temperaturunterschied zwischen Probe und äußerer Umgebung verkleinert.

Aus den eben genannten Gründen wird mehr Wärme zugeführt als tatsächlich zur Erwärmung der Probe verwendet wird. Deshalb erhält man wegen (1) einen systematisch erhöhten Wert für die Wärmekapazität, der wegen der T^4 -Abhängigkeit der Wärmestrahlung bei höheren Temperaturen zunimmt. Auf die Bestimmung Sprungtemperatur wirkt sich dieser Fehler jedoch nicht aus, da der qualitative Kurvenverlauf dadurch nicht verändert wird.

4.2 Versuchsreihe mit der Kupfer-Probe

Die Messdaten der Kupfer-Versuchsreihe sind in den Datenblättern 7 und 8 aufgelistet. Zunächst wird wiederum die Wärmekapazität c über die Temperatur T aufgetragen (Datenblatt 9). Aus Gleichung (14) erwartet man im tiefen Temperaturbereich einen dominierenden Elektronenbeitrag γT zur Wärmekapazität. Bei höheren Temperaturen überwiegt dann der Phononenbeitrag AT^3 . Erste grobe Betrachtungen dieses Diagramms bestätigen die Beziehung. Um herauszufinden ab welcher Temperatur der Phononenbeitrag tatsächlich die entscheidendere Rolle spielt, wird in Datenblatt 10 der untere Temperaturbereich nochmals vergrößert sichtbar gemacht. Anscheinend hat der Kurvenverlauf bei ca. $5,7K$ einen Knick, der einen Übergang zur T^3 -Abhängigkeit kennzeichnen könnte. Diesen Knick erkennt man ebenso im $\log(c)$ - $\log(T)$ -Diagramm (Datenblatt 11).

Um diese Vermutung genauer zu überprüfen, werden folgende Überlegungen angestellt:

$$\begin{aligned} c &= AT^3 + \gamma T \\ \Rightarrow \log c &= \log(AT^3 + \gamma T) \\ &\approx 3 \log(T) \end{aligned}$$

da für höhere Temperaturen γT vernachlässigt werden kann. Bei einer Auftragung $\log(c)$ über $\log(T)$ erwarten wir also bei Temperaturen $> 5,7K$ eine Gerade mit Steigung 3 (siehe Datenblatt 12) und bei $< 5,7K$ eine Steigung < 3 (siehe Datenblatt 13). Idealerweise sollte die Steigung nahe bei 1 liegen, da der lineare Elektronenbeitrag, der Theorie zufolge, in diesem Bereich dominiert. Die lineare Regression in Datenblatt 12 liefert tatsächlich eine Steigung von 3,0797, was die Theorie bestätigt. Auch die Steigung in Datenblatt 13 liegt mit $1,1916 < 3$ im Erwartungsbereich, obwohl das Bestimmtheitsmaß der Regressionsgeraden mit $R^2 = 0,234$ sehr klein ist⁷.

Der etwas erhöhte Wert der Regressionsgeradensteigung in Datenblatt 12 ist unter anderem auf die systematische Überhöhung der spezifischen Wärmekapazität durch Wärmeabstrahlung der Heizwendel, die vor allem bei höheren Temperaturen stärker auftritt, zurückzuführen.

Im folgenden wird noch berechnet, welchen Beitrag die Elektronen, bzw. die Phononen bei $T_b = 5,7K$ liefern. Dazu bildet man den Quotienten $\frac{AT_b^3}{\gamma T_b}$ ⁸, wobei die Literaturwerte aus [2] ($\Theta_D = 315K$; $\gamma = 0,00067 \frac{J}{molK^2}$) eingesetzt werden. Es ergibt sich ein Beitragsverhältnis von

$$\frac{\text{Phononenbeitrag}}{\text{Elektronenbeitrag}} = \frac{AT_b^3}{\gamma T_b} \approx 3,03.$$

Demnach tragen die Phononen bei $5,7K$ schon relativ viel zur Wärmekapazität bei. Folglich sollte der Knick schon bei tieferen Temperaturen beobachtet werden können.

Weiterhin sollte bei der Kupfer-Versuchsreihe noch erwähnt werden, dass die Drift am Anfang (siehe dazu **Bereich I** auf dem Kupfer-Messdatenblatt \rightarrow bis ca. $5,5K$) leicht positiv ist, dann negativ wird (**Bereich II** \rightarrow bis ca. $15,0K$) und bei den letzten Messwerten wieder gegen Null strebt (**Bereich III** \rightarrow bis zum Ende der Versuchsreihe bei $20,3K$). Die leicht positive Drift am Anfang wird vermutlich durch den Probenhalter verursacht, dessen oberes Ende mit der Luft des Labors im direkten Kontakt steht. Dadurch strahlt er Wärme in Richtung der Kupfer-Probe ab. Dieser Effekt wirkt sich jedoch relativ gering aus und wird bei höheren Temperaturen von dem $\sim T^4$ -Wärmestrahlungseffekt überdeckt, der einen Teil der Wärme *nach* jedem Heizvorgang von der Probe abfließen lässt. Das führt dann zu der insgesamt negativen Drift. Dass die Drift im **Bereich III** wieder gegen Null strebt, lässt sich auf die zunehmende Unempfindlichkeit des Widerstandthermometers im höheren Temperaturbereich zurückführen. Tatsächlich hat man zwar auch hier eine negative Drift wie im **Bereich II**, jedoch kann man sie nicht mehr so deutlich auf dem Messdatenblatt des x-y-Schreibers erkennen.

Abbildung 11 zeigt nochmals die Verfälschung der Messwerte, die durch den Driftfehler (hier: negative Drift) zustande kommt. Da die gemessene Temperaturdifferenz $\Delta T_{gemessen}$ kleiner als die tatsächliche Temperaturdifferenz ΔT_{real} ist, misst man wegen $c = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ zu große Wärmekapazitäten.

⁷... das sieht man auch an den großen Messwertschwankungen in Datenblatt 13!

⁸Zur Berechnung von A verwendet man Gleichung (15).

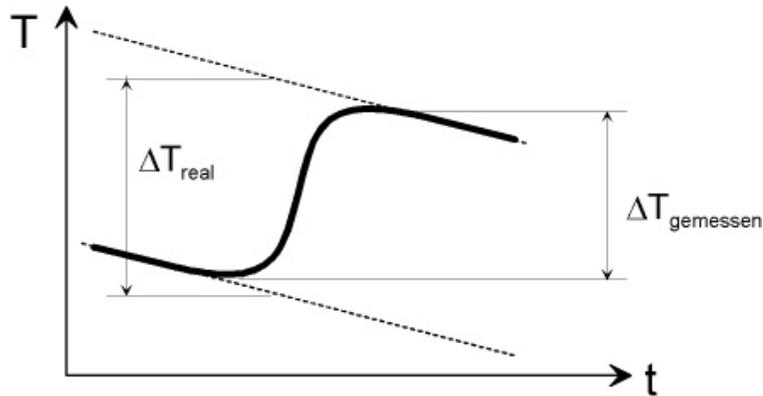


Abbildung 11: Veranschaulichung des Driftfehlers (hier: negative Drift). Dabei ist $\Delta T_{real} > \Delta T_{gemessen}$, so dass c systematisch zu gross gemessen wird.

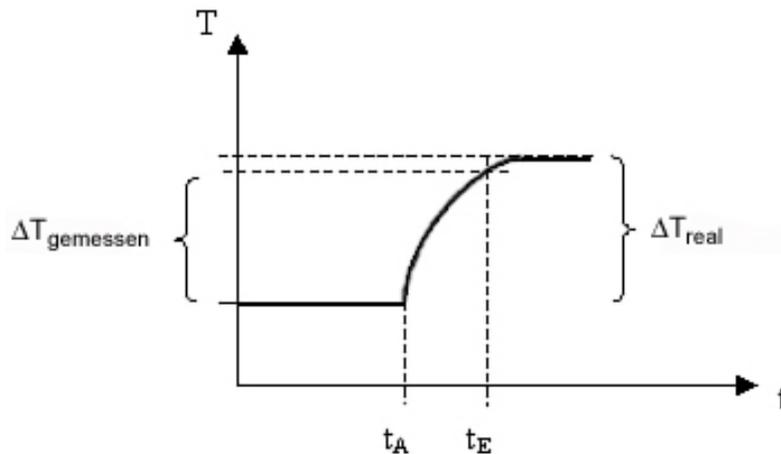


Abbildung 12: Schematische Veranschaulichung des Fehlers, der durch Relaxationsprozesse verursacht wird. Dabei wird der Messwert systematisch zu früh abgelesen.

Eine weitere wichtige Fehlerquelle, sowohl bei der Kupfer- als auch bei der Vanadium-Messreihe, ist der Relaxationsprozess. Er tritt auf, weil die von der Heizwendel erzeugte Wärme erst allmählich auf die gesamte Probe verteilt wird. Theoretisch dauert dieser Vorgang unendlich lange. Die Messwerte werden jedoch in endlicher Zeit aufgenommen. Folglich ist die gemessene Temperaturdifferenz immer etwas kleiner als die Temperaturdifferenz, die von der zugeführten Wärme erzeugt werden würde (siehe dazu Abbildung 12). Das führt wiederum zu systematisch höheren Messwerten für die spezifische Wärmekapazität. Dieser Fehler ist vor allem im hohen Temperaturbereich entscheidend. Um den Relaxationsprozess genauer untersuchen zu können, müsste man nicht nur in der Mitte der Probe, sondern auch an deren Rand, in der Nähe der Heizwendel, einen Temperaturfühler anbringen.

Im weiteren Verlauf soll noch die Debye-Temperatur Θ_D sowie die Sommerfeldkonstante γ bestimmt werden. Aus (14) folgt direkt $\frac{c}{T} = AT^2 + \gamma$. Trägt man $\frac{c}{T}$ über T^2 auf, so sollte theoretisch eine Gerade mit Steigung A und Achsenabschnitt γ das Ergebnis sein. Aus A lässt sich dann gemäß Gleichung (16) die Debye-Temperatur bestimmen.

Die Regression in Datenblatt 14 liefert $A = 7,4 \cdot 10^{-5} \frac{J}{molK^4}$ und $\gamma = 2,49 \cdot 10^{-4} \frac{J}{molK^2}$. Daraus folgt direkt $\Theta_D = 297,26K$. Die Literaturwerte liegen laut [2] bei $\Theta_D = 315K$ und $\gamma = 6,7 \cdot 10^{-4} \frac{J}{molK^2}$.

Der Vergleich unserer Messwerte mit den Literaturwerten zeigt, dass die Debye-Temperatur zu niedrig ist. Die Ursache dafür liegt an den systematisch höheren Messwerten für die spezifische Wärmekapazität, besonders im höheren Temperaturbereich, aufgrund der bereits erwähnten Wärmestrahlung. Demzufolge wird auch die Steigung A größer und damit die Debye-Temperatur nach (16) kleiner als der in [2] angegebene Literaturwert. Die gleiche Ursache ist auch für unseren erniedrigten γ -Wert verantwortlich.

Literatur

- [1] Thomas Knöll (1994/1995): Tieftemperaturkalorimetrie (Hinweise für Praktikanten); Universität Ulm
- [2] Neil W. Ashcroft, N. David Mermin (2001): Festkörperphysik; Übersetzung von Dr. Jochen Greß; München / Wien: R. Oldenbourg Verlag
- [3] Ch. Kittel (1993): Einführung in die Festkörperphysik; 10. Auflage; München / Wien: R. Oldenbourg Verlag
- [4] Bergmann / Schaefer (1998): Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.1: Mechanik, Akustik, Wärme; 11. Auflage; Berlin / New York: de Gruyter
- [5] Demtröder (1998): Experimentalphysik 1; 2. Auflage; Berlin / Heidelberg / New York: Springer-Verlag

Datenblatt 1

Das Dokument wird Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

Versuchsreihe mit der Vanadium-Probe

Geschätzte Fehler:

$$U_{\text{Heiz}} : \pm 0,005 \text{ V}$$

$$I_{\text{Heiz}} : \pm 0,0002 \text{ A}$$

$$t_{\text{Heiz}} : \pm 0,20 \text{ s}$$

$$m_{\text{Vanadium}} = 115 \text{ g}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Vanadium}} = 2,259 \text{ mol}$$

R_{vorher} in Ω	R_{nachher} in Ω	T_{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T_{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T_{Mittel} in K	Größt- fehler T_{Mittel} in K	U_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in A	t_{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
2460	2426	2,5761	0,0004	2,5913	0,0005	0,0152	2,5837	0,0012	206	27	0,0027	2,29	0,0013	0,037	0,009
2465	2429	2,5739	0,0004	2,5900	0,0005	0,0161	2,5819	0,0012	206	27	0,0027	2,44	0,0014	0,037	0,009
2460	2425	2,5761	0,0004	2,5918	0,0005	0,0157	2,5839	0,0012	205	27	0,0027	2,37	0,0013	0,037	0,009
2343	2314	2,6301	0,0005	2,6442	0,0005	0,0141	2,6371	0,0013	205	27	0,0027	1,79	0,0010	0,031	0,009
2311	2284	2,6457	0,0005	2,6591	0,0005	0,0135	2,6524	0,0013	233	27	0,0027	1,86	0,0012	0,038	0,011
2282	2254	2,6601	0,0005	2,6744	0,0005	0,0143	2,6673	0,0014	233	27	0,0027	1,62	0,0010	0,032	0,009
2251	2220	2,6760	0,0005	2,6922	0,0005	0,0162	2,6841	0,0014	165	29	0,0029	1,91	0,0009	0,025	0,007
2217	2197	2,6938	0,0005	2,7045	0,0005	0,0107	2,6991	0,0014	165	29	0,0029	2,59	0,0012	0,051	0,014
2194	2176	2,7061	0,0005	2,7159	0,0005	0,0098	2,7110	0,0015	112	22	0,0022	2,43	0,0006	0,027	0,009
2173	2161	2,7176	0,0006	2,7242	0,0006	0,0066	2,7209	0,0015	112	22	0,0022	3,36	0,0008	0,055	0,020
2160	2146	2,7248	0,0006	2,7326	0,0006	0,0078	2,7287	0,0015	111	15	0,0015	3,66	0,0006	0,034	0,013
2146	2133	2,7326	0,0006	2,7400	0,0006	0,0074	2,7363	0,0015	111	15	0,0015	3,82	0,0006	0,038	0,015
2132	2117	2,7405	0,0006	2,7491	0,0006	0,0086	2,7448	0,0016	110	15	0,0015	4,28	0,0007	0,036	0,013
2117	2105	2,7491	0,0006	2,7561	0,0006	0,0070	2,7526	0,0016	110	15	0,0015	3,75	0,0006	0,039	0,016
2104	2089	2,7567	0,0006	2,7655	0,0006	0,0088	2,7611	0,0016	114	16	0,0016	4,65	0,0008	0,043	0,015
2088	2074	2,7661	0,0006	2,7744	0,0006	0,0083	2,7702	0,0016	114	16	0,0016	4,30	0,0008	0,042	0,015
2074	2058	2,7744	0,0006	2,7840	0,0006	0,0096	2,7792	0,0017	112	16	0,0016	5,09	0,0009	0,042	0,014
2057	2040	2,7846	0,0006	2,7950	0,0006	0,0104	2,7898	0,0017	112	16	0,0016	5,54	0,0010	0,042	0,014
2039	2027	2,7956	0,0006	2,8031	0,0006	0,0074	2,7994	0,0017	114	16	0,0016	4,03	0,0007	0,044	0,017
1989	1970	2,8272	0,0006	2,8396	0,0007	0,0124	2,8334	0,0018	114	16	0,0016	6,26	0,0011	0,041	0,012
1968	1948	2,8409	0,0007	2,8541	0,0007	0,0133	2,8475	0,0019	118	16	0,0016	6,83	0,0013	0,043	0,013
1947	1928	2,8548	0,0007	2,8677	0,0007	0,0129	2,8612	0,0019	118	16	0,0016	6,86	0,0013	0,045	0,013
1927	1903	2,8683	0,0007	2,8849	0,0007	0,0166	2,8766	0,0020	129	18	0,0018	6,88	0,0016	0,043	0,011
1893	1872	2,8920	0,0007	2,9069	0,0007	0,0150	2,8994	0,0021	129	18	0,0018	6,54	0,0015	0,045	0,012
1871	1850	2,9076	0,0007	2,9229	0,0007	0,0153	2,9153	0,0021	132	18	0,0018	6,75	0,0016	0,046	0,013
1848	1820	2,9244	0,0007	2,9454	0,0008	0,0209	2,9349	0,0022	132	18	0,0018	9,22	0,0022	0,046	0,011
1820	1794	2,9454	0,0008	2,9653	0,0008	0,0200	2,9553	0,0023	209	28	0,0028	3,69	0,0022	0,048	0,011
1794	1757	2,9653	0,0008	2,9947	0,0008	0,0294	2,9800	0,0024	209	28	0,0028	5,65	0,0033	0,050	0,009

Datenblatt 2

Dieses Dokument wird Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

R_{vorher} in Ω	R_{nachher} in Ω	T_{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T_{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T_{Mittel} in K	Größt- fehler T_{Mittel} in K	U_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in A	t_{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
1758	1723	2,9939	0,0008	3,0227	0,0008	0,0288	3,0083	0,0025	208	27	0,0027	5,70	0,0032	0,049	0,009
1723	1700	3,0227	0,0008	3,0422	0,0009	0,0195	3,0325	0,0026	208	27	0,0027	3,94	0,0022	0,050	0,012
1693	1658	3,0483	0,0009	3,0792	0,0009	0,0309	3,0637	0,0027	208	29	0,0029	6,36	0,0038	0,055	0,010
1658	1620	3,0792	0,0009	3,1141	0,0009	0,0350	3,0967	0,0028	208	29	0,0029	7,35	0,0044	0,056	0,010
1622	1597	3,1123	0,0009	3,1361	0,0010	0,0238	3,1242	0,0030	266	34	0,0034	3,21	0,0029	0,054	0,012
1597	1559	3,1361	0,0010	3,1736	0,0010	0,0375	3,1548	0,0031	266	34	0,0034	5,06	0,0046	0,054	0,009
1559	1526	3,1736	0,0010	3,2076	0,0011	0,0340	3,1906	0,0033	265	35	0,0035	4,78	0,0044	0,058	0,010
1522	1499	3,2118	0,0011	3,2365	0,0011	0,0247	3,2242	0,0035	265	35	0,0035	3,47	0,0032	0,058	0,013
1494	1464	3,2420	0,0011	3,2754	0,0011	0,0335	3,2587	0,0036	262	32	0,0032	4,83	0,0040	0,054	0,010
1463	1433	3,2766	0,0011	3,3114	0,0012	0,0349	3,2940	0,0038	262	32	0,0032	5,34	0,0045	0,057	0,010
1396	1366	3,3564	0,0012	3,3946	0,0013	0,0382	3,3755	0,0043	267	35	0,0035	6,11	0,0057	0,066	0,012
1367	1332	3,3933	0,0013	3,4398	0,0014	0,0465	3,4165	0,0045	267	35	0,0035	7,95	0,0074	0,071	0,011
1332	1301	3,4398	0,0014	3,4831	0,0014	0,0432	3,4614	0,0048	294	39	0,0039	5,92	0,0068	0,069	0,011
1274	1244	3,5224	0,0015	3,5680	0,0016	0,0456	3,5452	0,0054	294	39	0,0039	7,08	0,0081	0,079	0,013
1192	1160	3,6525	0,0017	3,7081	0,0018	0,0557	3,6803	0,0064	355	39	0,0039	6,41	0,0089	0,071	0,011
1158	1148	3,7117	0,0018	3,7298	0,0018	0,0181	3,7208	0,0067	354	46	0,0046	1,87	0,0030	0,075	0,027
1148	1132	3,7298	0,0018	3,7594	0,0019	0,0296	3,7446	0,0069	354	46	0,0046	3,46	0,0056	0,084	0,020
1131	1116	3,7613	0,0019	3,7899	0,0019	0,0286	3,7756	0,0072	333	45	0,0045	3,56	0,0053	0,083	0,020
1116	1102	3,7899	0,0019	3,8172	0,0020	0,0274	3,8036	0,0074	333	45	0,0045	3,61	0,0054	0,087	0,022
1101	1087	3,8192	0,0020	3,8473	0,0020	0,0281	3,8333	0,0077	340	44	0,0044	3,70	0,0055	0,087	0,022
1086	1075	3,8494	0,0020	3,8720	0,0021	0,0227	3,8607	0,0080	340	44	0,0044	3,33	0,0050	0,097	0,029
1075	1063	3,8720	0,0021	3,8973	0,0021	0,0253	3,8847	0,0082	340	44	0,0044	3,52	0,0053	0,092	0,026
1063	1053	3,8973	0,0021	3,9188	0,0022	0,0215	3,9080	0,0084	344	44	0,0044	3,34	0,0051	0,104	0,033
1053	1042	3,9188	0,0022	3,9429	0,0022	0,0241	3,9309	0,0086	344	43	0,0043	3,66	0,0054	0,099	0,029
1041	1031	3,9451	0,0022	3,9676	0,0023	0,0224	3,9564	0,0089	345	43	0,0043	3,95	0,0059	0,116	0,036
1030	1018	3,9698	0,0023	3,9974	0,0023	0,0276	3,9836	0,0091	344	43	0,0043	4,15	0,0061	0,099	0,027
1017	1005	3,9997	0,0023	4,0280	0,0024	0,0283	4,0139	0,0095	344	46	0,0046	4,59	0,0073	0,114	0,030
1005	994	4,0280	0,0024	4,0546	0,0024	0,0265	4,0413	0,0098	338	46	0,0046	4,34	0,0067	0,113	0,032
995	984	4,0521	0,0024	4,0792	0,0025	0,0271	4,0657	0,0100	338	40	0,0040	4,60	0,0062	0,102	0,029
983	970	4,0817	0,0025	4,1146	0,0026	0,0329	4,0982	0,0104	343	40	0,0040	4,71	0,0065	0,087	0,022
970	959	4,1146	0,0026	4,1432	0,0026	0,0286	4,1289	0,0107	343	44	0,0044	4,80	0,0072	0,112	0,032
959	949	4,1432	0,0026	4,1697	0,0027	0,0266	4,1565	0,0110	343	44	0,0044	4,83	0,0073	0,121	0,036
948	940	4,1724	0,0027	4,1941	0,0027	0,0217	4,1833	0,0114	343	46	0,0046	3,35	0,0053	0,108	0,039
940	931	4,1941	0,0027	4,2190	0,0028	0,0249	4,2066	0,0116	339	46	0,0046	4,24	0,0066	0,118	0,038
931	920	4,2190	0,0028	4,2501	0,0029	0,0311	4,2346	0,0120	339	44	0,0044	5,48	0,0082	0,116	0,032
921	910	4,2473	0,0029	4,2791	0,0029	0,0318	4,2632	0,0123	342	44	0,0044	6,42	0,0097	0,134	0,036

Datenblatt 3

Dieses Dokument ist Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

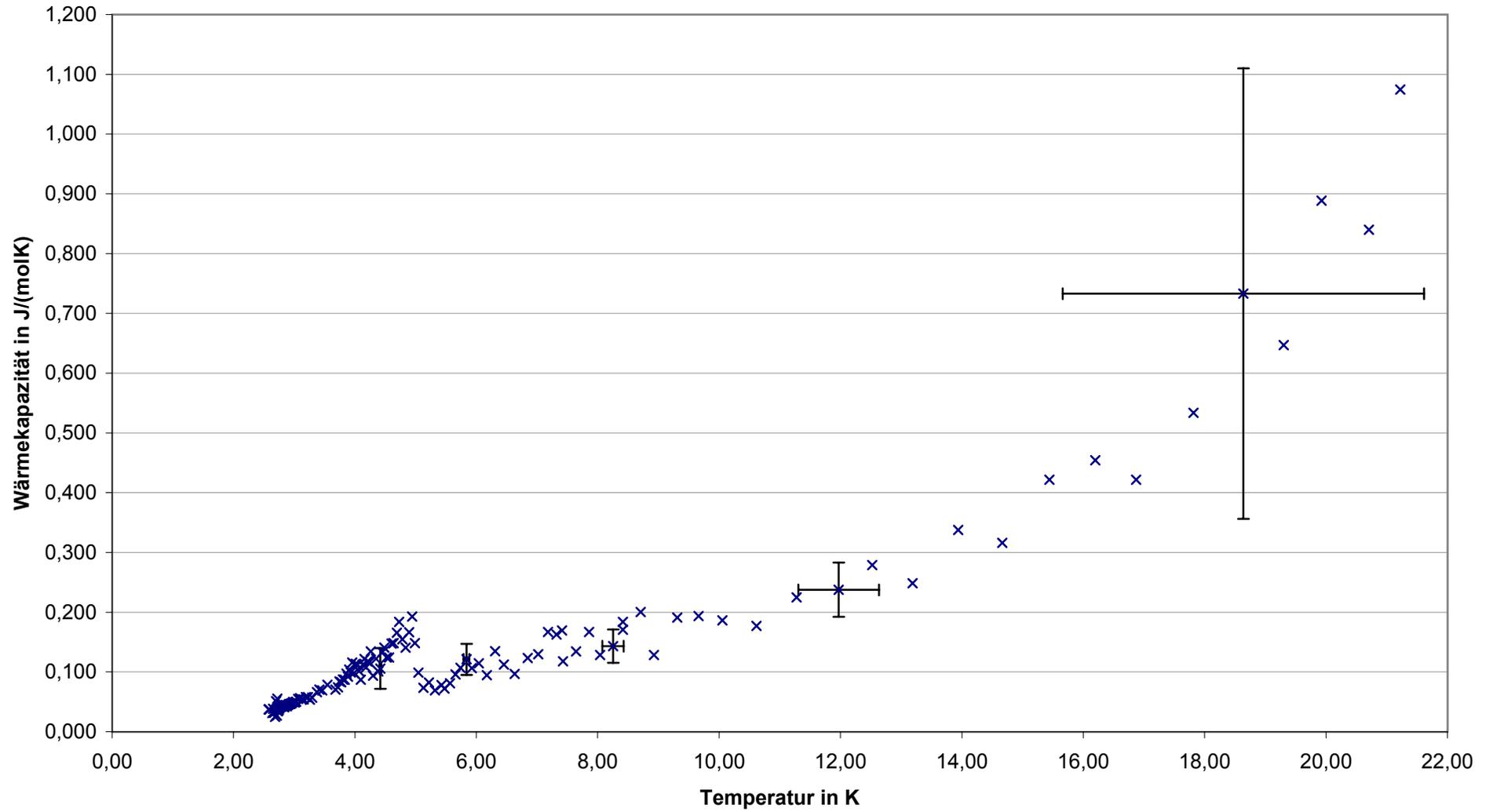
R_{vorher} in Ω	R_{nachher} in Ω	T_{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T_{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T_{Mittel} in K	Größt- fehler T_{Mittel} in K	U_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in A	t_{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
908	898	4,2850	0,0029	4,3148	0,0030	0,0298	4,2999	0,0128	342	44	0,0044	4,19	0,0063	0,094	0,029
892	881	4,3330	0,0031	4,3670	0,0031	0,0341	4,3500	0,0135	344	44	0,0044	6,20	0,0094	0,122	0,033
881	870	4,3670	0,0031	4,4020	0,0032	0,0350	4,3845	0,0139	344	43	0,0043	5,39	0,0080	0,101	0,028
869	860	4,4052	0,0032	4,4346	0,0033	0,0294	4,4199	0,0144	341	43	0,0043	4,79	0,0070	0,106	0,034
860	850	4,4346	0,0033	4,4680	0,0034	0,0334	4,4513	0,0149	341	45	0,0045	6,55	0,0101	0,133	0,038
850	840	4,4680	0,0034	4,5023	0,0035	0,0343	4,4851	0,0154	342	45	0,0045	7,07	0,0109	0,141	0,040
841	828	4,4988	0,0035	4,5446	0,0036	0,0457	4,5217	0,0159	342	49	0,0049	7,67	0,0129	0,124	0,029
828	817	4,5446	0,0036	4,5845	0,0037	0,0399	4,5645	0,0166	387	49	0,0049	5,90	0,0112	0,124	0,033
817	807	4,5845	0,0037	4,6218	0,0038	0,0373	4,6031	0,0172	387	51	0,0051	6,29	0,0124	0,147	0,041
807	798	4,6218	0,0038	4,6562	0,0039	0,0344	4,6390	0,0178	384	51	0,0051	5,89	0,0115	0,148	0,045
795	784	4,6679	0,0039	4,7115	0,0040	0,0436	4,6897	0,0186	388	51	0,0051	8,25	0,0163	0,166	0,042
785	776	4,7075	0,0040	4,7441	0,0041	0,0366	4,7258	0,0192	388	50	0,0050	7,83	0,0152	0,184	0,055
774	761	4,7523	0,0041	4,8072	0,0043	0,0548	4,7798	0,0202	478	50	0,0050	8,02	0,0192	0,155	0,035
761	748	4,8072	0,0043	4,8641	0,0045	0,0569	4,8356	0,0212	478	62	0,0062	6,10	0,0181	0,141	0,032
748	736	4,8641	0,0045	4,9185	0,0046	0,0545	4,8913	0,0222	473	62	0,0062	6,99	0,0205	0,167	0,039
736	726	4,9185	0,0046	4,9655	0,0048	0,0469	4,9420	0,0232	473	60	0,0060	7,19	0,0204	0,192	0,052
727	715	4,9607	0,0047	5,0188	0,0049	0,0581	4,9897	0,0241	458	60	0,0060	7,08	0,0195	0,148	0,035
718	702	5,0041	0,0049	5,0842	0,0051	0,0801	5,0441	0,0253	458	68	0,0068	5,75	0,0179	0,099	0,019
703	684	5,0790	0,0051	5,1793	0,0054	0,1003	5,1292	0,0271	525	68	0,0068	4,66	0,0166	0,073	0,014
687	667	5,1631	0,0054	5,2745	0,0058	0,1115	5,2188	0,0291	525	69	0,0069	5,74	0,0208	0,083	0,014
668	651	5,2688	0,0057	5,3693	0,0061	0,1005	5,3190	0,0315	535	69	0,0069	4,27	0,0158	0,069	0,014
652	632	5,3632	0,0061	5,4890	0,0065	0,1258	5,4261	0,0341	535	69	0,0069	6,01	0,0222	0,078	0,013
641	627	5,4313	0,0063	5,5219	0,0066	0,0906	5,4766	0,0355	529	69	0,0069	4,05	0,0148	0,072	0,016
629	612	5,5087	0,0066	5,6243	0,0070	0,1157	5,5665	0,0379	529	69	0,0069	5,82	0,0212	0,081	0,015
615	600	5,6034	0,0069	5,7106	0,0074	0,1072	5,6570	0,0404	541	69	0,0069	6,23	0,0233	0,096	0,019
605	588	5,6742	0,0072	5,8010	0,0077	0,1268	5,7376	0,0428	541	69	0,0069	8,19	0,0306	0,107	0,019
590	577	5,7856	0,0077	5,8878	0,0081	0,1021	5,8367	0,0459	532	69	0,0069	7,61	0,0279	0,121	0,026
580	565	5,8637	0,0080	5,9870	0,0085	0,1233	5,9254	0,0487	532	77	0,0077	7,23	0,0296	0,106	0,020
568	550	5,9617	0,0084	6,1184	0,0090	0,1567	6,0401	0,0526	610	77	0,0077	8,62	0,0405	0,114	0,019
555	534	6,0737	0,0089	6,2685	0,0097	0,1948	6,1711	0,0573	610	95	0,0095	7,18	0,0416	0,095	0,014
539	521	6,2204	0,0095	6,3987	0,0103	0,1783	6,3096	0,0625	726	95	0,0095	7,87	0,0543	0,135	0,022
526	506	6,3477	0,0101	6,5593	0,0111	0,2116	6,4535	0,0683	726	114	0,0114	6,49	0,0537	0,112	0,017
512	488	6,4937	0,0108	6,7683	0,0122	0,2747	6,6310	0,0759	901	114	0,0114	5,84	0,0600	0,097	0,013
490	474	6,7442	0,0120	6,9449	0,0131	0,2007	6,8445	0,0859	901	113	0,0113	5,50	0,0560	0,124	0,022
478	459	6,8931	0,0128	7,1494	0,0142	0,2563	7,0212	0,0948	904	113	0,0113	7,36	0,0752	0,130	0,020
465	449	7,0655	0,0137	7,2956	0,0150	0,2301	7,1806	0,1033	904	110	0,0110	8,72	0,0867	0,167	0,028

Datenblatt 4

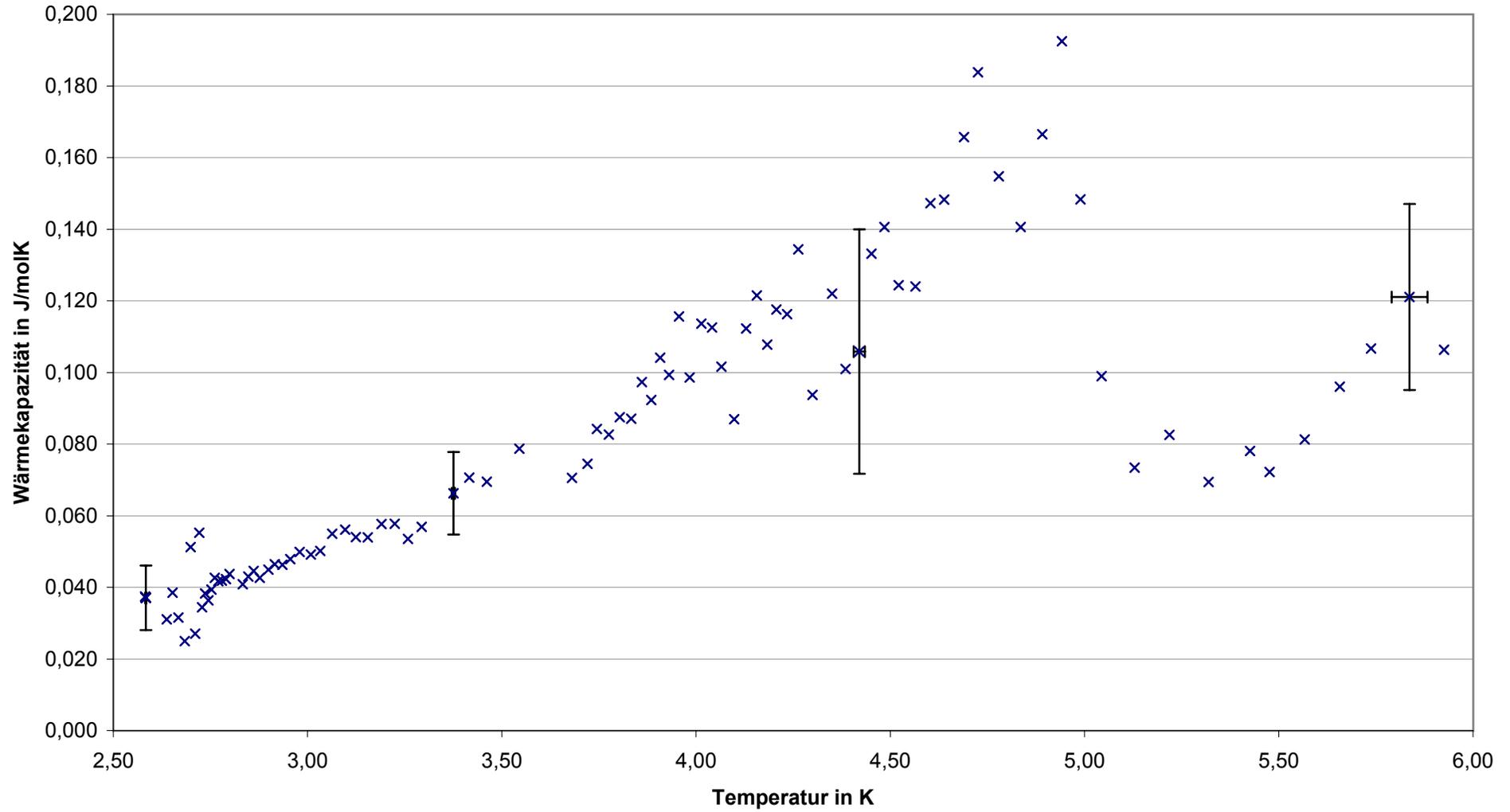
Dieses Dokument wird Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

R_{vorher} in Ω	R_{nachher} in Ω	T_{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T_{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T_{Mittel} in K	Größt- fehler T_{Mittel} in K	U_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in A	t_{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK
453	442	7,2361	0,0147	7,4031	0,0157	0,1670	7,3196	0,1111	867	110	0,0110	6,44	0,0614	0,163	0,038
448	435	7,3107	0,0151	7,5152	0,0163	0,2045	7,4129	0,1166	867	111	0,0111	8,13	0,0782	0,169	0,033
448	433	7,3107	0,0151	7,5481	0,0165	0,2374	7,4294	0,1176	855	111	0,0111	6,66	0,0632	0,118	0,021
435	420	7,5152	0,0163	7,7721	0,0180	0,2570	7,6437	0,1310	855	111	0,0111	8,22	0,0780	0,134	0,024
423	408	7,7188	0,0176	7,9961	0,0194	0,2773	7,8575	0,1453	882	111	0,0111	10,67	0,1045	0,167	0,028
413	399	7,9007	0,0188	8,1762	0,0206	0,2756	8,0384	0,1583	882	139	0,0139	6,52	0,0799	0,128	0,024
402	389	8,1150	0,0202	8,3899	0,0221	0,2749	8,2524	0,1746	882	139	0,0139	7,26	0,0890	0,143	0,028
394	382	8,2812	0,0214	8,5488	0,0233	0,2676	8,4150	0,1877	1108	139	0,0139	7,22	0,1112	0,184	0,038
396	380	8,2388	0,0211	8,5957	0,0236	0,3569	8,4172	0,1878	1108	140	0,0140	8,87	0,1376	0,171	0,027
381	370	8,5721	0,0235	8,8410	0,0255	0,2689	8,7066	0,2129	1082	140	0,0140	8,03	0,1216	0,200	0,044
376	358	8,6916	0,0243	9,1615	0,0280	0,4699	8,9265	0,2332	1082	179	0,0179	7,05	0,1365	0,129	0,019
361	345	9,0785	0,0273	9,5458	0,0312	0,4673	9,3122	0,2721	1432	179	0,0179	7,86	0,2015	0,191	0,030
348	335	9,4534	0,0304	9,8718	0,0341	0,4185	9,6626	0,3112	1432	179	0,0179	7,13	0,1828	0,193	0,036
337	323	9,8043	0,0335	10,3039	0,0381	0,4996	10,0541	0,3589	1412	179	0,0179	8,32	0,2103	0,186	0,032
324	307	10,2660	0,0377	10,9628	0,0446	0,6968	10,6144	0,4354	1412	232	0,0232	8,50	0,2784	0,177	0,025
308	293	10,9185	0,0441	11,6355	0,0518	0,7170	11,2770	0,5394	1857	232	0,0232	8,45	0,3640	0,225	0,036
293	281	11,6355	0,0518	12,3016	0,0595	0,6660	11,9685	0,6646	1857	232	0,0232	8,30	0,3576	0,238	0,045
282	273	12,2424	0,0588	12,8013	0,0656	0,5589	12,5219	0,7778	1869	232	0,0232	8,12	0,3521	0,279	0,069
273	262	12,8013	0,0656	13,5766	0,0757	0,7753	13,1890	0,9300	1869	277	0,0277	8,41	0,4354	0,249	0,050
262	253	13,5766	0,0757	14,3023	0,0858	0,7256	13,9395	1,1243	2244	277	0,0277	8,90	0,5532	0,337	0,081
253	245	14,3023	0,0858	15,0310	0,0967	0,7288	14,6667	1,3365	2244	333	0,0333	6,96	0,5201	0,316	0,086
245	237	15,0310	0,0967	15,8547	0,1097	0,8237	15,4429	1,5905	2681	333	0,0333	8,79	0,7847	0,422	0,112
237	231	15,8547	0,1097	16,5465	0,1212	0,6918	16,2006	1,8682	2681	334	0,0334	7,93	0,7101	0,454	0,159
232	225	16,4263	0,1192	17,3132	0,1347	0,8869	16,8697	2,1379	2984	334	0,0334	8,48	0,8452	0,422	0,127
225	218	17,3132	0,1347	18,3196	0,1535	1,0064	17,8164	2,5622	2984	423	0,0423	9,61	1,2130	0,534	0,157
218	214	18,3196	0,1535	18,9580	0,1660	0,6384	18,6388	2,9752	3401	423	0,0423	7,35	1,0574	0,733	0,377
214	210	18,9580	0,1660	19,6497	0,1801	0,6917	19,3038	3,3383	3401	424	0,0424	7,01	1,0109	0,647	0,333
210	207	19,6497	0,1801	20,2075	0,1919	0,5578	19,9286	3,7057	3420	424	0,0424	7,72	1,1195	0,888	0,602
206	203	20,4015	0,1961	21,0097	0,2096	0,6082	20,7056	4,1981	3420	424	0,0424	7,96	1,1543	0,840	0,568
203	201	21,0097	0,2096	21,4385	0,2193	0,4288	21,2241	4,5502	3420	425	0,0425	7,16	1,0407	1,074	1,087

c - T - Diagramm der Vanadium - Messreihe (alle Messdaten)



c - T - Diagramm der Vanadium - Versuchsreihe (Ausschnitt)



Datenblatt 7

Wird Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

Versuchsreihe mit der Kupfer-Probe

Geschätzte Fehler:

$$\Delta U_{\text{Heiz}} = \pm 0,005 \text{ V}$$

$$\Delta I_{\text{Heiz}} = \pm 0,0002 \text{ A}$$

$$\Delta t_{\text{Heiz}} = \pm 0,20 \text{ s}$$

$$m_{\text{Kupfer}} = 424 \text{ g}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Kupfer}} = 6,677 \text{ mol}$$

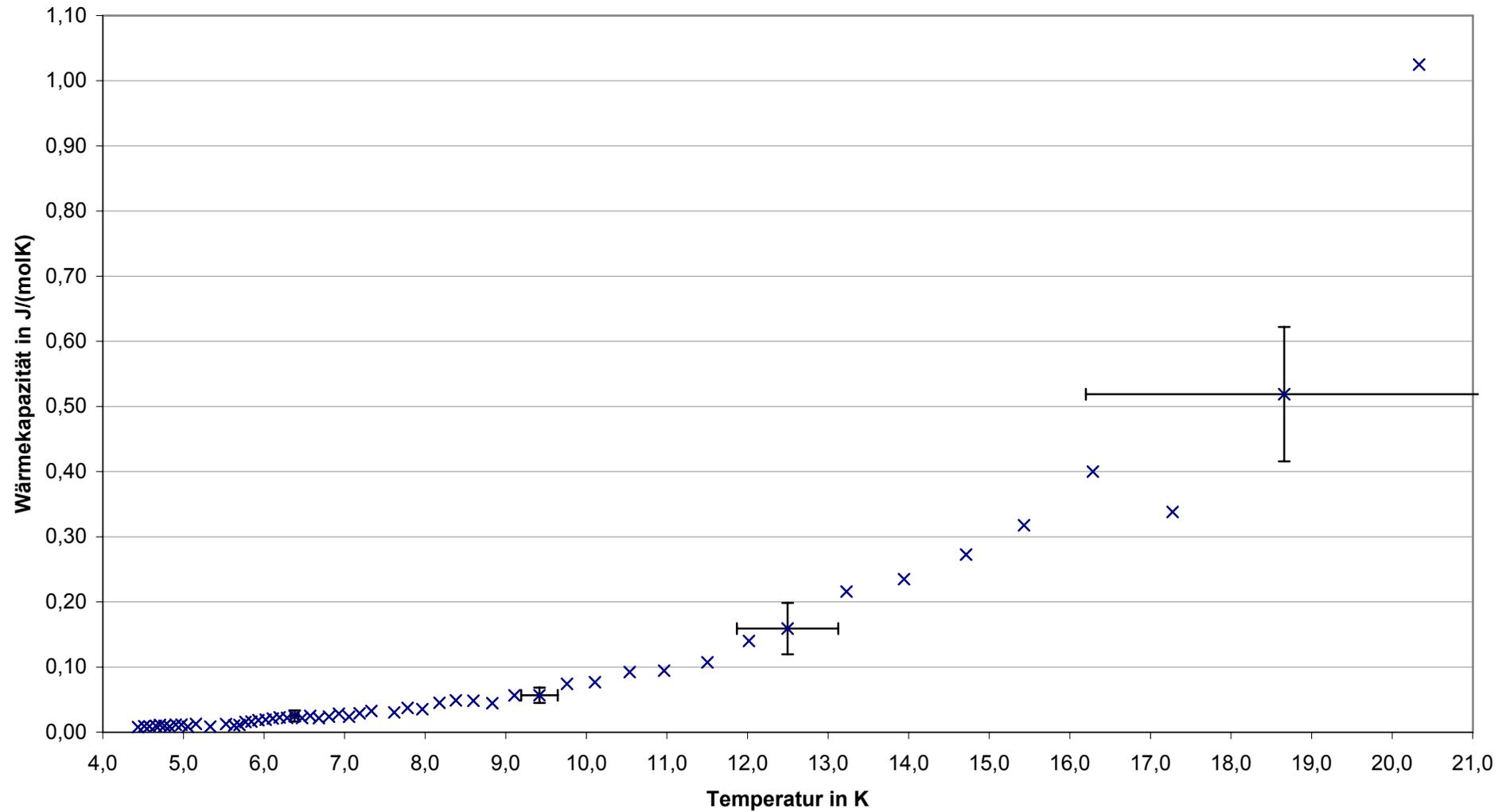
R _{vorher} in Ω	R _{nachher} in Ω	T _{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T _{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T _{Mittel} in K	Größt- fehler T _{Mittel} in K	T _{Mittel} ² in K ²	U _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in mV	I _{Heiz} in A	t _{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK	c/T in J/molK ²	log (T)	log (c)
1073	1038	4,3944	0,0024	4,4801	0,0025	0,0856	4,44	0,01	19,69	333	42	0,0042	3,21	0,0045	0,0079	0,0014	0,0018	0,216	-0,702
1034	1016	4,4902	0,0025	4,5370	0,0026	0,0467	4,51	0,01	20,37	333	42	0,0042	2,07	0,0029	0,0093	0,0025	0,0021	0,218	-0,677
1013	988	4,5449	0,0027	4,6131	0,0028	0,0682	4,58	0,01	20,97	333	42	0,0042	2,92	0,0041	0,0090	0,0019	0,0020	0,220	-0,682
980	965	4,6356	0,0028	4,6789	0,0029	0,0433	4,66	0,01	21,69	333	42	0,0042	2,04	0,0029	0,0099	0,0029	0,0021	0,223	-0,669
962	948	4,6878	0,0030	4,7297	0,0030	0,0420	4,71	0,01	22,17	336	42	0,0042	2,21	0,0031	0,0111	0,0033	0,0024	0,224	-0,651
945	928	4,7389	0,0031	4,7919	0,0032	0,0531	4,77	0,01	22,71	336	42	0,0042	2,47	0,0035	0,0098	0,0025	0,0021	0,226	-0,669
926	907	4,7983	0,0032	4,8603	0,0033	0,0620	4,83	0,02	23,32	424	42	0,0042	2,02	0,0036	0,0087	0,0023	0,0018	0,228	-0,687
904	884	4,8704	0,0034	4,9391	0,0035	0,0687	4,90	0,02	24,06	424	52	0,0052	2,40	0,0053	0,0115	0,0027	0,0024	0,230	-0,646
881	867	4,9497	0,0035	5,0001	0,0037	0,0504	4,97	0,02	24,75	426	52	0,0052	1,76	0,0039	0,0116	0,0035	0,0023	0,232	-0,645
865	840	5,0074	0,0037	5,1023	0,0039	0,0949	5,05	0,02	25,55	426	72	0,0072	1,75	0,0054	0,0085	0,0020	0,0017	0,235	-0,691
838	816	5,1102	0,0039	5,1992	0,0042	0,0890	5,15	0,02	26,57	610	72	0,0072	1,73	0,0076	0,0128	0,0031	0,0025	0,237	-0,631
812	760	5,2160	0,0042	5,4508	0,0048	0,2348	5,33	0,02	28,45	610	115	0,0115	1,93	0,0135	0,0086	0,0014	0,0016	0,242	-0,688
756	733	5,4703	0,0049	5,5870	0,0052	0,1167	5,53	0,03	30,57	805	115	0,0115	1,06	0,0098	0,0126	0,0037	0,0023	0,248	-0,633
731	719	5,5975	0,0053	5,6620	0,0055	0,0645	5,63	0,03	31,69	269	22	0,0022	7,49	0,0044	0,0103	0,0031	0,0018	0,250	-0,662
719	707	5,6620	0,0055	5,7289	0,0057	0,0669	5,70	0,03	32,44	269	51	0,0051	3,64	0,0050	0,0112	0,0031	0,0020	0,252	-0,651
706	694	5,7346	0,0057	5,8042	0,0059	0,0697	5,77	0,03	33,29	412	51	0,0051	3,47	0,0073	0,0157	0,0043	0,0027	0,254	-0,602
694	681	5,8042	0,0059	5,8828	0,0062	0,0785	5,84	0,04	34,15	412	51	0,0051	4,07	0,0086	0,0163	0,0041	0,0028	0,256	-0,596
680	667	5,8890	0,0062	5,9712	0,0065	0,0822	5,93	0,04	35,17	422	51	0,0051	4,69	0,0101	0,0184	0,0045	0,0031	0,258	-0,579
666	653	5,9776	0,0065	6,0638	0,0068	0,0862	6,02	0,04	36,25	422	52	0,0052	5,04	0,0111	0,0192	0,0046	0,0032	0,260	-0,572
652	641	6,0706	0,0068	6,1469	0,0071	0,0763	6,11	0,04	37,32	425	52	0,0052	4,84	0,0107	0,0210	0,0057	0,0034	0,262	-0,559
640	629	6,1540	0,0071	6,2335	0,0074	0,0796	6,19	0,04	38,36	425	51	0,0051	5,60	0,0121	0,0228	0,0061	0,0037	0,264	-0,547
628	616	6,2409	0,0074	6,3318	0,0077	0,0908	6,29	0,05	39,52	426	51	0,0051	6,12	0,0133	0,0219	0,0054	0,0035	0,266	-0,553
614	606	6,3473	0,0078	6,4106	0,0080	0,0633	6,38	0,05	40,69	426	52	0,0052	4,75	0,0105	0,0249	0,0084	0,0039	0,268	-0,535
605	592	6,4187	0,0081	6,5262	0,0085	0,1075	6,47	0,05	41,89	426	52	0,0052	7,07	0,0157	0,0218	0,0050	0,0034	0,270	-0,554
592	581	6,5262	0,0085	6,6215	0,0089	0,0953	6,57	0,06	43,21	426	51	0,0051	7,34	0,0159	0,0251	0,0064	0,0038	0,273	-0,534
580	569	6,6303	0,0089	6,7304	0,0093	0,1000	6,68	0,06	44,63	477	51	0,0051	5,93	0,0144	0,0216	0,0056	0,0032	0,275	-0,555

Datenblatt 8

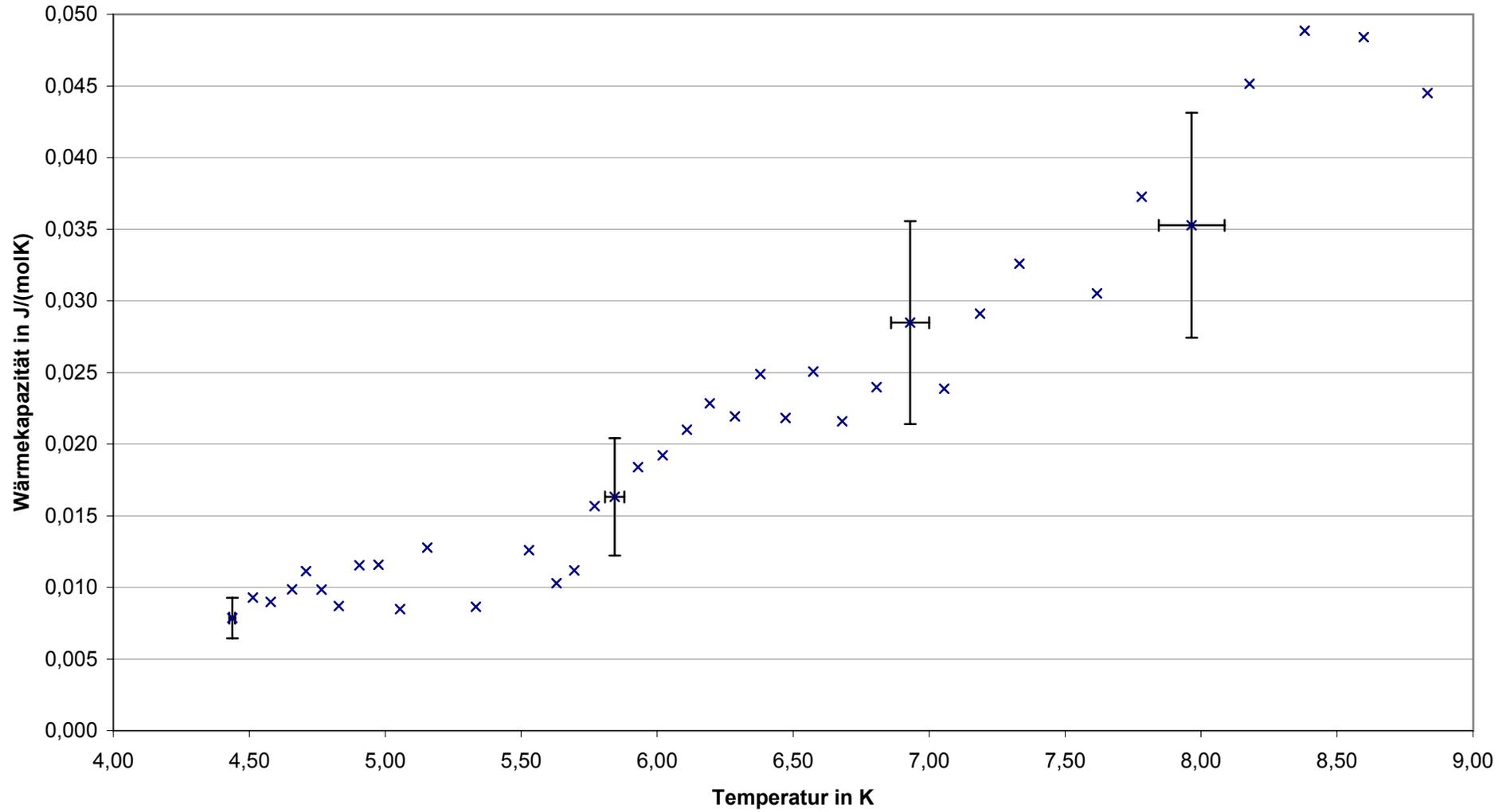
Dieses Dokument wird Ihnen vom Wirtschaftsphysik Alumni e.V. zur Verfügung gestellt.

R_{vorher} in Ω	R_{nachher} in Ω	T_{vorher} in K	Größt- fehler T in K	T_{nachher} in K	Größt- fehler T in K	dT in K	T_{Mittel} in K	Größt- fehler T_{Mittel} in K	T_{Mittel}^2 in K^2	U_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in mV	I_{Heiz} in A	t_{Heiz} in s	δQ in J	c in J/molK	Größt- fehler c in J/molK	c/T in J/molK ²	log (T)	log (c)
568	554	6,7397	0,0093	6,8743	0,0099	0,1346	6,81	0,07	46,34	477	60	0,0060	7,53	0,0216	0,0240	0,0050	0,0035	0,278	-0,540
554	543	6,8743	0,0099	6,9859	0,0104	0,1115	6,93	0,07	48,03	481	60	0,0060	7,35	0,0212	0,0285	0,0071	0,0041	0,280	-0,515
543	530	6,9859	0,0104	7,1248	0,0110	0,1390	7,06	0,08	49,78	481	69	0,0069	6,67	0,0221	0,0239	0,0052	0,0034	0,283	-0,541
530	519	7,1248	0,0110	7,2489	0,0116	0,1241	7,19	0,08	51,65	563	69	0,0069	6,21	0,0241	0,0291	0,0072	0,0041	0,286	-0,512
518	506	7,2605	0,0116	7,4041	0,0123	0,1435	7,33	0,09	53,76	563	69	0,0069	8,04	0,0312	0,0326	0,0073	0,0044	0,288	-0,496
496	483	7,5302	0,0129	7,7037	0,0138	0,1735	7,62	0,10	58,02	640	69	0,0069	8,01	0,0354	0,0305	0,0064	0,0040	0,294	-0,505
483	472	7,7037	0,0138	7,8599	0,0146	0,1561	7,78	0,11	60,56	640	78	0,0078	7,78	0,0388	0,0373	0,0088	0,0048	0,297	-0,476
471	459	7,8745	0,0147	8,0565	0,0157	0,1820	7,97	0,12	63,45	808	78	0,0078	6,80	0,0429	0,0353	0,0079	0,0044	0,300	-0,484
457	446	8,0880	0,0158	8,2676	0,0168	0,1797	8,18	0,13	66,88	808	97	0,0097	6,91	0,0542	0,0451	0,0105	0,0055	0,304	-0,448
445	434	8,2845	0,0169	8,4769	0,0181	0,1924	8,38	0,15	70,24	809	97	0,0097	8,00	0,0628	0,0489	0,0111	0,0058	0,308	-0,437
433	422	8,4951	0,0182	8,7017	0,0194	0,2066	8,60	0,16	73,93	809	95	0,0095	8,69	0,0668	0,0484	0,0109	0,0056	0,311	-0,438
421	410	8,7212	0,0195	8,9437	0,0209	0,2225	8,83	0,18	78,01	997	95	0,0095	6,98	0,0661	0,0445	0,0103	0,0050	0,315	-0,451
409	396	8,9647	0,0211	9,2506	0,0230	0,2859	9,11	0,20	82,95	997	122	0,0122	8,88	0,1080	0,0566	0,0108	0,0062	0,320	-0,416
395	383	9,2736	0,0231	9,5627	0,0251	0,2891	9,42	0,23	88,70	1257	122	0,0122	7,14	0,1095	0,0567	0,0118	0,0060	0,325	-0,415
381	370	9,6133	0,0255	9,9048	0,0276	0,2915	9,76	0,26	95,24	1257	150	0,0150	7,66	0,1444	0,0742	0,0162	0,0076	0,330	-0,377
369	357	9,9325	0,0278	10,2816	0,0305	0,3491	10,11	0,29	102,15	1433	150	0,0150	8,34	0,1793	0,0769	0,0154	0,0076	0,335	-0,371
355	343	10,3430	0,0309	10,7326	0,0341	0,3896	10,54	0,34	111,04	1433	171	0,0171	9,81	0,2404	0,0924	0,0180	0,0088	0,341	-0,345
342	331	10,7668	0,0344	11,1630	0,0377	0,3962	10,96	0,39	120,23	1658	171	0,0171	8,82	0,2501	0,0945	0,0199	0,0086	0,347	-0,341
328	317	11,2777	0,0388	11,7258	0,0428	0,4481	11,50	0,47	132,29	1658	269	0,0269	7,19	0,3207	0,1072	0,0226	0,0093	0,354	-0,323
315	306	11,8122	0,0436	12,2223	0,0476	0,4100	12,02	0,55	144,41	2274	269	0,0269	6,27	0,3835	0,1401	0,0356	0,0117	0,360	-0,285
305	296	12,2701	0,0480	12,7226	0,0526	0,4526	12,50	0,63	156,16	2274	272	0,0272	7,77	0,4806	0,1590	0,0394	0,0127	0,366	-0,266
292	282	12,9376	0,0549	13,5170	0,0612	0,5794	13,23	0,77	174,96	2276	272	0,0272	13,49	0,8351	0,2159	0,0462	0,0163	0,374	-0,222
281	270	13,5785	0,0619	14,3038	0,0703	0,7253	13,94	0,92	194,36	2276	268	0,0268	18,65	1,1376	0,2349	0,0449	0,0168	0,381	-0,210
269	260	14,3746	0,0711	15,0515	0,0795	0,6769	14,71	1,11	216,47	2299	268	0,0268	20,00	1,2323	0,2726	0,0627	0,0185	0,389	-0,188
260	251	15,0515	0,0795	15,8107	0,0895	0,7593	15,43	1,30	238,12	2299	272	0,0272	25,76	1,6108	0,3177	0,0721	0,0206	0,396	-0,166
250	242	15,9008	0,0907	16,6683	0,1015	0,7675	16,28	1,56	265,19	2340	272	0,0272	32,21	2,0501	0,4001	0,1009	0,0246	0,404	-0,133
242	231	16,6683	0,1015	17,8801	0,1196	1,2118	17,27	1,90	298,40	2340	398	0,0398	29,37	2,7353	0,3381	0,0613	0,0196	0,412	-0,157
230	220	18,0006	0,1215	19,3191	0,1431	1,3185	18,66	2,46	348,19	4825	398	0,0398	23,79	4,5685	0,5189	0,1031	0,0278	0,424	-0,095
218	209	19,6102	0,1481	21,0552	0,1741	1,4450	20,33	3,27	413,42	4825	703	0,0703	29,15	9,8876	1,0248	0,2210	0,0504	0,436	0,004

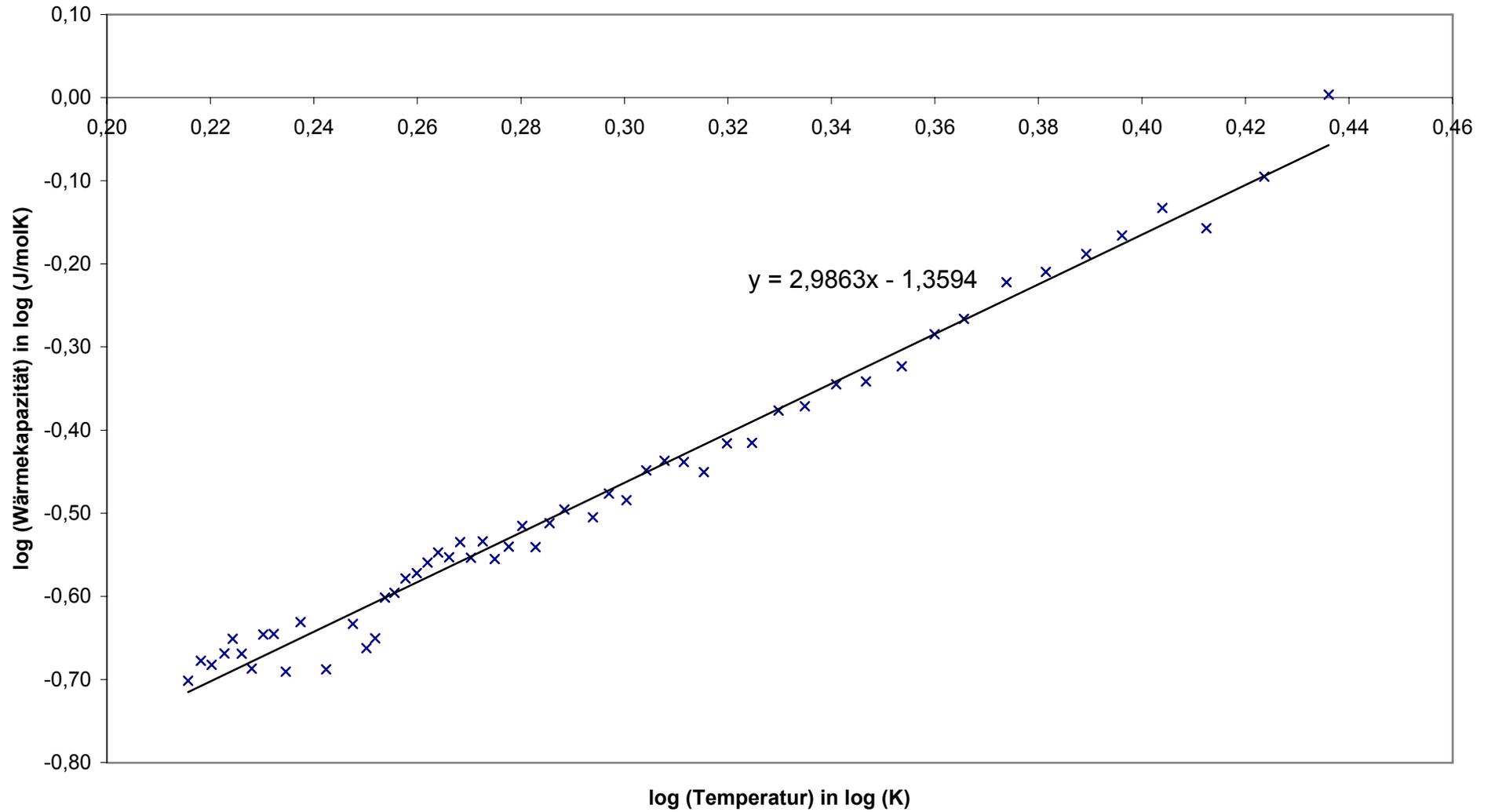
c - T - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe (alle Messdaten)



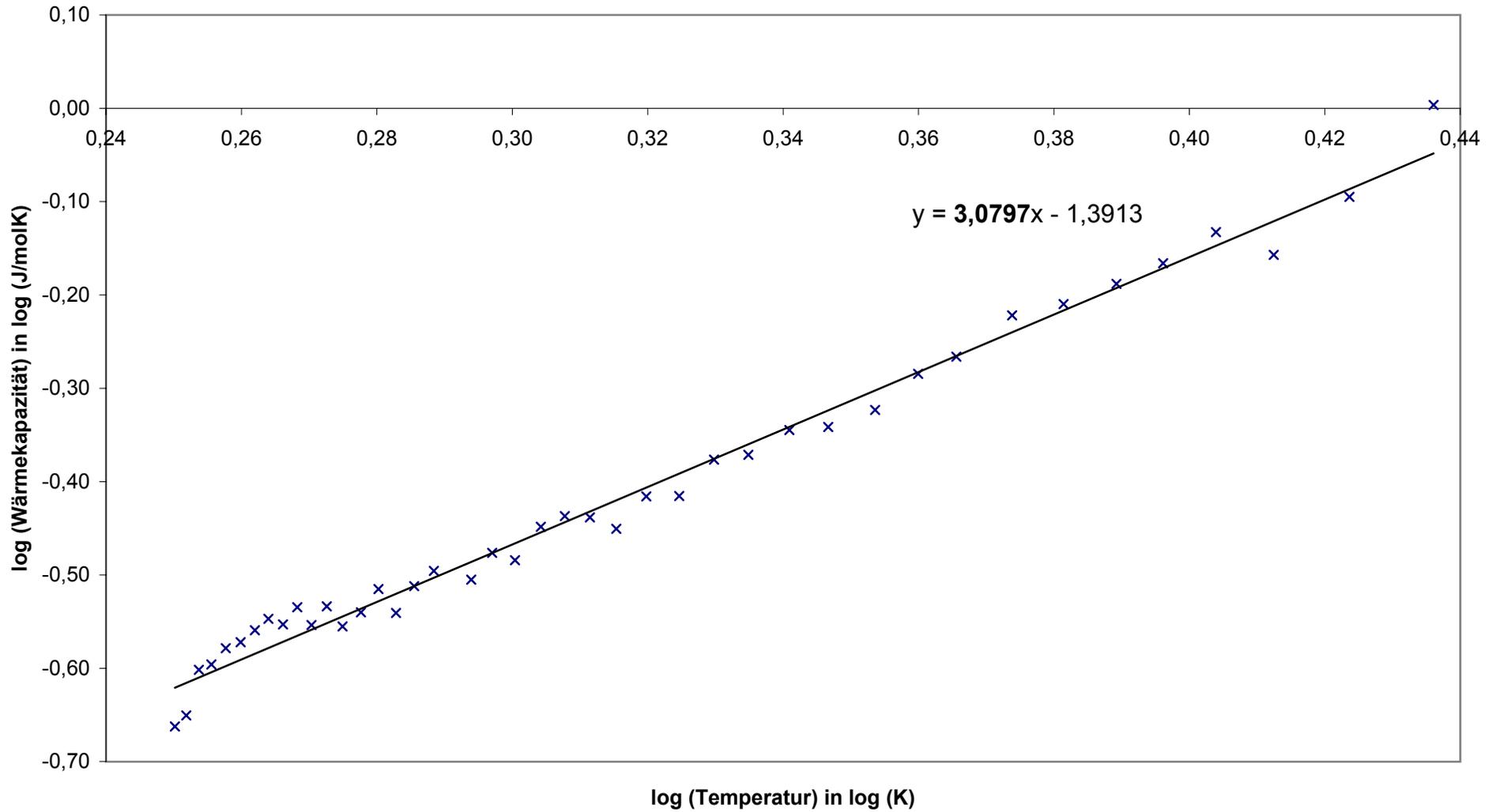
c - T - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe (Ausschnitt)



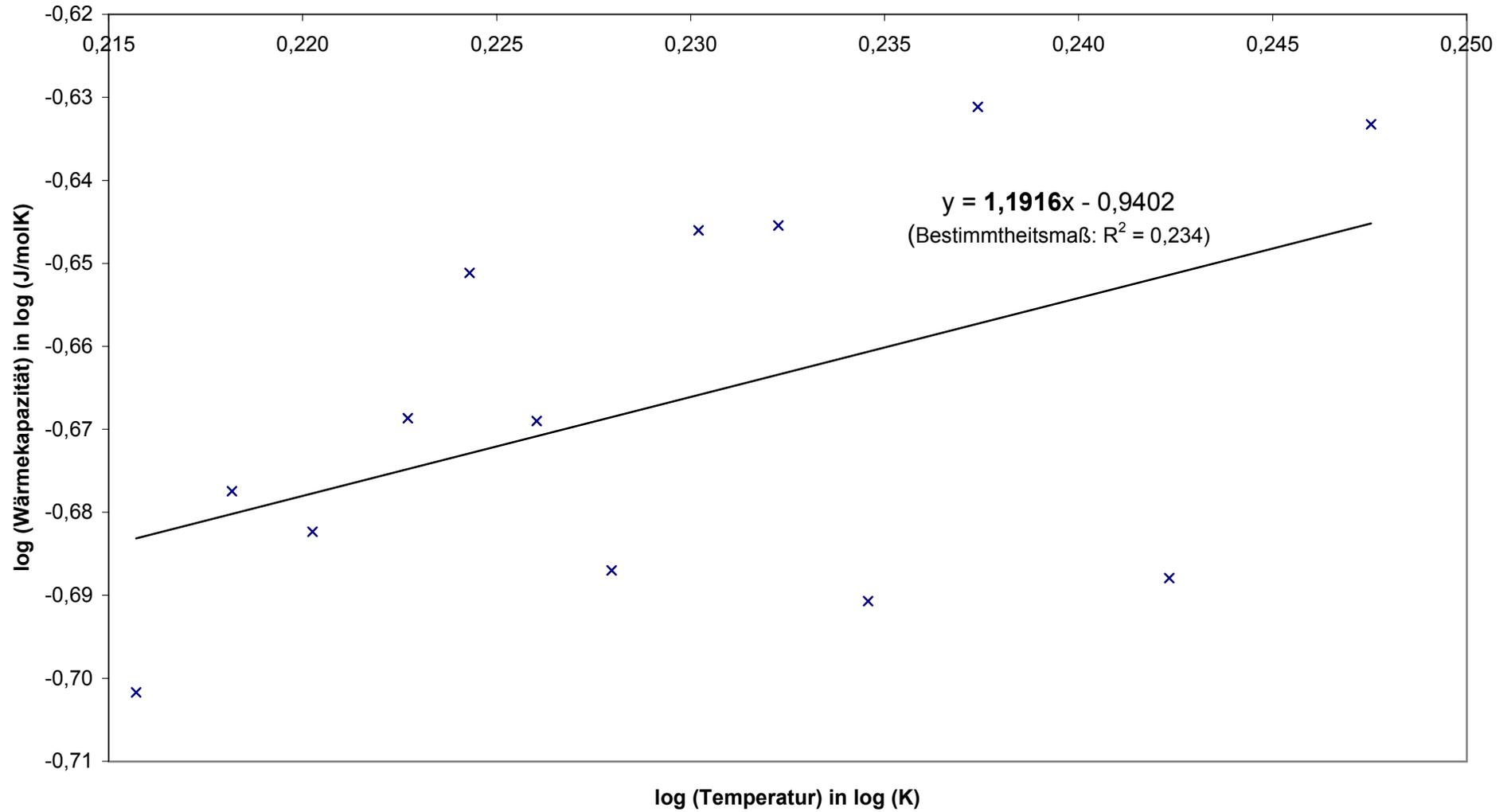
log(c) - log(T) - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe (gesamter Bereich)



log(c) - log(T) - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe ($\sim T^3$ - Bereich)



log(c) - log(T) - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe (~T - Bereich)



c/T - T² - Diagramm der Kupfer - Versuchsreihe

