

Fortgeschrittenenpraktikum der Physik
Universität Ulm

Der Mößbauer-Effekt

Sabrina Brieger
sabrina.brieger@student.uni-ulm.de

Michael-Stefan Rill
michael-stefan.rill@student.uni-ulm.de

Gruppennummer: 534

Durchgeführt am 18./25. Juli 2002

Erstabgabe am 29. August 2002

Betreuer: Dr. G. I. Asbach

Aktuelle Version vom 2. Oktober 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen der Kernphysik	2
1.1	Der subatomare Teilchenzoo	2
1.2	Kernzerfälle	4
1.2.1	α -Zerfall	4
1.2.2	β -Zerfall	5
1.2.3	γ -Zerfall	5
1.3	Die vier Wechselwirkungen	6
1.4	Kernmodelle	7
1.4.1	Das Schalenmodell	7
1.4.2	Das Tröpfchenmodell	8
1.5	Streuung von Teilchen	10
1.6	Der Compton-Effekt	12
1.7	Der Photo-Effekt	13
1.8	Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	14
1.8.1	Schwere geladene Teilchen	14
1.8.2	Elektronen	14
1.8.3	Photonen, Gammastrahlung	15
2	Der Mößbauereffekt	16
2.1	Einatomiges Gas	17
2.2	Übergang zum Gas bestehend aus Molekülen	18
2.3	Makroskopischer Kristall	19
2.4	Experimenteller Nachweis der Mößbauerlinie	20
2.5	Hyperfeinstrukturaufspaltung, Quadrupolaufspaltung, Isomerieverschiebung und quadratischer Dopplereffekt	20
3	Technische Grundlagen	22
3.1	Szintillationszähler	22
3.2	Strahlenschutz	22
4	Versuchsauswertung	24
4.1	Kanaleichung	24
4.2	Geometrieproblem und Totzeit	24
4.3	Spektrum von ^{137}Cs	25
4.4	Energie-Kanal-Zuordnung für Cäsium	26
4.5	Spektrum von ^{57}Co	27
4.6	Energie-Kanal-Zuordnung für Cobalt	28
4.7	Verschiedene Absorber und deren Wirkung auf Spektrallinien	28
4.7.1	Cobalt mit Plexiglas	29
4.7.2	Cobalt mit Aluminium	29
4.8	Der Mößbauer-Effekt	30
4.8.1	Einbau eines Edelstahl-Absorbers	30
4.8.2	Einbau eines Eisensulfat-Absorbers	31
4.8.3	Einbau eines Absorbers aus natürlichem Eisen	31
5	Fehlerdiskussion	33

1 Theoretische Grundlagen der Kernphysik

1.1 Der subatomare Teilchenzoo

Es ist nur ein paar Jahrhunderte her, dass man davon ausging, die Welt sei aus den vier Elementen Feuer, Wasser, Luft und Erde zusammengesetzt. Diese Vorstellung hatte sich seit alters her etabliert und wurde schließlich von der Entdeckung der chemischen Elemente abgelöst, die man zur damaligen Zeit für der Weisheit letzten Schluss hielt. Aber weit gefehlt! Man musste mit Beginn des Atomzeitalter erkennen, dass auch die chemischen Elemente noch nicht den Urstoff der Materie ausmachten, sondern wiederum aus kleineren Einheiten, den Neutronen, Protonen und Elektronen, bestanden. Nicht viel später kamen die Wissenschaftler auf die Idee nachzuschauen, ob diese Teilchen nicht aus weiteren, noch elementareren Teilchen zusammengesetzt sein könnten. Mit Hilfe von Streuexperimenten und zunehmend ausgefeilter Technik entdeckte man in den letzten Jahren weitere Grundbausteine, die aufgrund diverser physikalischer Eigenschaften in Gruppen unterteilt werden konnten.

Mit Hilfe der Quantenmechanik können wir alle Teilchen zunächst in Fermionen mit halbzahligem Spin und Bosonen mit ganzzahligem Spin einteilen. Fermionen unterliegen dem Pauli-Prinzip, nach dem zwei Teilchen nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen dürfen¹. Beispiele für Fermionen sind Leptonen und Baryonen. Beispiele für Bosonen sind das Photon und die Mesonen. Fermionen und Bosonen haben ihren Namen natürlich von der, aus der Quantenmechanik geläufigen, Fermi-Dirac- bzw. Bose-Einstein-Statistik. Unter den Bosonen spielen das Photon und die intermediären Vektorbosonen² W^+ , W^- und Z^0 eine besondere Rolle.

Das Photon: Dem Photon (γ -Quant) werden formal die Masse 0 und der Spin 1 zugeordnet; dies ist jedoch nicht ganz korrekt ausgedrückt, da sich das Photon per definitionem immer mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Trotzdem ist es vernünftig, von einer verschwindenden Photonenmasse zu sprechen, da für ein Lichtquant das Quadrat des Viererimpulses immer Null wird. Tatsächlich gibt es hier eine Ausnahme von der Regel, nämlich bei sogenannten "virtuellen" Photonen. Virtueller nennt man Teilchen, deren Viererimpulsquadrat nicht mit dem Quadrat ihrer Ruhemasse übereinstimmt. Es liegt hier demnach Energie-Nichterhaltung im Schutze der Unschärferelation vor, also nur für sehr kurze Zeiten. Virtuelle Teilchen können folglich nicht als freie Teilchen auftreten, sondern nur als ausgetauschte Quanten bei einem Wechselwirkungsprozess. Trotzdem "existieren" virtuelle Teilchen, wie hier an einem Beispiel erklärt werden soll: An Elektron-Positron-Speicherringen wie z.B. *DORIS* bei *DESY* in Hamburg treffen Elektronen und ihre Antiteilchen (Positronen), frontal aufeinander und annihilieren; ein möglicherweise irreführender Ausdruck, denn natürlich wird nichts vernichtet, sondern die Teilchen verschmelzen zu einem "Klumpchen" Energie, das die Quantenzahlen eines Photons hat und als schweres, virtuelles Lichtquant angesehen werden kann. Die Masse dieses Photons ist dann gleich der gesamten Schwerpunktsenergie von Elektron und Positron. Natürlich ahnt das Photon, dass es

¹... also nicht den gleichen Zustand einnehmen können

²Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung. Laut aktuellen Theorien vermutet man, dass jede der vier Wechselwirkungen (also Gravitation, schwache Wechselwirkung, elektromagnetische Wechselwirkung und starke Wechselwirkung) von einem sog. Eichboson übertragen wird (näheres dazu im Abschnitt 1.3).

sehr weit von seiner erlaubten Ruhemasse entfernt ist und entschließt sich, dieser unnatürlichen Situation durch Zerfall in beobachtbare Teilchen zu entgehen.

In enger Verbindung zu den Photonen stehen die Leptonen: die Elektronen z.B. können Photonen abstrahlen, und Photonen können (in Coulomb-Feldern) in Elektron-Positron-Paare konvertieren.

Die Leptonen: Das wohl bekannteste Elementarteilchen ist das Elektron. Dieses Teilchen ist in Form von Kathodenstrahlung als erstes Elementarteilchen nachgewiesen worden. Außer dem Elektron gibt es noch zwei weitere Leptonen, die viel schwerer sind als das Elektron: Myonen (μ) und Tauonen (τ). Das Myon ist etwa 200 mal schwerer als das Elektron; das Tauon hat mit über 3470 Elektronenmassen eine deutlich größere Masse als das Proton. Zur Gruppe der Leptonen gehören auch die Neutrinos. Der Name deutet an, dass sie sehr leicht und elektrisch neutral sind. Auch von den Neutrinos gibt es drei Arten: Elektronen-Neutrinos, Myonen-Neutrinos und Tauonen-Neutrinos. Diese Namen deuten schon an, dass man die Leptonen - ebenso wie die Quarks in drei Gruppen einteilt. Jedem Neutrino ist ein anderes Lepton zugeordnet und in bestimmten Reaktionen treten immer in charakteristischer Weise Tauonen-Neutrino mit Tauon, Elektronen-Neutrino mit Elektron und Myonen-Neutrino mit Myon gemeinsam auf.

Zu jedem Lepton gibt es ein entsprechendes Antiteilchen. Das erste Antiteilchen, das entdeckt wurde, ist das Anti-Elektron. Es hat deshalb einen eigenen Namen, man nennt es Positron. Es ist nicht experimentell bestätigt, dass die Anti-Neutrinos von den Neutrinos unterscheidbar sind.

Quarks: Aus Photonen und Leptonen lässt sich jedoch keine stabile Welt aufbauen. Dazu bedarf es der schweren Kerne der Atome, die aus Protonen und Neutronen, den Nukleonen, zusammengesetzt sind. Das Wort "zusammengesetzt" ist hier gerechtfertigt, da man Atomkerne auch wieder säuberlich in ihre Einzelteile zerlegen kann. Damit sind Nukleonen sicherlich elementarer als Kerne. Diese Nukleonen sind nach neueren Theorien wiederum aus Teilchen, den Quarks, aufgebaut. Interessanterweise kann man die Quarks nicht als freie Teilchen beobachten. Die Energie, die man bräuchte, um ein Proton in die drei Quarks zu zerlegen, reicht aus, um weitere Protonen oder andere aus Quarks aufgebaute Teilchen zu erzeugen. Die Quarks treten demnach immer in Gruppen auf. Versucht man diese Gruppen auseinander zu reißen, so bilden sich neue Quark-Paare und es entstehen andere Teilchen.

Quarks sind Fermionen mit gedrittelten Ladungen, d.h. man vermutet, dass sie je nach Typ entweder die Ladung $-\frac{1}{3}e$ oder $+\frac{2}{3}e$ haben, wobei e die Elementarladung ($\approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) ist. Wie auch bei den Leptonen gibt es bei den Quarks drei Familien. Die erste Familie wird von *up*- und *down*-Quarks gebildet (aus ihnen bestehen die Protonen und Neutronen). Die zweite Familie besteht aus *strange*-Quark und *charm*-Quark und die dritte aus *bottom*- und *top*-Quark.

Die Hadronen: Grundsätzlich lassen sich die Hadronen aufgrund der Quark-Konfiguration in zwei Untergruppen unterteilen.

- Baryonen: Sie sind aus je drei Quarks zusammengesetzte Teilchen und haben deshalb einen halbzahligen Spin. Der Name kommt aus dem Griechischen und bedeutet "schwere

Teilchen". Da man aus sechs unterschiedlichen Quarks sehr viele Dreier-Kombinationen (Triplets) zusammenstellen kann, gibt es überaus viele Vertreter dieser Gruppe. Die prominentesten unter ihnen sind die Protonen und Neutronen.

- Mesonen: Dies sind zusammengesetzte Teilchen, die aus einer geraden Anzahl von Quarks bestehen (\Rightarrow ganzzahliger Spin). Sie sind nicht stabil und kommen daher in gewöhnlicher Materie nicht vor, können aber in Teilchenbeschleunigern erzeugt werden. Eine besondere Erwähnung verdienen die Pi-Mesonen oder Pionen (π). Sie kommen als neutrale, als positiv und negativ geladene Teilchen vor. Das negative Pi-Meson ist dabei das Antiteilchen des positiven Pi-Mesons. Das positive Pi-Meson besteht aus einem *up*-Quark und einem Anti-*down*-Quark und kann ein Neutron in ein Proton umwandeln. Das negative Pi-Meson dagegen kann ein Proton in ein Neutron umwandeln. Der Austausch von Pi-Mesonen ist eine Möglichkeit, die wechselseitige Anziehung von den Protonen und Neutronen im Atomkern zu erklären. Pi-Mesonen übertragen also die starke Kernkraft.

1.2 Kernzerfälle

Der Kern- oder auch radioaktive Zerfall ist ein statistischer Prozess, bei dem instabile Nuklide unter Emission von Teilchen bzw. Photonen über radioaktive Zerfallsreihen in stabile Nuklide übergehen. Die Zerfallskonstante λ beschreibt die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte radioaktive Zerfallsart und ist für jeden Kern kennzeichnend: Sie gibt den Bruchteil der Kerne an, die pro Sekunde zerfallen. Für die Zahl der Zerfälle im Zeitintervall dt bei einer Zahl N von radioaktiven Kernen folgt dann

$$dN = -\lambda N dt \quad (1)$$

Der radioaktive Zerfall folgt also einem exponentiellen Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Unter der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ versteht man die Zeitspanne, nach der die ursprüngliche Zahl radioaktiver Kerne auf die Hälfte gesunken ist. Sie berechnet sich nach Umformung von (2) zu

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln 2 \quad (3)$$

In den folgenden Abschnitten sind nun die verschiedenen Arten von Zerfällen genauer beschrieben.

1.2.1 α -Zerfall

Der α -Zerfall ist eine Zerfallsart, die erst bei K Kernen mit hoher Massenzahl A auftritt. Bei ihr wird als sogenanntes α -Teilchen ein Heliumkern (bestehend aus zwei Neutronen und zwei Protonen) aus dem Atomkern emittiert. Führt man die Kernladungszahl Z ein, so lässt sich der Vorgang wie folgt beschreiben



Das Energiespektrum der emittierten α -Teilchen ist diskret. Die verschiedenen Linien bei einem Zerfall entsprechen unterschiedlichen Anregungszuständen des Endkerns. Um aus dem Kernverbund zu gelangen, müssen die α -Teilchen durch den Potentialwall tunneln, der als Überlagerung von Coulomb- und Kernpotential entsteht. α -Strahlung wirkt stark ionisierend und verursacht deshalb große biologische Schäden. Allerdings verliert sie so auch schnell an Energie, weshalb die Eindringtiefe in Materie sehr gering ist und α -Strahlung zum Beispiel schon durch ein Blatt Papier abgehalten werden kann.

1.2.2 β -Zerfall

Der β -Zerfall umfasst drei, von der schwachen Wechselwirkung hervorgerufene, Kernumwandlungen:

1. *Der β^- -Zerfall:* Der β^- -Zerfall ist der Zerfall eines Neutrons in ein Elektron, ein Proton und ein Antineutrino

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (5)$$

$$K_Z^A \rightarrow \bar{K}_{Z+1}^A + e^- + \bar{\nu}_e \quad (6)$$

Das Energiespektrum des emittierten Elektrons ist kontinuierlich, was so der Energie- und Drehimpulserhaltung widerspricht. Pauli führte zur Rettung des Energieerhaltungssatzes ein neutrales und deshalb nur sehr schwer beobachtbares Teilchen ein. Das sogenannte Neutrino soll den fehlenden Teil der Energie aufnehmen. Tatsächlich konnte es später auch experimentell nachgewiesen werden.

2. *Der β^+ -Zerfall:* Dieser Prozess ist der Zerfall eines Protons im Kern in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (7)$$

$$K_Z^A \rightarrow \bar{K}_{Z-1}^A + e^+ + \nu_e \quad (8)$$

3. *Der Elektroneneinfang:* Da die Hüllenelektronen eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern haben, kann es passieren, dass unter Einfang eines Elektrons durch ein Proton ein Neutron entsteht

$$K_Z^A + e^- \rightarrow \bar{K}_{Z-1}^A + \nu_e \quad (9)$$

Der Einfang eines Elektrons aus der K-Schale ist am wahrscheinlichsten. Die verbleibende Lücke wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale gefüllt, was zu einer charakteristischen Strahlung infolge des Einfangs führt.

1.2.3 γ -Zerfall

γ -Strahlung ist die Entsendung eines hochfrequenten Photons aus einem Kern, der zuvor in einem angeregten Zustand vorlag

$$K_Z^A \rightarrow K_Z^A + \gamma \quad (10)$$

Die Anregung des Kerns kann verschiedene Ursachen haben: Nach einem α - oder β -Zerfall kann ein angeregter Zustand des Kerns verbleiben. Ebenfalls kann dies infolge eines Nukleoneneinfangs im Kern oder eines inelastischen Stoßes mit einem anderen Kern auftreten.

1.3 Die vier Wechselwirkungen

Zwischen den Elementarteilchen treten Wechselwirkungen auf, die durch den Austausch von anderen Elementarteilchen beschrieben werden können. Diese Teilchen bezeichnet man als Feldquanten oder Eichbosonen. Sie sind alle masselos und besitzen als Bosonen einen ganzzahligen Spin. Bisher sind vier verschiedene Wechselwirkungen bekannt:

1. **Gravitations-Wechselwirkung:** ... wirkt zwischen allen massebehafteten Teilchen, mit unendlicher Reichweite. Das Feldquant ist das bisher nur theoretisch postulierte Graviton.
2. **Schwache Wechselwirkung:** Ihr unterliegen Leptonen und Hadronen. Die Reichweite ist sehr gering, da die Austauscheteilchen (W- und Z-Bosonen) eine hohe Ruheenergie und damit eine kurze Lebensdauer besitzen und so keine weiten Strecken zurücklegen können. Dies folgt aus der Unschärferelation für Energie und Zeit $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Die schwache Wechselwirkung ist verantwortlich für den β -Zerfall.
3. **Elektromagnetische Wechselwirkung:** ... findet zwischen allen geladenen Teilchen mit theoretisch unendlicher Reichweite statt, allerdings wird die elektromagnetische Wechselwirkung in der Realität durch vorhandene Ladungsverteilungen abgeschirmt. Die Feldquanten bezeichnet man als Photonen.
4. **Starke Wechselwirkung:** Die starke Wechselwirkung ist für den Zusammenhalt der Kernbausteine verantwortlich und führt damit zur Bildung von stabilen Kernen. Sie ist die Erklärung weshalb der Kern nicht aufgrund der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen den Protonen auseinander bricht. Die starke Wechselwirkung findet zwischen Quarks statt. Das Eichboson heißt hier Gluon (von *glue* = kleben, da es die Kernteilchen zusammenklebt).

Teilchen	Ladung	m_0/MeV	F_{grav}	F_{elek}	F_{stark}	F_{schw}	magn. Moment μ	Spin
Elektron	e^-	0.510999	+	+	-	+	$+1.00116\mu_B$	1/2
Proton	e^+	938.272	+	+	+	+	$+2.79285\mu_K$	1/2
Neutron	0	939.566	+	-	+	+	$-1.91304\mu_K$	1/2
(e^-) -Neutrino	0	$< 7.3 \cdot 10^{-6}$	+	-	-	+	$< 1.08 \cdot 10^{-9}$	1/2

Tabelle 1: Übersicht über den Zusammenhang zwischen den Elementarteilchen und den Wechselwirkungen. Hierbei sind $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.78838 \cdot 10^{-5} \text{ T}^{-1}\text{eV}$ das Bohrsche Magneton und $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.15245 \cdot 10^{-8} \text{ T}^{-1}\text{eV}$ das dazu analoge Kernmagneton.

1.4 Kernmodelle

Die große Anzahl an Erscheinungen und Verhaltensweisen der Atomkerne (z.B. Anregungszustände und innere Bewegungen) müssen mit mathematisch und physikalisch konsistenten Modellen beschrieben werden. Die Qualität und der Gültigkeitsbereich einer Theorie werden daran gemessen, inwieweit die Phänomene richtig wiedergegeben und nachprüfbar Folgerungen vorhergesagt werden.

Die Ansätze zur modellmäßigen Beschreibung der Kernstrukturen basieren auf unterschiedlichen Voraussetzungen. Sie lassen sich in ein grobes Schema fassen, wobei jedoch keine scharfen Abgrenzungen existieren. Leichte Kerne mit Protonen- und Neutronenzahlen < 20 werden mit mikroskopischen Ansätzen von Potentialen beschrieben. Das Problem dieser Methode liegt in der Behandlung der zahlreichen Freiheitsgrade und der dadurch sehr komplizierten Lösung der Schrödinger-Gleichung. Für einen weiten Bereich der Beschreibung mittelschwerer Kerne haben sich die phänomenologischen Modelle als geeignete Näherung erwiesen. Prinzipiell unterscheidet man dabei zwischen zwei Arten von Kernmodellen:

1. In Einteilchenmodellen wird angenommen, dass sich die Nukleonen in erster Ordnung fast unabhängig voneinander in einem gemeinsamen Kernpotential bewegen. Ein Beispiel für solch ein Einteilchenmodell ist das sog. *Schalenmodell*.
2. Bei kollektiven Modellen, wie z.B. dem *Tröpfchenmodell*, geht man hingegen davon aus, dass die Nukleonen stark miteinander wechselwirken.

Schließlich wird versucht, die schweren Kerne mit statistischen Methoden zu beschreiben, die auf der Annahme mittlerer Felder beruhen, wie sie aus Potentialen ableitbar sind, die durch die Dichteverteilung der Nukleonen erzeugt werden.

Bevor die beiden wichtigsten Modelle näher erläutert werden, sei hier noch eine wichtige Bemerkung angebracht: Jedes Modell erlaubt, einzelne Fakten den experimentellen Werten entsprechend zu erklären, z.B. niedrig liegende Anregungszustände, andere Erscheinungen können jedoch nicht richtig wiedergegeben werden.

1.4.1 Das Schalenmodell

Empirische Hinweise deuten auf eine Schalenstruktur des Atomkerns hin, wie beispielsweise die sogenannten "magischen Zahlen" 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Kerne, bei denen die Neutronenzahl N oder die Protonenzahl Z eine magische Zahl ist, erweisen sich nämlich als besonders stabil. Solche Kerne besitzen eine besonders hohe Separationsenergie für ein einzelnes Nukleon, gleichzeitig ist die Separationsenergie für ein weiteres hinzugefügtes Nukleon wesentlich kleiner. Kurzum, solche Phänomene sind uns aus der Physik der Elektronen in der Atomhülle bekannt: Wir wissen, dass Edelgase mit abgeschlossener Valenzschale sehr große Ionisationsenergien aufweisen, während man bei Alkalimetallen, welche in ihrer Atomhülle gerade ein Elektron zuviel besitzen, sehr kleine Ionisationsenergien feststellt. Ist nun Z oder N eine magische Zahl, so gibt es besonders viele stabile Kerne mit dieser Protonen- bzw. Neutronenzahl. Beispielsweise findet man sechs Kerne mit $N = 50$ bzw. sieben Kerne mit $N = 82$. Von Sn ($Z = 50$) existieren zehn

natürlich vorkommende Isotope. In Analogie zur Atomphysik ist man geneigt zu vermuten, magische Zahlen entsprächen gerade Schalenabschlüssen im Kern.

Bei der Formulierung des Schalenmodells stößt man jedoch auf eine Schwierigkeit, die bei der Elektronenhülle nicht besteht. Die Nukleonen bewegen sich nicht in einem Zentralfeld, das vom Zentrum des Kerns ausgeht. Der Ausweg besteht in einem unter der Bezeichnung *Hartree-Fock-Methode* bekannt gewordenen Verfahren der Quantenmechanik. Auf die Kerne übertragen wird angenommen, dass die stark miteinander wechselwirkenden Nukleonen ein mittleres Feld der Kernkräfte schaffen, in dem sie sich unabhängig voneinander bewegen können. Die Lösung erfolgt über eine Schrödingergleichung. Der Hamiltonian wird dadurch vereinfacht, indem die Summe über die Potentiale der Wechselwirkung V_{ij} zwischen den Nukleonen durch eine Summe über abstandsabhängige Potentiale $V(r_i)$ ersetzt wird. Die Form des Potentials $V(r_i)$ ist natürlich entscheidend für den Erfolg des Modells.

Der Hamiltonian wird folgendermaßen umgeschrieben:

$$H = \sum_i (T_i + V(r_i)) + \underbrace{\left(\sum_{ij} V(r_{ij}) - \sum_i V(r_i) \right)}_{V_R} \quad (11)$$

In der vereinfachten Betrachtung dieses Problems wird der Restwechselwirkungsterm V_R vernachlässigt. Dieses Modell liefert als Lösung die Energie-Eigenwerte der Hamiltonfunktion. Sehr gute Erfolge erzielt man bei der Erklärung der niedrigen magischen Zahlen. Bei den höheren Zahlen muss man allerdings weitere quantenmechanische Effekte wie z.B. die Spin-Bahn-Kopplung berücksichtigen.

1.4.2 Das Tröpfchenmodell

Eine überaus bemerkenswerte Eigenschaft der Kerne ist die annähernd konstante Kerndichte (das folgt aus der Beziehung $r_{Kern} = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, mit $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-15}$ m und $A = Z + N$). Die gleiche Tatsache gilt auch für Flüssigkeiten, und eines der früheren Kernmodelle wurde von Bohr und Weizsäcker nach dem Muster des Flüssigkeitstropfens gebildet. Dabei werden Kerne als nahezu inkompressible Flüssigkeitstropfen mit extrem hoher Dichte angesehen. Dieses Modell führt vor allem zum Verständnis der Bindungsenergien, die mit der Massenzahl größer werden.

Zunächst betrachte man einen Kern aus A Nukleonen (Z Protonen und N Neutronen). Die Gesamtmasse eines solchen Kerns sei wegen der Bindungsenergie B , die alle Nukleonen zusammenhält, etwas kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile. Für gebundene Zustände ist $B > 0$ und repräsentiert die Energie, die benötigt wird, um den Kern in seine Bestandteile zu zerlegen. B ist dabei gegeben durch

$$\frac{B}{c^2} = Zm_{Prot} + Nm_{Neut} - m_{Atom}(A, Z) \quad (12)$$

Es gilt also noch die Bindungsenergie zu bestimmen. Dabei müssen verschiedene Beiträge diskutiert werden, die zum Teil analog zum klassischen Flüssigkeitsmodell sind (1. und 2. Beitrag)

und zum Teil durch phänomenologische Terme ergänzt werden (3. bis 5. Beitrag). Alle Beiträge haben die Form $E_x = a_x A^y$, wobei a_x ein zu bestimmender Koeffizient und A die Nukleonenzahl ist.

1. Volumen- oder Kondensationsbeitrag: Mit wachsendem Volumen steigt die Bindungsenergie des Kerns linear an

$$E_V = +a_V A \quad (13)$$

2. Nukleonen an der Oberfläche haben weniger Bindungen und die endliche Größe eines realen Kerns führt zum Energiebeitrag E_O , der proportional zur Oberfläche $4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{\frac{2}{3}}$ ist und die Bindungsenergie verkleinert

$$E_O = -a_O A^{\frac{2}{3}} \quad (14)$$

3. Coulomb-Beitrag: Die Coulomb-Energie ergibt sich aus der abstoßenden elektrischen Kraft zwischen zwei Protonen. Dieser Beitrag bevorzugt Kerne mit Neutronenüberschuss.

$$E_C = -a_C Z^2 A^{-\frac{1}{3}} \quad (15)$$

4. Die Tatsache, dass nur Nuklide in einem schmalen Band stabil sind, wird durch einen weiteren Term, den Symmetrieterm, erklärt. Die Symmetrieenergie ergibt sich aus dem Ausschließungsprinzip, das vom Kern einen größeren Energieaufwand verlangt, wenn er Nukleonen einer Sorte aufbauen will.

$$E_S = -a_S \frac{(Z - N)^2}{A} \quad (16)$$

5. Aus der Systematik der Separationsenergien weiß man, dass gepaarte Nukleonen derselben Sorte stets eine besonders hohe Bindung bewirken. Wenn sowohl Z als auch N gerade sind (gg-Kern), ergibt sich eine besonders hohe, wenn Z und N beide ungerade sind (uu-Kern), eine besonders niedrige Bindungsenergie.

$$E_P = \begin{cases} +\delta & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- oder gu-Kerne} \\ -\delta & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$$

Fasst man nun alle Beiträge zusammen, so ergibt sich

$$B = E_V + E_O + E_C + E_S + E_P \quad (17)$$

$$\Rightarrow m_{Atom} = Z m_{Prot} + (A - Z) m_{Neut} - \frac{B}{c^2} \quad (18)$$

$$= Z m_{Prot} + (A - Z) m_{Neut} - a_V A + a_O A^{\frac{2}{3}} + a_C Z^2 A^{-\frac{1}{3}} + a_S \frac{(Z - N)^2}{A} \pm \delta \quad (19)$$

Letzterer Ausdruck ist auch unter dem Namen "Weizsäcker'sche Massenformel" bekannt. Sie ist erst ab etwa $A > 30$ anwendbar. Oberhalb von $A = 40$ werden die Bindungsenergien auf ca.

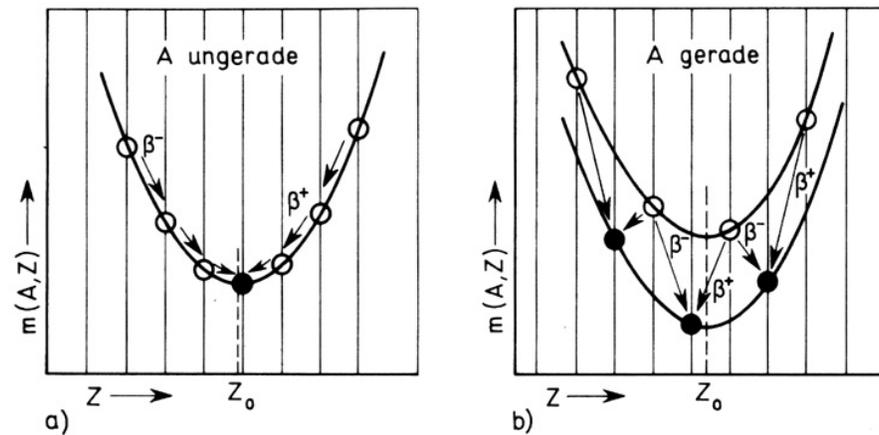


Abbildung 1: Energieverhältnisse bei Kernen mit gleichem A . Stabile Kerne sind durch gefüllte Kreise markiert. Quelle: [2]

1% genau wiedergegeben. Es ist recht erstaunlich, dass solch ein einfaches Modell zu einer so guten Beschreibung der Bindungsenergien führt!

Aus der Massenformel lassen sich eine Reihe wichtiger Gesetzmäßigkeiten ableiten. Dazu hält man zunächst A fest und variiert Z . Ein Blick auf die Gleichung (19) zeigt, dass sie quadratisch in Z ist. Für ungerades A erhält man deshalb eine Parabel von der Art wie in Abbildung 1a. Bei geradzahligem A ergeben sich wegen der Paarungsenergie $E_P = \pm\delta$ zwei getrennte Parabeln, je nachdem, ob man es mit einem gg-Kern oder einem uu-Kern zu tun hat (Abbildung 1b). Kerne mit benachbartem Z können durch Emission eines β^+ - oder β^- -Teilchens ineinander übergehen. Man liest also die Regel ab, dass es für ungerades A stets nur ein stabiles Isobar³ gibt, während bei geradem A mehrere stabile Isobare möglich sind.

1.5 Streuung von Teilchen

Ein wesentlicher Teil der Kenntnisse über die Wechselwirkungen zwischen Atomen, Kernen und Elementarteilchen sowie über die Struktur von Atomkernen und Atomhüllen stammt aus der Untersuchung von Streuprozessen. Wenn sich zwei Teilchen einander nähern, werden beide durch die gegenseitige Wechselwirkung abgelenkt. Dies gilt für den gesamten Bereich, in dem die Wechselwirkung spürbar ist. Dadurch ändern beide Teilchen (unter Berücksichtigung der entsprechenden Erhaltungssätze) ihren Impuls und oft auch ihre Energie.

Im folgenden sind die verschiedenen Stoß-Typen aufgelistet:

- *Elastische Stöße*: Die gesamte kinetische Energie bleibt erhalten, wobei sich die kinetische Energie der einzelnen Teilchen im allgemeinen ändert.
- *Inelastische Stöße*: Die gesamte kinetische Energie nach dem Stoß ist kleiner als vor dem Stoß.

³Isobare sind Kerne mit gleicher Nukleonenzahl A und verschiedener Protonenzahl Z .

- *Superelastische Stöße*: Mindestens eines der Teilchen besaß vor dem dem Stoß innere Energie, die es ganz oder teilweise beim Stoß abgibt. Die kinetische Energie ist nach dem Stoß größer als vorher.

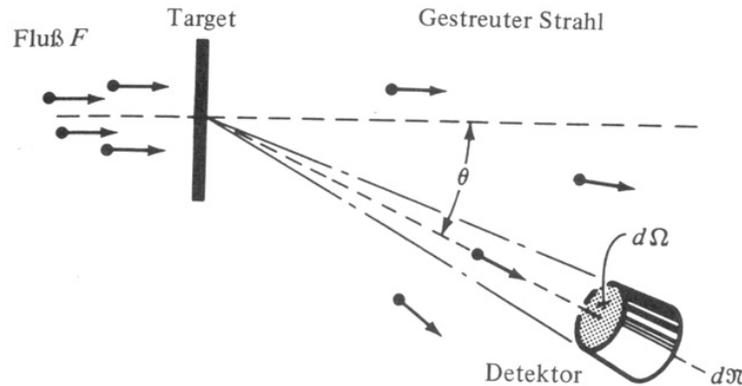


Abbildung 2: Ein monoenergetischer Strahl wird an einem Target gestreut. Der Zähler, mit dem die gestreuten Teilchen nachgewiesen werden, steht im Winkel Θ zum einfallenden Strahl und umfaßt den Raumwinkel $d\Omega$. Quelle: [3]

Zur Strukturuntersuchung in der subatomaren Physik geht man meist von elastischen Stößen aus. Weiter betrachtet man nicht Einzelstöße zwischen zwei Teilchen, sondern die Ablenkung eines ganzen Teilchenstrahls, der auf ein sogenanntes Target trifft. Das Stoßverhalten wird durch einen *Wirkungsquerschnitt* charakterisiert. Zur Definition des Wirkungsquerschnitts geht man von einem monoenergetischen Teilchenstrahl aus, dessen Fluss F definiert wird, als die Anzahl von Teilchen, die pro Flächen- und Zeiteinheit eine Fläche senkrecht zum Strahl durchqueren. Enthält der Strahl n_i Teilchen pro Volumeneinheit, die sich mit der Geschwindigkeit v auf das ruhende Target zubewegen, so ist der Fluss durch $F = n_i v$ gegeben.

Die am Target gestreuten Teilchen werden mit einem Detektor registriert, der alle um den Winkel Θ gestreuten Teilchen im Raumwinkelement $d\Omega$ nachweist. Die pro Zeiteinheit gemessene Anzahl $d\tilde{N}$ ist proportional zum einfallenden Fluss F , dem Raumwinkel $d\Omega$ und der Anzahl N der unabhängigen Streuzentren im Target

$$d\tilde{N} \sim FNd\Omega \quad (20)$$

$$d\tilde{N} = \sigma(\theta)FNd\Omega \quad (21)$$

Die Proportionalitätskonstante $\sigma(\theta)$ heißt *differentieller Wirkungsquerschnitt* und kann auch als

$$\sigma(\theta) = \frac{d\tilde{N}}{FNd\Omega} \quad (22)$$

geschrieben werden. Neben dem differentiellen betrachtet man noch den *totalen Wirkungsquerschnitt* über den gesamten Raumwinkel

$$\sigma_{total} = \int \sigma(\theta)d\Omega \quad (23)$$

Wirkungsquerschnitte haben die Dimension einer Fläche und werden üblicherweise in *barn* (b) angegeben, wobei $1b \equiv 10^{-24} \text{ cm}^2$.

1.6 Der Compton-Effekt

Im Photonenmodell wird der Compton-Effekt als direkter elastischer Stoß zwischen einem Photon der Energie $E_{\text{phot}} = h\nu$ und dem Impuls $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ und einem freien Elektron, das sich vorher in Ruhe befindet, betrachtet. Dabei tritt eine Änderung der Wellenlänge, bzw. der Frequenz des einfallenden Lichts auf, die daher rührt, dass das Photon einen Teil seines Impulses und seiner Energie auf das Elektron überträgt. Diese Änderung wächst mit dem Streuwinkel, ist aber unabhängig von der Wellenlänge des einfallenden Lichts.

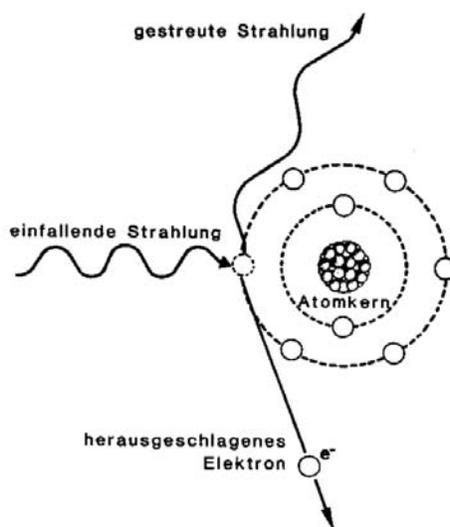


Abbildung 3: Ein Photon der einfallenden Strahlung kann aus der Elektronenhülle des Atoms ein Elektron heraus schlagen. Das Elektron verläßt das Atom, während das Photon mit geringerer Energie in eine andere Richtung gestreut wird.

Quelle: <http://www.geowiss.uni-hamburg.de/i-boden/lvradiop/pics/radio09.gif>

Da sich das Photon mit Lichtgeschwindigkeit bewegt und auch das Elektron nach dem Stoß hohe Geschwindigkeiten erreicht, müssen der relativistische Energie- und Impulserhaltungssatz angewendet werden

$$h\nu_o = h\nu_s + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 \quad (24)$$

$$\hbar\vec{k}_0 = \hbar\vec{k}_s + \frac{m_e \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (25)$$

Durch Quadrieren und Umformen erhält man dann die *Compton-Streufornel*

$$\Delta\nu = \frac{h}{m_e} \frac{\nu_o \nu_s}{c^2} (1 - \cos\varphi) \quad (26)$$

Mit $\lambda = \frac{c}{\nu}$ und $1 - \cos \varphi = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ geht der Ausdruck über in

$$\lambda_s = \lambda_0 + 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (27)$$

mit der *Compton-Wellenlänge*

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (28)$$

Die Compton-Wellenlänge gibt die Wellenlängenänderung bei einem Streuwinkel von $\varphi = 90^\circ$ an.

1.7 Der Photo-Effekt

Als Photo-Effekt bezeichnet man den Sachverhalt, dass Photonen Elektronen aus einem Material auslösen, auf das sie treffen. Diese durch Licht induzierte Elektronenemission kann quantitativ mit der Anordnung in Abbildung 4 gemessen werden.

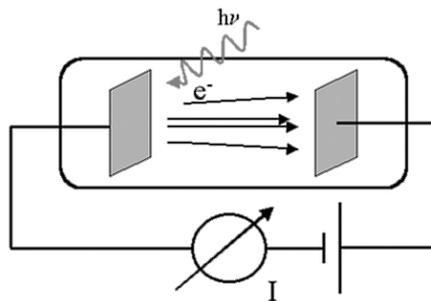


Abbildung 4: Schematischer Versuchsaufbau zur Messung des Photoeffekts. Die bestrahlte Platte in einem evakuierten Glaskolben dient als Kathode, der eine Anode gegenübersteht.

Quelle: <http://www.physik.fu-berlin.de/~paggel/exp3/bilder/photoeffekt1.gif>

Die bestrahlte Platte in einem evakuierten Glaskolben dient als Kathode, der eine Anode gegenübersteht. Der Photostrom $I_{ph}(U)$ wird mit einem Amperemeter als Funktion der Spannung U zwischen Anode und Kathode gemessen. Er beginnt bereits bei einer negativen Gegenspannung U_0 , wächst mit abnehmender Gegenspannung an, bis er einen konstanten Sättigungswert I_s erreicht. Die Photoelektronen müssen also eine kinetische Energie $E_{kin} \leq e \cdot U_0$ haben. Durch sorgfältige Messungen findet man weitere Resultate

- Die kinetische Energie der Photoelektronen ist nur von der Frequenz und nicht von der Intensität des einfallenden Strahls abhängig.
- Die Zahl der Photoelektronen ist proportional zur Lichtintensität.
- Zwischen Lichteinfall und Elektronenaustritt gibt es keine messbare Verzögerung.

Einstein erklärte die experimentellen Befunde folgendermaßen: Jedes absorbierte Photon gibt seine Energie $h\nu$ vollständig an ein Photoelektron ab. Für die maximale kinetische Energie der Photoelektronen folgt dann aus dem Energiesatz

$$E = h\nu - W_a = -e \cdot U_0 \quad (29)$$

wobei W_a die Austrittsarbeit des Kathodenmaterials ist, d.h. die Energie, die aufgebracht werden muss, um das Elektron gegen die bindenden Kräfte im Material aus diesem ins Vakuum zu bringen. Trägt man $-e \cdot U_0$ gegen ν auf, erhält man eine Gerade mit dem y-Achsenabschnitt W_a und der Steigung h . So lassen sich die Austrittsarbeit und das Plancksche Wirkungsquantum bestimmen.

1.8 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Für alle Arten von Strahlung gilt, dass zwar auch Wechselwirkung mit den Kernen stattfindet, der hauptsächliche Energieverlust und die meisten Streueffekte aber aus den Wechselwirkungen mit den Elektronen der Atome entstehen .

1.8.1 Schwere geladene Teilchen

Der Energieverlust schwerer geladener Teilchen hängt von deren Geschwindigkeit ab und ist proportional zum Quadrat der Teilchenladung und zur Anzahl der Elektronen im Absorber. Die Masse spielt keine Rolle, solange sie groß gegenüber der Elektronenmasse ist. Schwere geladene Teilchen verlieren über die Coulomb-Wechselwirkung Energie durch Stöße mit den Elektronen. Die Elektronen können dabei auf höhere diskrete Energieniveaus angehoben werden (Anregung) oder aus dem Atom gestoßen werden (Ionisation), wobei die Ionisation bei Teilchen mit großer Energie überwiegt. Da über die Ionisation viel Energie abgegeben wird, ist die Reichweite sehr klein, die Strahlung aber sehr gefährlich.

1.8.2 Elektronen

Bei Elektronen werden zwei verschiedene Energiebereiche unter- und oberhalb einer *kritischen Energie* getrennt betrachtet. Diese kritische Energie ist durch $E_c \approx \frac{600 \text{ MeV}}{Q}$ gegeben, wobei Q die Ladungszahl der bremsenden Atome im Absorber ist. Für Energien kleiner E_c überwiegen Energieverluste durch Anregung und Ionisation, während bei größeren Energien hauptsächlich Strahlungsverluste eine Rolle spielen.

- *Ionisationsbereich:* In diesem Bereich ist der Energieverlust eines Elektrons und eines Protons gleicher Geschwindigkeit etwa derselbe. Ein Unterschied besteht allerdings darin, dass das Elektron aufgrund seiner geringeren Masse viele Streuungen um beträchtliche Winkel erfährt.
- *Strahlungsbereich:* Auf das geladene Elektron, das an einem Kern mit Ladung $Z \cdot e$ vorbeifliegt, wirkt die Coulomb-Kraft und lenkt es ab (Coulomb-Streuung). Durch diese Ablenkung wird das Elektron beschleunigt und strahlt damit Energie ab. Diese Strahlung

wird als *Bremsstrahlung* bezeichnet. Die Energie eines einzelnen Elektrons nimmt zwar exponentiell ab, die Photonen der Bremsstrahlung jedoch können wiederum Elektron-Positron-Paare erzeugen, so dass ein Elektron einen ganzen Schauer erzeugt. Mit zunehmender Elektronenzahl nimmt die mittlere Energie pro Elektron bzw. pro Photon ab, die Photonen können keine Paare mehr erzeugen und der Schauer kommt zum Erliegen.

1.8.3 Photonen, Gammastrahlung

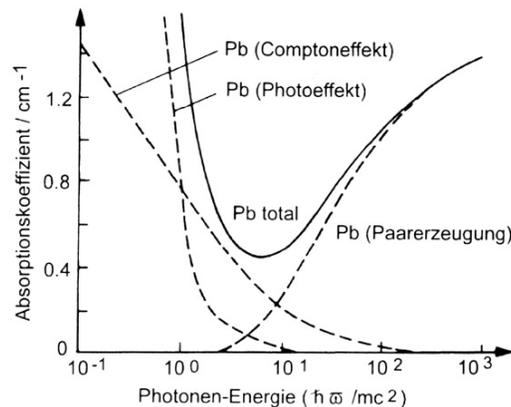


Abbildung 5: Energieabhängigkeit der Massenabsorptionskoeffizienten in Blei (Pb), aufgeteilt nach den einzelnen Prozessen. Quelle: [4]

Die Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie findet hauptsächlich über drei Prozesse statt:

- Photo-Effekt
- Compton-Effekt
- Paarbildung

Photo- und Compton-Effekt wurden bereits in Abschnitt 1.6 und 1.7 erklärt. Bei der Paarbildung zerfällt das Photon in ein Elektron-Positron-Paar. Diese Reaktion ist im freien Raum unmöglich, da Energie und Impuls beim Zerfall des Photons in zwei massive Teilchen nicht gleichzeitig erhalten bleiben können. Photo-Effekt und Paarbildung vernichten die einfallenden Photonen; bei der Compton-Streuung verlieren sie an Energie. Welcher der drei Effekte auftritt ist abhängig von der Energie der γ -Strahlung. Bei niedrigen Energien unterhalb weniger keV überwiegt der Photo-Effekt, der Compton-Effekt tritt kaum auf und die Paarbildung ist energetisch nicht möglich. Ab einer Energie von $2m_e c^2$ setzt die Paarbildung ein und überwiegt bald völlig. Der Absorptionskoeffizient μ setzt sich damit aus drei Summanden zusammen

$$\mu = \mu_{Photo} + \mu_{Compton} + \mu_{Paar} \quad (30)$$

2 Der Mößbauereffekt

Versuche bei den Atomkernen mit γ -Strahlung Resonanzabsorption auszulösen, schlugen lange Zeit fehl. Energie und Impuls der Kern- γ -Quanten sind hier um mehrere Größenordnungen größer als die der Lichtquanten, so dass der Impuls- und Energieübertrag auf den Atomkern bei Emission und Absorption nicht mehr vernachlässigt werden darf. Das Verhältnis aus Atom- und Kernanregungsenergie liegt in der Größenordnung von etwa 10^{-11} .

Die Entdeckung und richtige Interpretation der rückstoßenergiefreien Emission bzw. Absorption von γ -Quanten durch Atomkerne geht auf eine Arbeit von R.L. Mößbauer aus dem Jahre 1957 zurück. Mößbauer experimentierte mit der 129 keV Strahlung des ^{191}Ir in einem natürlichen Iridiumkristall. Unter dem Begriff "Mößbauer-Effekt" versteht man die Tatsache, dass im Frequenzspektrum, das ein Kristall aussendet, eine Hauptlinie großer Intensität existiert, die eine Halbwertsbreite hat, die der natürlichen Linienbreite entspricht und die quasikontinuierlichen Nebenlinien weit überragt. Aufgrund dieser extremen relativen Energieschärfe können mit Hilfe der Mößbauerspektroskopie die verhältnismäßig kleinen Wechselwirkungsenergien zwischen den Elektronen und Atomkernen, die sogenannte Hyperfeinstruktur, die in der Größenordnung 10^{-7} eV liegen aufgelöst werden.

Zunächst sei im nächsten Paragraph erklärt, was es mit der natürlichen Linienbreite und dem Debye-Waller-Faktor auf sich hat. Um das Zustandekommen der Hauptlinie zu verstehen, wird dann in Abschnitt 2.1 das Emissionsverhalten eines einatomigen Gases, danach das von Molekülen (Abschnitt 2.2) und schließlich das eines Kristalls (Abschnitt 2.3) betrachtet.

Natürliche Linienbreite: Geht ein Atomkern von einem angeregten Zustand $|a\rangle$ in den Grundzustand $|g\rangle$ über, so wird die Energie

$$E_a - E_g = \omega_0 \quad (31)$$

frei. Hierbei sei, wie im folgenden auch, das Einheitensystem so gewählt, dass $\hbar = c = 1$ gilt. Die frei werdende Energie kann auf zwei Arten abgeführt werden:

1. *Innere Umwandlung:* Darunter versteht man die Energieübertragung an ein Hüllenelektron. Ist die Energie groß genug, kann das Elektron den Atomverband verlassen. Das in der K- oder L-Schale entstandene Loch wird durch ein äußeres Elektron aufgefüllt. Dadurch wird Röntgenstrahlung emittiert.
2. Durch *Emission von elektromagnetischer Strahlung*, also γ -Quanten.

Betrachtet man die Emission von γ -Strahlung, so stellt man fest, dass die Intensitätsverteilung des emittierten Lichts keine scharfe Linie ergibt, sondern die Form einer Lorentzkurve mit der Halbwertsbreite ΔE hat. Der angeregte Zustand hat keine unendliche Lebensdauer τ . Aufgrund der Unschärferelation von Energie und Zeit (der Kommutator verschwindet nicht) muss bei einer endlichen Dauer des angeregten Zustandes auch die Varianz der Energie und daher der Frequenz ungleich Null sein

$$\Delta\tau \cdot \Delta E \geq 1 \quad (32)$$

Die Energie ist also um ΔE verschmiert, und die beim Übergang ausgesendeten γ -Strahlen sind damit nicht monochromatisch, sondern um die Mittenfrequenz ω_0 gestreut. Man erhält keine scharfe Linie, sondern ein Frequenzspektrum im Bereich $\Delta\omega$. $\omega(t)$ beziehungsweise $E(t)$ kann durch ein Fourierintegral dargestellt werden

$$w(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (33)$$

mit dem Fourierkoeffizient

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega(t) e^{i\omega t} dt \quad (34)$$

Für die Intensität des emittierten Lichts gilt $I(\omega) = |F(\omega)|^2$, woraus sich dann die besagte Lorentzkurve ergibt, die man als natürliche Linienbreite bezeichnet.

Debye-Waller-Faktor: Der Debye-Waller-Faktor $f_A(T)$ ist das Verhältnis der rückstoßfrei emittierten γ -Emissionen zu allen γ -Emissionen. Er kann somit nur zwischen 0 und 1 liegen. Allerdings kann er aufgrund der Nullpunktsschwingungen nicht gleich 0 und wegen der natürlichen Linienbreite nicht gleich 1 werden. Es gilt für den Debye-Waller-Faktor:

$$f_A(T) = \exp \left[-\frac{E_r}{2k_B\Theta_D} \left(1 + \frac{4T^2}{\Theta_D^2} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x}{e^x - 1} dx \right) \right] \quad (35)$$

$$\approx \exp \left[-\frac{E_r}{k_B\Theta_D} \left(\frac{3}{2} + \frac{\pi^2 T^2}{\Theta_D^2} \right) \right] \text{ für } T \leq \Theta_D \quad (36)$$

wobei T die absolute Temperatur, k_B die Boltzmann-Konstante, Θ_D die Debye-Temperatur und $E_r = \frac{E_0^2}{2mc^2}$ ist. Man erkennt, dass $f_A(T)$ mit wachsender Rückstoßenergie $\frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ kleiner wird. Man sollte deswegen die Energie der γ -Quanten beim Mößbauereffekt nicht zu hoch wählen⁴. Außerdem darf beim Versuch die Temperatur T nicht zu hoch werden, d.h. sie sollte kleiner als die Debye-Temperatur sein.

2.1 Einatomiges Gas

Ein Atom bewege sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} , habe die Masse M und damit den Impuls $\vec{p} = M\vec{v}$. Es besitzt dann die kinetische Energie $E_{kin} = \frac{\vec{p}^2}{2M}$. Für die Gesamtenergie im angeregten Zustand erhält man daraus $E_{ges} = E_a + \frac{\vec{p}^2}{2M}$. Wird nun ein γ -Quant mit dem Impuls $\vec{p}_\gamma = \vec{k}$ ⁵ emittiert, so hat das Atom nach der Impulserhaltung noch den Impuls $\vec{p} - \vec{k}$ woraus sich für

⁴Im Hinblick auf die Versuche mit ⁵⁷Co: Die besondere Bedeutung des 14,4 keV-Übergangs von ⁵⁷Co nach ⁵⁷Fe liegt darin, dass für diese Linie bei Zimmertemperatur $f_A(T) = 0,91$ ist. In vielen anderen Fällen müssen Quelle und Absorber beim Experiment gekühlt werden, um hinreichend große Werte für $f_A(T)$ zu erhalten.

⁵Beachten Sie, dass im folgenden zur vereinfachten Darstellung $\hbar \equiv c \equiv 1$ gilt!

die Gesamtenergie nach der Emission $E_{ges2} = E_g + \frac{\vec{p}-\vec{k}}{2M}$ ergibt. Für die Energiedifferenz, die auf das γ -Quant übertragen wird, erhält man folgenden Ausdruck

$$\begin{aligned}\omega &= E_{ges} - E_{ges2} \\ &= E_a - E_g + \frac{\vec{p}^2 - \vec{p} - \vec{k}}{2M} \\ &= \omega_0 + \frac{2\vec{p}\vec{k} - \vec{k}^2}{2M} \\ &= \omega_0 + \vec{v}\vec{k} - \frac{\vec{k}^2}{2M}\end{aligned}\quad (37)$$

Die Frequenz ω des ausgesandten Lichtes unterscheidet sich also von ω_0 um den konstanten Rückstoßeffect $-\frac{\vec{k}^2}{2M}$ und die geschwindigkeitsabhängige Dopplerverschiebung⁶ $\vec{v}\vec{k}$. Das Spektrum ist damit deutlich verbreitert und verschoben.

2.2 Übergang zum Gas bestehend aus Molekülen

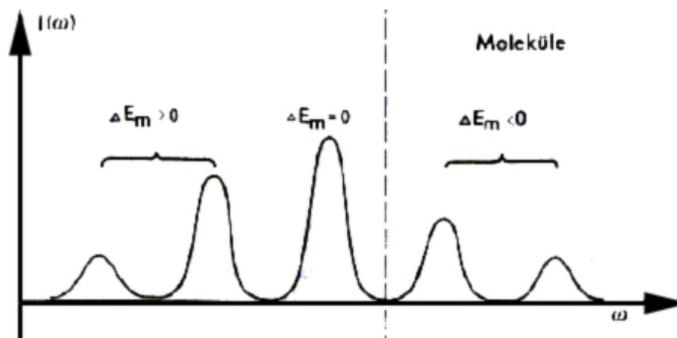


Abbildung 6: Die Kerne gehören zu mehratomigen Gasmolekülen. Die Molekül-Energie kann sich bei der γ -Emission um ΔE_m ändern. Quelle: [1]

Liegen Moleküle anstatt Atome vor, so müssen Rotations- und Schwingungsenergien berücksichtigt werden. Nach der Quantenmechanik gelten hierfür

$$E_{rot} = \frac{l(l+1)}{2\Theta} \quad (38)$$

$$E_{schw} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \Omega \quad (39)$$

⁶Unter der Dopplerverschiebung, bzw. dem Dopplereffekt versteht man, dass Frequenz und Wellenlänge die ein Beobachter wahrnimmt, sich ändern, sobald sich die Quelle und der Beobachter relativ zueinander bewegen. Auch in der Kernphysik kann man in der Praxis nicht von Teilchen ausgehen, die sich in Ruhe befinden. Tatsächlich befindet sich das emittierende und das absorbierende System in ständiger thermischer Bewegung. Diese Bewegung induziert eine zusätzliche Linienverbreiterung durch den Dopplereffekt. Der Dopplereffekt ist auch für den Mößbauer-Versuch selbst fundamental wichtig (siehe Abschnitt 2.4).

mit dem Trägheitsmoment Θ des Moleküls, der Kreisfrequenz Ω , mit der die Atome schwingen und der Drehimpulsquantenzahl $l = 0, 1, 2, \dots$. Da sich bei der Emission eines γ -Quants auch der Rotations- bzw. Schwingungszustand des Moleküls ändern kann, muss im Vergleich zum einatomigen Gas noch ein weiterer Term im ausgesandten Frequenzspektrum berücksichtigt werden:

$$\omega = \omega_0 + \vec{k}\vec{v} - \frac{\vec{k}^2}{2M}\Delta E_m(l', l, n', n) \quad (40)$$

mit

$$\Delta E_m(l', l, n', n) = \frac{l'(l' + 1) - l(l + 1)}{2\Theta} + (n' - n)\Omega \quad (41)$$

Dieser zusätzliche Term führt dazu, dass im Spektrum neben einer Hauptlinie weitere Nebenlinien auftreten. Ein weiterer Unterschied zum einatomigen Gas besteht darin, dass aufgrund der größeren Massen die Geschwindigkeiten der Moleküle kleiner und damit Rückstoßverschiebung und Dopplerverbreiterung geringer sind. Siehe dazu Abbildung 6.

2.3 Makroskopischer Kristall

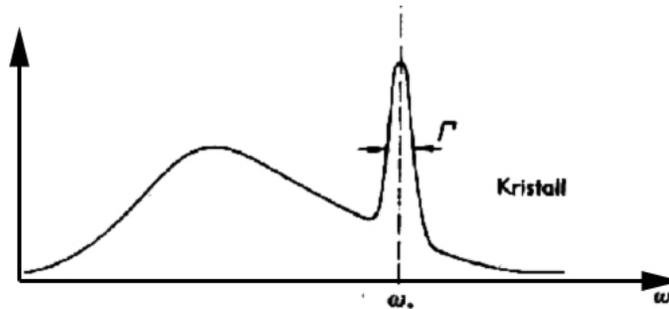


Abbildung 7: Frequenzspektrum einer kristallinen γ -Quelle. Quelle: [1]

M und \vec{v} sind jetzt Masse und Schwerpunktschwindigkeit des makroskopischen Kristalls. Da die Wärmebewegung vernachlässigt werden kann, gilt für einen ruhenden Kristall $\vec{v} = 0$, so dass die Dopplerverschiebung im Spektrum verschwindet. Wegen der Größe von M verschwindet auch der Rückstoßterm und die Energiedifferenz vereinfacht sich zu

$$\omega = \omega_0 - \Delta E_k \quad (42)$$

Der Betrag E_k stammt wie bei Molekülen von den Schwingungen, die die Atome auf ihren Gitterplätzen ausführen können. Allerdings existieren im Kristall so viele Atome, dass die einzelnen Nebenlinien in ein quasikontinuierliches Nebenspektrum übergehen. Wie schon erwähnt ist die Hauptlinie bei ω_0 bis auf ihre natürliche Linienbreite zusammen geschrumpft und besitzt eine wesentlich größere Intensität als das Nebenspektrum.

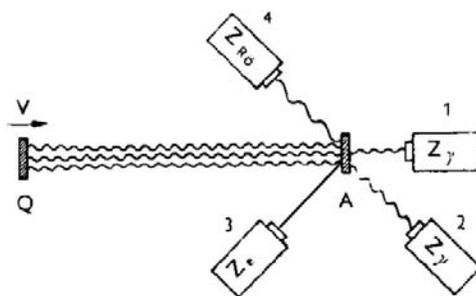


Abbildung 8: Verschiedene Möglichkeiten, den Mößbauereffekt zu beobachten. Quelle Q und Absorber A enthalten die gleiche Isotopenart und bewegen sich mit der Geschwindigkeit v relativ zueinander. Quelle: [1]

2.4 Experimenteller Nachweis der Mößbauerlinie

Um Mößbauerspektren zu messen, benötigt man eine Quelle und einen Absorber, der die gleiche Isotopenart enthält. Die von der Quelle ausgesandten Quanten besitzen genau die richtige Energie, um die Isotope im Absorber vom Grundzustand in den angeregten Zustand zu heben (Resonanzabsorption). Der angeregte Kern kehrt durch innere Umwandlung oder Reemission eines γ -Quants in den Grundzustand zurück. Setzt man die Quelle auf einen beweglichen Wagen und bewegt diesen mit der Geschwindigkeit v in Richtung des Absorbers, so erleidet die Frequenz der Mößbauerquanten eine Dopplerverschiebung. Ist v groß genug, so kann die Resonanzabsorption völlig unterdrückt werden. Bei $v = 0$ ist die Resonanzabsorption maximal. Um Resonanzabsorption nachzuweisen, hat man prinzipiell mehrere Möglichkeiten. Man kann mit Detektor 1 (siehe Abbildung 8) diejenigen γ -Quanten messen, die nicht absorbiert werden können. Hier misst man ein Minimum bei Resonanzabsorption. Es ist aber auch möglich, die Teilchen zu messen, die resonant absorbiert und dann reemittiert wurden (Detektor 2). Weiter kann die charakteristische Röntgenstrahlung, die aufgrund der inneren Umwandlung entsteht, gemessen werden (Detektor 4) oder man kann die Elektronen, die infolge von innerer Umwandlung aus dem Atom geschleudert werden, detektieren (Detektor 3).

2.5 Hyperfeinstrukturaufspaltung, Quadrupolaufspaltung, Isomerieschiebung und quadratischer Dopplereffekt

Neben dem Dopplereffekt gibt es noch andere Effekte, die das emittierte Spektrum beeinflussen können.

- *Magnetische Hyperfeinstrukturaufspaltung* tritt auf, wenn der Kern ein magnetisches Dipolmoment besitzt und am Kernort ein magnetisches Feld herrscht. Dieses Magnetfeld kann von den zum Kern gehörenden Elektronen, von den Elektronen des Leitungsbandes, von den magnetischen Momenten der Nachbaratome oder von makroskopischen Magneten herrühren. Im Gegensatz zu dem bisher angenommenen gehört hier zum angeregten oder zum Grundzustand nicht mehr nur ein Energiewert. Die Mößbauerlinie spaltet sich in mehrere deutlich voneinander getrennte Linien auf.

- *Elektrische Quadrupolaufspaltung* liegt vor, wenn das elektrische Feld, das die Elektronen und Nachbaratome am Kernort erzeugen, inhomogen ist, und wenn der Atomkern ein elektrisches Quadrupolmoment besitzt.
- Die *Isomerieverschiebung* hängt mit der potentiellen Energie der Atomelektronen zusammen. Die Elektronen bewegen sich in einem Potential, dessen genauer Verlauf durch die Verteilung der Kernladungen bestimmt ist. Wenn der Kern vom angeregten in den Grundzustand übergeht, ändert sich seine Ladungsstruktur und damit auch die potentielle Elektronenenergie. Die Energieänderung trägt zur Quantenenergie der γ -Strahlung bei und verschiebt damit deren Frequenz.
- Der *quadratische Dopplereffekt* rührt von der relativistischen Zeitdilatation. Der strahlende Atomkern kann als Uhr mit der Eigenzeit $\frac{2\pi}{\omega_0}$ aufgefasst werden. Wegen der Wärmebewegung geht diese Uhr für den ruhenden Beobachter nach, die γ -Energie nimmt ab und die Frequenz wird damit verschoben.

3 Technische Grundlagen

3.1 Szintillationszähler

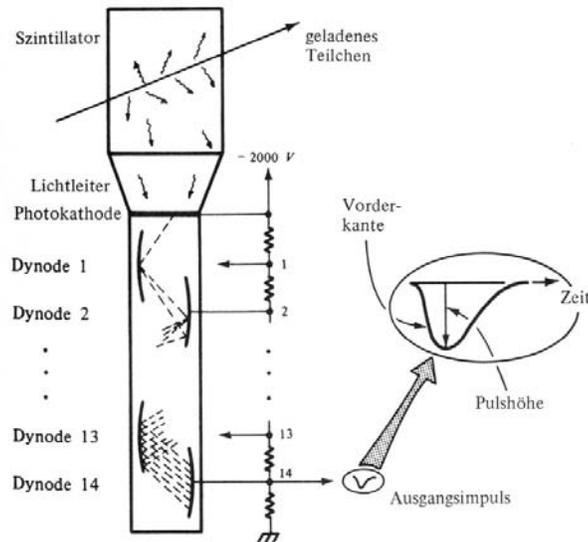


Abbildung 9: Szintillationszähler. Ein Teilchen, das durch den Szintillator geht, erzeugt Licht, das durch einen Lichtleiter auf einen Photomultiplier übertragen wird. Quelle: [3]

Ein Szintillator ist mit einem oder mehreren Photomultipliern über einen Lichtleiter verbunden. Ein Teilchen, das durch den Szintillator geht, erzeugt Anregungen. Diese werden durch die Ausstrahlung von Photonen wieder abgegeben. Die Photonen werden dann durch den Lichtleiter zur Photokathode des Photomultipliers übertragen. Dort lösen sie Elektronen aus, die zur ersten Dynode hinbeschleunigt werden. Jedes Elektron, das auf eine Dynode trifft, löst zwei bis fünf Sekundärelektronen aus. Die einfallenden Photonen werden dadurch verstärkt und man erhält einen messbaren Impuls am Ausgang des Photomultipliers.

3.2 Strahlenschutz

Beim Umgang mit radioaktiver Strahlung gilt generell, dass man möglichst großen Abstand zur Quelle und die Experimentierdauer möglichst kurz halten sollte. Um die Gefahr, die von radioaktiver Strahlung ausgeht, quantitativ abschätzen zu können, soll hier eine kurze Überschlagsrechnung gemacht werden. Die Energiedosis D ist definiert als der Quotient aus absorbierte Strahlungsenergie und absorbierender Masse:

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m} \quad (43)$$

Die SI-Einheit für die Energiedosis heißt Grey mit $[D] = \text{Gy} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$. Die Äquivalentdosis H berücksichtigt die unterschiedliche Wirksamkeit verschiedener Strahlungsarten und ist das Pro-

dukt von Bewertungsfaktor q und Energiedosis D :

$$H = q \cdot D \quad (44)$$

Die Einheit der Äquivalentdosis heißt Sievert ($[H] = \text{Sv} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$). Der Bewertungsfaktor q dient zur Beurteilung der biologischen Wirkung einer bestimmten Energiedosis von Strahlung. Er setzt sich zusammen aus dem Qualitätsfaktor Q , der die Strahlungsart berücksichtigt und einem Faktor N , der für räumliche und zeitliche Verteilung der Strahlung steht:

$$q = Q \cdot N \quad (45)$$

Der Qualitätsfaktor wird durch gesetzliche Vereinbarungen festgelegt. Die gesetzliche Höchstdosis pro Jahr beträgt 15 mSv.

4 Versuchsauswertung

4.1 Kanaleichung

Zur Überprüfung der Messgeräte wird zunächst eine, vom Funktionsgenerator erzeugte, Rechteckspannung angelegt und gleichmäßig erhöht. Dabei verfolgt man die Kanaluordnungen. Man erkennt im **Anhang A** einen absolut linearen Verlauf, wobei die gemessene Spannung-Kanalzuordnung durch die Regressionsgleichung

$$\text{Kanal} = 255,82 \cdot \text{Spannung} - 16,418 \quad (46)$$

beschrieben werden kann. Man erhält durch diese Beziehung direkt den Offset der PC-Messkarte: Der Nullpunkt der Energie müsste bei Kanal -16 liegen.

4.2 Geometrieproblem und Totzeit

Aufgrund der Geometrie der Messvorrichtung kann nicht jedes Zerfallsereignis der Quelle auch detektiert werden. Schon allein durch die Tatsache, dass mit dem Detektor nur ein kleiner Raumwinkel abgedeckt wird, werden viele Ereignisse unerkannt bleiben. Dies kann aber mit folgender Beziehung berücksichtigt werden:

$$\dot{n}_w = \dot{n}_0 \frac{A}{4\pi r^2} \quad (47)$$

Dabei ist \dot{n}_w die Zählrate im betrachteten Raumwinkel; \dot{n}_0 ist die Gesamtzählrate im vollen Raumwinkel 4π . A ist die Detektorfläche und r der Abstand der Quelle vom Detektor.

Ein anderes relativ großes Problem bei der Messung stellt die Totzeit τ dar. Die Totzeit ist die Zeitdifferenz, die mindestens verstreichen muss, um zwei Ereignisse detektieren zu können. Für diesen Effekt ist unter anderem die Reaktionszeit der Messapparatur verantwortlich. Sie braucht eine bestimmte Zeit, bis das Eingangssignal über die Dynoden-Kaskade des Photomultipliers verstärkt und ausgegeben wird. Die Zählrate der verloren gegangenen Ereignisse ist $\tau \dot{n}_m \dot{n}_w$ (dabei ist \dot{n}_m ist die gemessene Zählrate). Insgesamt ergibt sich also:

$$\tau \dot{n}_m \dot{n}_w + \dot{n}_m = \dot{n}_w \quad (48)$$

Mit (47) folgt sofort:

$$\frac{1}{\dot{n}_m} = \left(\frac{4\pi}{\dot{n}_0 A} \right) r^2 + \tau \quad (49)$$

d.h. die Totzeit ist als Achsenabschnitt der $\frac{1}{\dot{n}_m}(r^2)$ -Auftragung abzulesen. Die Zählrate ist dabei definiert als der Bruch Gesamtimpulse pro Zählzeit. Man bestimmt die Totzeit durch Abstandsvariation (siehe Schaubild in **Anhang B**). Bei der Betrachtung des Diagramms "Totzeitbestimmung" fällt auf, dass die Steigung zwischen zwei Punkten am Anfang (die ersten 2 bis 3 Punkte) größer ist und bei großen x-Werten abflacht. Diese Beobachtung lässt auf Sekundäreffekte in der Umgebung (z.B. Bleiwall) schließen. Die Steigung der Regressionsgeraden, aus der die Totzeit bestimmt wird, hängt offensichtlich von den mit einbezogenen Punkten ab.

Bei Einbeziehung aller Punkte erhält man für die Totzeit $\tau_S = 95,32 \mu\text{s}$. Will man Sekundäreffekte unberücksichtigt lassen, sind die Messpunkte von Belang, bei denen sich der Strahler möglichst nahe am Detektor befindet (also die ersten beiden Punkte). In diesem Fall ergibt sich $\tau = 41,66 \mu\text{s}$.

4.3 Spektrum von ^{137}Cs

Als nächstes untersucht man das Spektrum einer radioaktiven Quelle. Die einzelnen Spektrallinien müssen noch gut unterscheidbar sein und dürfen sich nicht zu stark überlappen, so dass spektroskopische Effekte sichtbar sind. Aus diesem Grund benutzt man am besten eine monochromatische Quelle, wie z.B. ^{137}Cs . Obwohl man eine "reine" Kurve erwarten würde, können im Spektrum verschiedene Peaks und Kurvenstrukturen beobachtet werden. Im wesentlichen sieht man in Anhang C vier Strukturen⁷:

- **Der 662 keV Photopeak:** Wegen der Umwandlung des ^{137}Cs in ein, durch K-Einfang angeregtes, ^{137}Ba wird vom Barium ein γ -Quant der Energie 662 keV ausgesandt, so dass sich der Kern wieder im Grundzustand befindet. Die Emission erfolgt zu 100% mit dieser Energie, da keine erlaubten Niveaus dazwischenliegen. Der entsprechende Peak liegt auf dem Kanal 1824.
- **Rückstreupeak durch Comptoneffekt:** In der Detektionsschicht des Szintillators tritt der Comptoneffekt, also die Streuung eines γ -Quanten an Elektronenhüllen, auf. Die Energie dieses Rückstreupeaks bestimmen wir relativ zum 662 keV Photopeak zu 191,30 keV. Im Diagramm in Anhang C befindet sich der Peak bei Kanalnummer 549.
- **Die Comptonkante:** Streuen γ -Quanten an Elektronen, so werden auch die Elektronen selbst beschleunigt⁸. Wegen der Zunahme des Comptoneffekts bei steigendem Winkel wird diese Struktur in der Kurve auch Comptonkante genannt. Die Kante befindet sich bei Kanal 1289, was einer Energie von 464,51 keV entspricht.
- **Der Röntgenpeak durch Blei:** Auch die Schutzvorrichtung aus Blei wird durch die Strahlung angeregt, so dass auch eine entsprechende Bleilinie beobachtet werden kann. Die Anregung des Bleis ist auf einen K-Einfang zurückzuführen. Die Bleilinie befindet sich bei Kanal 234 und entspricht somit einer Energie von 75 keV.

Die gemessenen Werte können auch theoretisch mit der Compton-Formel berechnet werden. Es gilt dabei für den maximalen Energieübertrag vom γ -Quant auf das Elektron bei Rückstreuung um π

$$\begin{aligned} E_{kin,(e^-)} &= \frac{E_\gamma^2}{m_{(e^-)}c^2} \cdot \frac{1 - \cos \pi}{1 + \frac{E_\gamma}{m_{(e^-)}c^2}(1 - \cos \pi)} \\ &= \frac{2E_\gamma^2}{m_{(e^-)}c^2 + 2E_\gamma} \end{aligned} \quad (50)$$

⁷Die entsprechenden Werte findet man im Anhang D.

⁸..., da die Näherung einer unendlichen Masse eines Elektrons keineswegs stimmen kann

Für den γ -Quanten gilt dann

$$E_{Rück,\gamma} = \frac{E_\gamma m_{(e^-)} c^2}{m_{(e^-)} c^2 + 2E_\gamma} \quad (51)$$

Zum Vergleich mit den theoretisch berechneten Energiewerten sind in folgender Tabelle nochmals die Werte aller Effekte aufgelistet (siehe auch **Anhang D**). Offensichtlich stimmen die

Struktur	gemessene Energie	Kanal	Energie aus Compton-Formel
Photopeak	662 keV	1824	-
Rückstreupeak	191, 30 keV	549	184, 35 keV
Comptonkante	464, 51 keV	1289	477, 65 keV
Röntgenpeak	75 keV	234	-

Tabelle 2: Ergebnisse der Cäsium-Messungen

theoretischen Werte der Comptonformel gut mit den gemessenen Werten überein.

4.4 Energie-Kanal-Zuordnung für Cäsium

Schon im Abschnitt 4.1 wurde eine lineare Abhängigkeit von Energie und Kanalnummer festgestellt. Deshalb kann man durch zwei ausgezeichnete Punkte im ^{137}Cs -Spektrum den Kanalnummern bestimmte Energien zuweisen. Zur Energie-Kanal-Zuordnung stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- **Methode 1:** Man nimmt zwei Effekte, deren Peaks man gut aus dem Diagramm entnehmen kann und deren Energien aus der Literatur bekannt sind (in unserem Fall sind das der Photopeak und der Röntgenpeak aufgrund der Bleiwand). Dann wird eine Regressionsgerade durch die beiden fixen Punkte gelegt und somit die Energie-Kanal-Beziehung bestimmt.
- **Methode 2:** Man bedient sich eines Effektes, dessen Peak aus dem Diagramm gut entnehmbar und dessen Energie aus der Literatur bekannt ist (in unserem Fall der Photopeak). Nun bezieht man die in Abschnitt 4.1 ermittelte Spannung-Kanal-Abhängigkeit mit ein. Es ergab sich, dass bei einer Energie von 0 keV der Offset -16,418 beträgt. Folglich hat man den zweiten Punkt der Regressionsgeraden.

Laut **Anhang D** erhält man die Energie-Kanal-Beziehung aus der 1. Methode

$$\text{Energie} = (0,369 \cdot \text{Kanal} - 11,389) \text{ keV} \quad (52)$$

Die 2. Methode ergibt

$$\text{Energie} = (0,372 \cdot \text{Kanal} - 16,418) \text{ keV} \quad (53)$$

Vergleicht man beide Ergebnisse mit den theoretisch berechneten Werten⁹, so liefert die zweite Methode etwas bessere Werte. Der Unterschied zur ersten Methode ist aber nicht sehr prägnant. Durch die Energiezuweisung ergibt sich auch automatisch das Auflösungsvermögen der Messung: Ein einziger Kanal umfasst 363 eV.

⁹Berechnung erfolgt mit der Compton-Formel.

4.5 Spektrum von ^{57}Co

Im Gegensatz zur vorherigen Messung mit ^{137}Cs liegt bei ^{57}Co nun ein Spektrum mit drei Photopeaks vor. Diese Tatsache lässt sich durch den Zerfallsprozess des Cobalts erklären. Durch K-Einfang eines Elektrons wandelt sich ^{57}Co in ^{57}Fe um. ^{57}Fe ist dabei im angeregten Zustand $-136,5\text{ keV}$ über dem Grundniveau. Um wieder in den Grundzustand zu gelangen, gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Entweder wird durch einen einzigen Energiesprung ein γ -Quant der Energie $136,5\text{ keV}$ abgegeben oder
2. der Übergang erfolgt über eine Zwischenstation, so dass letztendlich zwei γ -Quanten der Energie $122,1\text{ keV}$ und $14,4\text{ keV}$ ausgesandt werden.

Die $14,4\text{ keV}$ -Linie wird nachher noch von größerem Interesse beim eigentlichen Versuchsteil, dem Mößbauer-Effekt, sein. Die Vorgänge und Rechnungen verlaufen hier bei der ^{57}Co -Versuchsreihe analog zur ^{137}Cs -Versuchsreihe (siehe dazu Anhang F). Das entsprechende Diagramm befindet sich in Anhang E.

- **136,5 keV Photopeak:** Aufgrund der Seltenheit dieser Emission und der Energieauflösung in diesem Versuch sieht man weder den Photopeak noch die Comptonkante des entsprechenden Zerfalls. Mit Gleichung (53) lässt sich jedoch theoretisch der Kanal des Photopeaks berechnen:

$$\text{Kanal} = \frac{\text{Energie} - 0,4466}{0,0836} \approx 1627 \quad (54)$$

- **122,1 keV Photopeak:** Dieser Peak ist im Diagramm deutlich zu erkennen. Aus den Messdaten lesen wir Kanal 1456 für diese $122,1\text{ keV}$ Linie ab.
- **14,4 keV Photopeak:** Auch dieser Peak ist leicht zu erkennen, da er sich scharf hervorhebt. Kanal 167 entspricht der $14,4\text{ keV}$ Linie.
- **Rückstreupeak zum 136,5keV Peak:** Auch bei diesem Peak erhält man ein deutliches Signal. Die Kanalnummer 1064 entspricht einer Energie von $88,5\text{ keV}$.
- **Rückstreupeak zum 122,1 keV Peak; Rückstreupeak zum 14,4 keV Peak; Comptonkante zum 122,1 keV Peak; Comptonkante zum 14,4 keV Peak:** Diese Strukturen können im Diagramm leider nicht ausgemacht werden, da sie entweder im Untergrund verschwinden oder durch intensivere Effekte überdeckt werden.
- **Röntgenpeak:** Aufgrund der inneren Konversion im Cobalt wird Energie freigesetzt. Diese wird in Form von Röntgenstrahlung emittiert. Im Diagramm wäre dies Kanal 66, der zu $5,07\text{ keV}$ berechnet wird.

- **Der Röntgenpeak durch Blei:** Die Schutzvorrichtung aus Blei wird wie beim Cäsium durch die Strahlung angeregt, so dass auch eine entsprechende Bleilinie beobachtet werden kann. Die Bleilinie befindet sich bei Kanal 960 (der Peak vor der Compton-Kante) und entspricht somit einer Energie von 80,7 keV.

Im folgenden sei wieder eine Kurzfassung in Tabellenform angebracht und ein Vergleich mit den berechneten Energiewerten aus der Comptonformel gezogen (siehe auch **Anhang F**). Von den mit der Comptonformel berechneten Werten konnten wir leider nur einen eindeutig im Diagramm ausmachen, dieser Wert liegt jedoch sehr nahe am Berechneten.

Struktur	gemessene Energie	Kanal	Energie aus Comptonformel
1. Photopeak	14,4 keV	167	14,4 keV
2. Photopeak	122,1 keV	1456	122,1 keV
3. Photopeak	136,5 keV	-	136,5 keV
1. Rückstreupeak	-	-	13,63 keV
2. Rückstreupeak	-	-	82,62 keV
3. Rückstreupeak	88,5 keV	1064	88,97 keV
1. Comptonkante	-	-	0,74 keV
2. Comptonkante	-	-	39,48 keV
3. Comptonkante	-	-	47,53 keV
Röntgenpeak	5,07 keV	66	-
Röntgenpeak durch Blei	80,7 keV	960	-

Tabelle 3: Ergebnisse der Cobalt-Messungen

4.6 Energie-Kanal-Zuordnung für Cobalt

Auch in diesem Fall nutzt man wieder die Linearität der Zuordnung, um den einzelnen Kanälen bestimmte Energien zu zuweisen. Dazu verwendet man idealerweise die beiden Photopeaks bei 122,1 keV und 14,4 keV. Ein einziger Kanal umfasst in dieser Auftragung (**Anhang F**) 84 eV. Weiterhin ist man nun in der Lage, einzelne "Energie-Fenster" auszuwählen, um somit nur einen bestimmten Energiebereich auf die Kanäle zuweisen zu lassen.

4.7 Verschiedene Absorber und deren Wirkung auf Spektrallinien

Der Aufbau zur Bestimmung der Wirkung verschiedener Absorber auf die Spektrallinien ist prinzipiell immer der selbe. Nachdem im Abstand von 42 cm zwischen Detektor und Quelle in angemessener Zeit ein genügend großes Signal erhalten wird, nimmt man das Cobalt-Spektrum erneut auf, diesmal jedoch mit Absorbern aus verschiedenen Materialien und Dicken¹⁰.

¹⁰Die Ergebnisse einer Totzeitkorrektur werden hier nicht angegeben. Die Berechnung in **Anhang G** ergibt, dass sich dieser Effekt nicht merklich auswirkt.

4.7.1 Cobalt mit Plexiglas

Bei Plexiglas nimmt man drei Spektren mit den Absorberdicken 5,00 mm, 9,70 mm und 14,70 mm auf (siehe Anhang G). Im Diagramm in Anhang H fällt sofort auf, dass Plexiglas eine hohe Absorptionwirkung im Bereich der 5,7 keV- und der 14,4 keV-Linie zeigt. Eine wesentlich geringere Wirkung auf die oberen Kanäle ist ebenfalls auszumachen.

Den negativen Absorptionskoeffizienten bestimmt man nun durch die Steigung der linearen Regression bei einer Auftragung des Logarithmus der gemessenen Zählrate über dem Detektorabstand, bzw. die Absorberdicke (da nur die Steigung und nicht der y-Achsenabschnitt interessiert):

$$\dot{n}(d) = \dot{n}(0)e^{-\lambda d} \quad (55)$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\dot{n}(d)}{\dot{n}(0)} = -\lambda d$$

$$\Rightarrow \ln \dot{n}(d) = -\lambda d + \ln \dot{n}(0) \quad (56)$$

Aus der Auftragung im Anhang I entnimmt man die Steigung der Ausgleichsgeraden. Die entsprechenden Ergebnisse werden nochmals in Tabelle 4 zusammengefasst.

Für den Absorptionskoeffizienten von Plexiglas gilt als Literaturwert $0,095 \frac{1}{\text{mm}}$. Zumindest im unteren Bereich um den 14,4 keV Peak scheint also der gemessene Wert von $0,09 \frac{1}{\text{mm}}$ realistisch zu sein.

Bereich	Absorptionskoeffizient μ	Literaturwert
14,4 keV (Kanäle 108 bis 234)	$0,09 \text{ mm}^{-1}$	$0,095 \text{ mm}^{-1}$
122,1 keV (Kanäle 1241 bis 1561)	$0,0067 \text{ mm}^{-1}$	nicht bekannt

Tabelle 4: Absorptionskoeffizienten von Plexiglas

4.7.2 Cobalt mit Aluminium

Aluminium liegt in den Absorberdicken 4,85 mm, 10,00 mm und 14,85 mm vor. Diesmal verschwindet die 14,4 keV-Linie schon beim Einbau des dünnsten Aluminiumabsorbers. Deshalb wurde die Gerade in Anhang K auch nur durch die ersten beiden Messpunkte gelegt, da bei den restlichen keine Abschwächung mehr zu sehen ist. Die negativen Absorptionskoeffizienten bestimmt man wieder aus der Steigung der linearen Regression. Die Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tabelle 5 nochmals aufgelistet.

Bereich	Absorptionskoeffizient μ
14,4 keV (Kanäle 108 bis 234)	$0,4589 \text{ mm}^{-1}$
122,1 keV (Kanäle 1241 bis 1561)	$0,0182 \text{ mm}^{-1}$

Tabelle 5: Absorptionskoeffizienten von Aluminium

4.8 Der Mößbauer-Effekt

Der Aufbau zu diesem Versuchsteil ist dem der Bestimmung von Absorptionskoeffizienten relativ ähnlich. Der Abstand zwischen Quelle und Szintillationsdetektor beträgt 535 mm. Der Abstand zwischen Quelle und Absorber beträgt in dieser Versuchsreihe 410 mm. Das wesentliche an dieser Versuchsreihe ist die Tatsache, dass nur die Quelle bewegt wird. Durch die Bewegung tritt eine geringe Energieverschiebung auf, die Isomerieverschiebung, elektrische Quadrupol- und magnetische Hyperfeinaufspaltung sichtbar macht. Mit Hilfe des Computers teilt man die auftretenden Energien in 2048 Kanäle auf. Da am Lautsprecherantrieb der Quelle eine Dreiecksspannung anliegt, durchläuft die Geschwindigkeit der Quelle mehrere Stationen: $v_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -v_{\max} \rightarrow 0$. Bei $v_{\max} = 6,565 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ wird der Kanal durch einen Impuls wieder auf 0 gesetzt. Aufgrund dieser Symmetrie kann man die 2048 Kanäle zu 1024 Kanälen zusammenfassen und somit die Zählraten verdoppeln.

Die Energiezuordnung auf die einzelnen Kanäle erfolgt durch lineare Zuordnung der Geschwindigkeiten auf die Kanäle. So entspricht der Kanal 0 der Geschwindigkeit v_{\max} und Kanal 512 der Geschwindigkeit $0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Eine Geschwindigkeitsdifferenz der Quelle entspricht demnach einer Energiedifferenz, die durch folgende Beziehung gegeben ist

$$\Delta E = \hbar \omega_0 \frac{\Delta v}{c} \quad (57)$$

Die Nulllinie (also die Energie 14,4 keV) liegt in den Diagrammen der Anhänge N, Q und S auf Kanal 512. Eine Isomerieverschiebung bedeutet folglich eine Abweichung der Mitte der Peaks von diesem 0-Kanal. Die übrigen Linien werden ebenfalls relativ zur Nulllinie und nicht zur verschobenen absoluten Mitte betrachtet.

4.8.1 Einbau eines Edelstahl-Absorbers

Zunächst verwendet man als Absorber Edelstahl. Edelstahl ist ein Gemisch aus Kohlenstoff und ^{56}Fe , also einem anderen Isotop als die strahlende ^{57}Fe -Probe. Für die Isomerieverschiebung erhält man

$$\Delta v_{\text{Isomerie}} = 0,218 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

und entsprechend

$$\Delta E_{\text{Isomerie}} = 1,047 \cdot 10^{-11} \text{ keV}$$

Die Halbwertsbreite der Linie bestimmt man zu

$$\Gamma = 1,971 \cdot 10^{-11} \text{ keV}$$

Im Vergleich zur erwarteten Linienbreite von

$$\Gamma_{\text{erwartet}} = 9,2 \cdot 10^{-12} \text{ keV}$$

liegt unser Wert deutlich darüber. Da im Edelstahl viel Eisen enthalten ist, kann es hier passieren, dass es zu einer Aufspaltung ähnlich wie beim natürlichen Eisen kommt. Dieser Effekt wird zwar nicht sehr ausgeprägt sein, reicht aber aus, um zu einer Abweichung der Halbwertsbreite in dieser Größenordnung zu führen.

4.8.2 Einbau eines Eisensulfat-Absorbers

Auch bei Eisensulfat misst man eine Isomerieverschiebung. Die Geschwindigkeitsdifferenz beträgt hier

$$\Delta v_{\text{Isomerie}} = -1,141 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Entsprechend ist

$$\Delta E_{\text{Isomerie}} = -5,482 \cdot 10^{-11} \text{ keV}$$

Als Vergleich sei noch der Literaturwert angegeben

$$\Delta v_{\text{Isomerie, Literatur}} = -1,27 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Da die Linie aufspaltet, bestimmt man den Mittelwert der Halbwertsbreiten

$$\bar{\Gamma} = 1,324 \cdot 10^{-11} \text{ keV}$$

Mit diesem Wert liegen wir verglichen mit dem erwarteten Wert von

$$\Gamma_{\text{erwartet}} = 9,2 \cdot 10^{-12} \text{ keV}$$

erneut zu hoch, allerdings nicht so hoch wie beim Edelstahl-Absorber. Dies ist eine durchaus realistische Abweichung vom erwarteten Wert, die durch experimentelle Einflüsse verursacht werden kann. Die elektrische Quadrupolaufspaltung beträgt

$$\Delta v_{\text{Quadrupol}} = 2,693 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta E_{\text{Quadrupol}} = 1,293 \cdot 10^{-10} \text{ keV}$$

4.8.3 Einbau eines Absorbers aus natürlichem Eisen

“Last but not least” wird die Hyperfeinaufspaltung bei einem Absorber aus natürlichem Eisen betrachtet. Für die mittlere Isomerieverschiebung findet man

$$\Delta v_{\text{Isomerie}} = 0,118 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Entsprechend findet man für die Energieverschiebung

$$\Delta E_{\text{Isomerie}} = 5,646 \cdot 10^{-12} \text{ keV}$$

Die mittlere Halbwertsbreite der sechs Linien beträgt

$$\bar{\Gamma} = 9,033 \cdot 10^{-12} \text{ keV}$$

Somit stimmt hier die Halbwertsbreite ziemlich gut mit dem erwarteten Wert

$$\Gamma_{\text{erwartet}} = 9,2 \cdot 10^{-12} \text{ keV}$$

überein. Allerdings liegen die Halbwertsbreiten der beiden inneren Peaks unter dem erwarteten Wert. Darüber hinaus wird mit der Gleichung

$$H = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{v - v_\delta}{k} \quad (58)$$

$$\text{wobei } k \equiv \frac{\mu_g m_g}{j_g} - \frac{\mu_a m_a}{j_a} \quad (59)$$

die Stärke des Magnetfeldes der Aufspaltung berechnet. Dabei ist μ das magnetische Dipolmoment, m die kernmagnetische Quantenzahl und j die Kernspinquantenzahl. Die dazu benötigten Werte sind in Tabelle 6 zusammengestellt (siehe auch **Anhang M**).

	$(v - v_\delta)$	m_g	m_a	$k = \frac{\mu_g m_g}{j_g} - \frac{\mu_a m_a}{j_a}$	$H = \frac{h\nu_0}{c} \frac{(v-v_\delta)}{k}$
1. Peak:	$5,039 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	1/2	3/2	0,243	315,677 kG
2. Peak:	$2,808 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	1/2	1/2	0,141	302,897 kG
3. Peak:	$0,622 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	1/2	-1/2	0,039	241,180 kG
4. Peak:	$-1,007 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	-1/2	1/2	-0,039	390,364 kG
5. Peak:	$-3,270 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	-1/2	-1/2	-0,141	352,688 kG
6. Peak:	$-5,603 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	-1/2	-3/2	-0,243	351,020 kG

Tabelle 6: Absorptionslinien bei natürlichem Eisen

Der Durchschnittswert der Magnetfeldstärke beträgt

$$\bar{H} = 325,638 \text{ kG}$$

und liegt relativ nahe am Literaturwert von

$$H_{\text{Literatur}} = 333 \text{ kG}$$

5 Fehlerdiskussion

Ob die gemessenen Werte qualitativ gut sind, kann man nur an wenigen gefundenen Literaturwerten festmachen. Es scheint, dass unsere Messerte relativ "gut" sind – das kann man z.B. an der zuletzt berechneten Magnetfeldstärke H sehen, die sich nur um einen relativen Fehler von 2,2% unterscheiden. Auch die Diagramme (siehe Anhänge) weisen die erwartete Form auf. Im Grunde ist es nicht verwunderlich, dass die Werte so gut sind, da der Versuch weitestgehend automatisiert ist – z.T. auch mit Hilfe einer PC-Messkarte – und die Messgrößen mit relativ genauen Apparaturen aufgenommen werden. Eine Bestätigung der letzteren Aussage erfolgt auch in Abschnitt 4.1 bei der Eichung des Vielkanal-Analysators.

Kleinere Fehler können natürlich durch Detektionsschwächen des Photomultipliers zustande kommen, indem einem ankommenden Quant ein verfälschter Energiebetrag zugeordnet wird. Jedoch muss diesem Fehler – besonders in den letzten Absorptionversuchen – die sehr lange Messzeit (teilweise mehr als 16 Stunden) gegenüber gestellt werden.

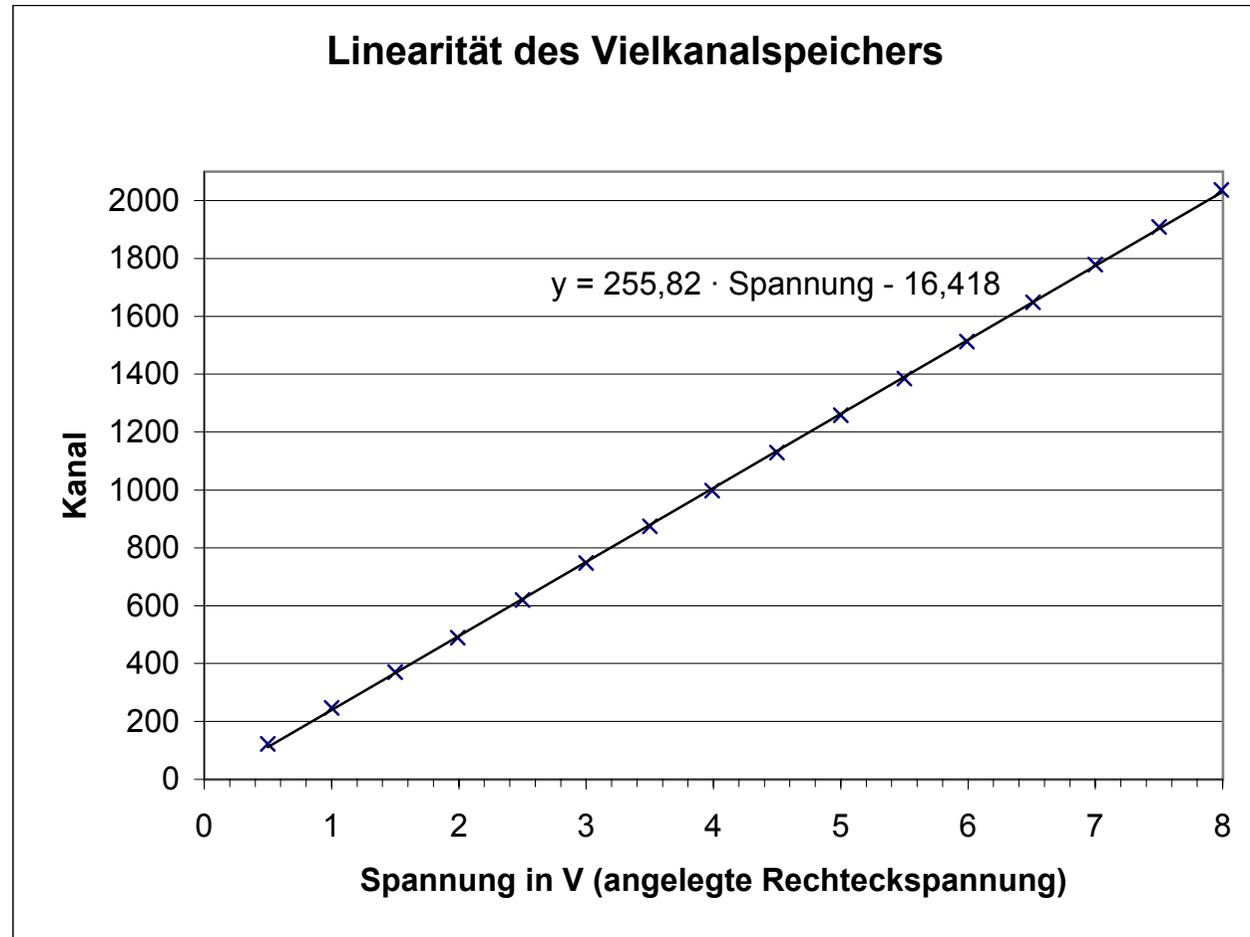
Lediglich bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Aluminium ist ein größerer Fehler möglich, da bereits beim dünnen Aluminium-Absorberplättchen keine 14,4 keV-Linie mehr sichtbar ist und so eine Berechnung des Koeffizienten durch lineare Regression sehr fehlerbehaftet ist.

Literatur

- [1] Horst Wegener: Der Mößbauer-Effekt und seine Anwendung in Physik und Chemie; 2. Auflage - Bibliographisches Institut Mannheim, 1966
- [2] T. Mayer-Kuckuk: Kernphysik; 6. Auflage - Teubner Studienbücher, 1994
- [3] Frauenfelder / Henley: Teilchen und Kerne; 2. Auflage - Oldenbourg Verlag, 1987
- [4] Bethge: Kernphysik - Eine Einführung; Springer Verlag, 1996
- [5] Andreas Birnesser / Sascha Wagner: Versuch Gammaspektroskopie; Universität Ulm, 2002

Linearität und Offset des Vielkanalspeichers

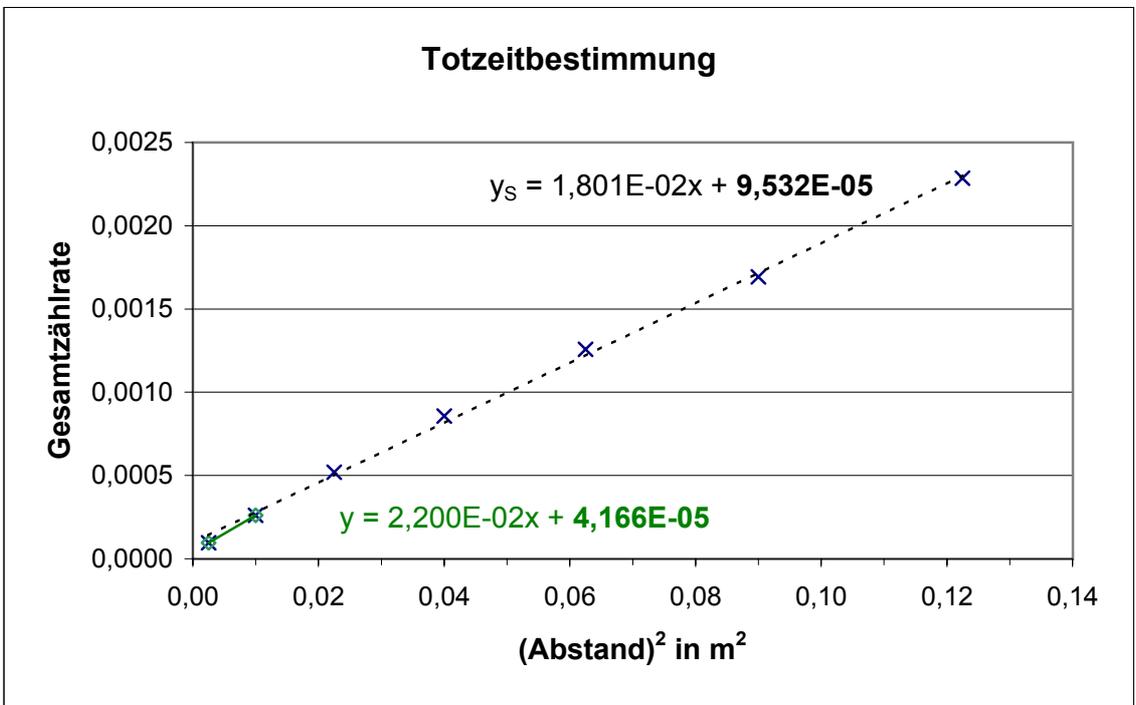
Spannung in V	Kanal
0,50	122,0
1,00	247,0
1,50	370,0
1,99	489,5
2,50	620,0
3,00	747,5
3,50	874,0
3,99	998,0
4,50	1129,0
5,00	1258,0
5,50	1385,0
5,99	1513,0
6,51	1648,5
7,00	1778,0
7,50	1909,0
7,99	2037,0



Bestimmung der Totzeit des Detektors

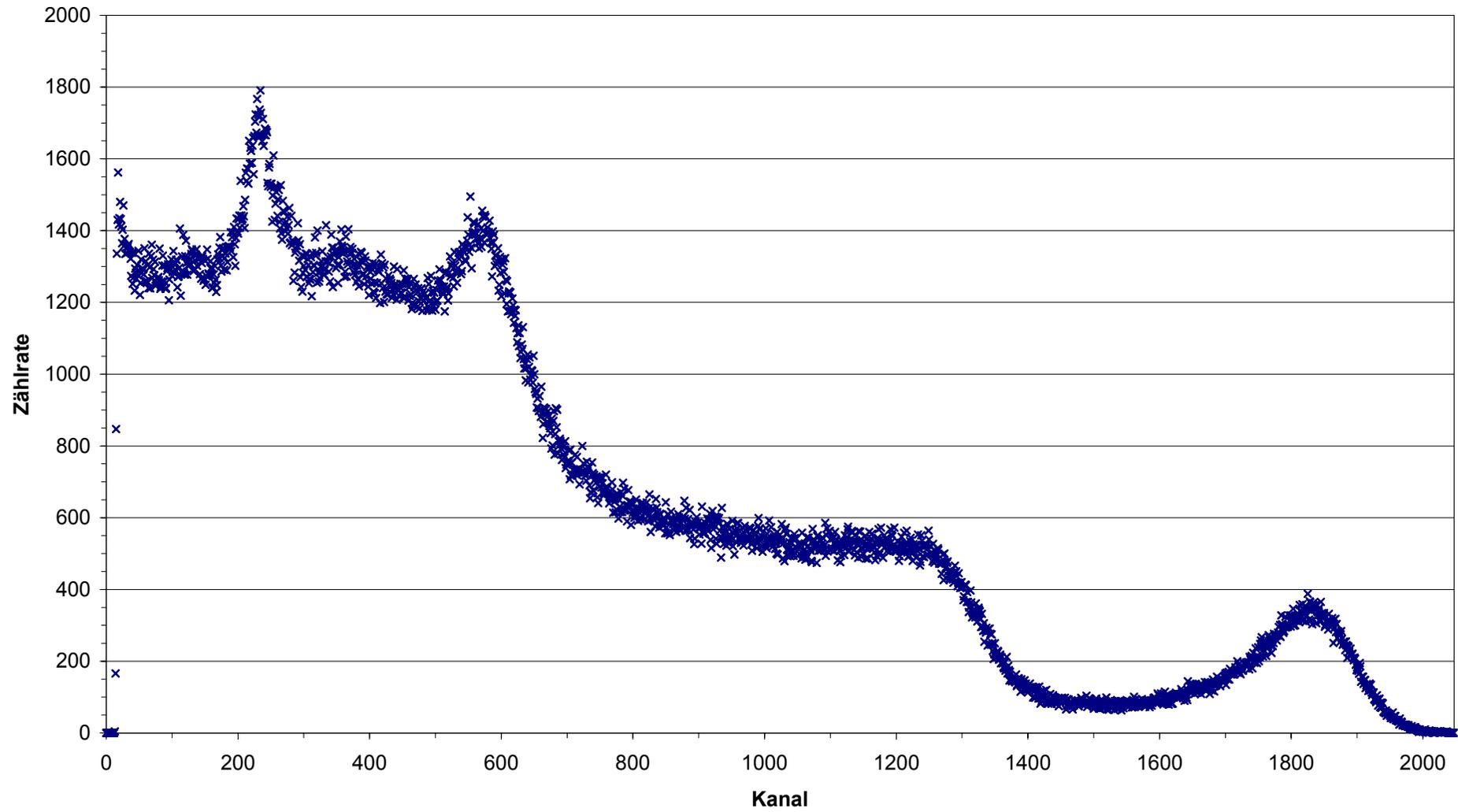
Durchmesser des Detektors in cm: 3,01
 Messzeit in s: 200

Abstand in cm	Gesamtzahl der Zählimpulse	1/Gesamtzählrate:	(Abstand) ² in m ²
5	2069093 ± 1438	9,66607E-05	0,0025
10	764339 ± 874	0,00026	0,0100
15	385094 ± 621	0,00052	0,0225
20	233290 ± 483	0,00086	0,0400
25	158931 ± 399	0,00126	0,0625
30	118103 ± 344	0,00169	0,0900
35	87540 ± 296	0,00228	0,1225



⇒ Totzeit: $\tau = 4,166 \cdot 10^{-5} \text{ s}$
 $\tau_s = 9,532 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

^{137}Cs - Spektrum



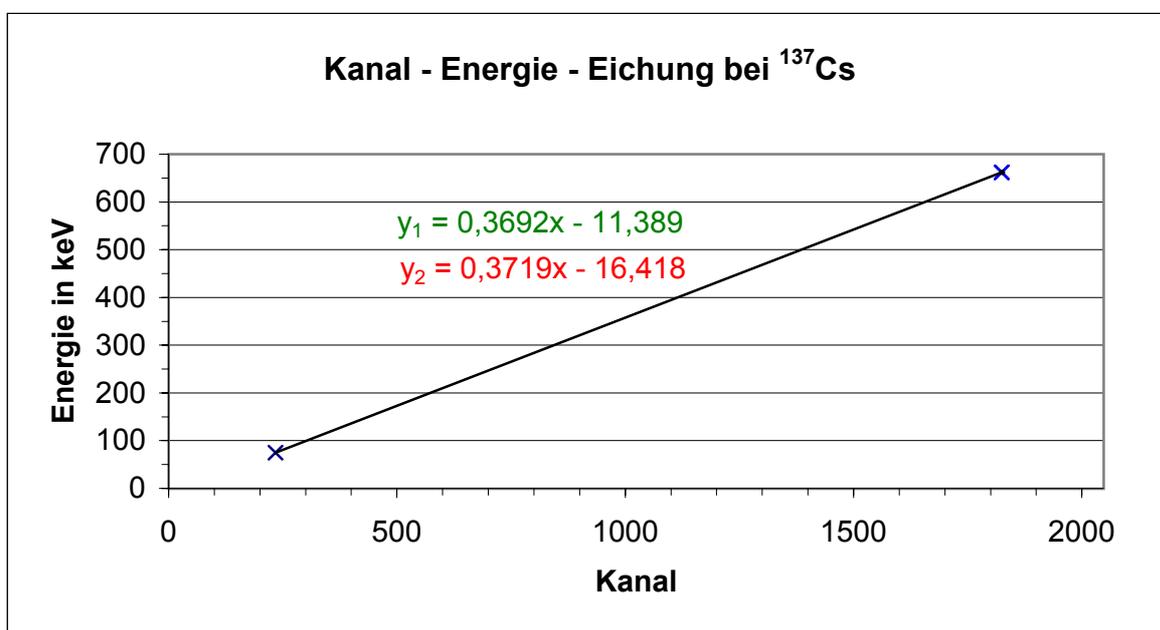
Auswertung der Peaks des ^{137}Cs - Spektrums

Konstanten:

$$\begin{aligned}
 c &= 2,998\text{E}+08 \text{ m/s} \\
 m_0 &= 9,109\text{E}-31 \text{ kg} \\
 m_0c^2 &= 511 \text{ keV}
 \end{aligned}$$

Energie - Kanal - Eichung:

Art	Energie in keV	KanalNr.
Photopeak	662	1824
K α -Peak (Blei)	75	234



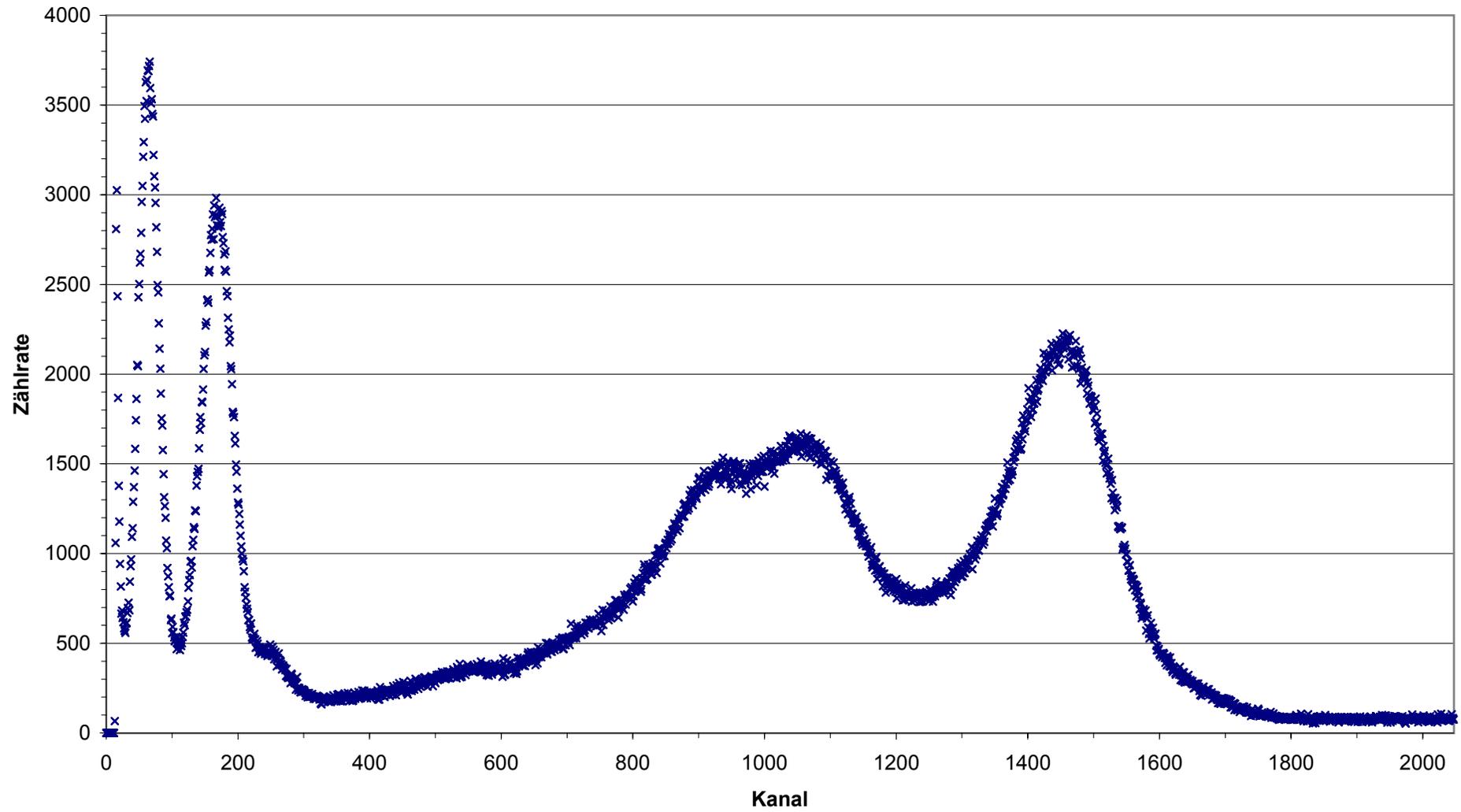
Art	Energie in keV (Methode 1)	Energie in keV (Methode 2)	KanalNr.
Rückstreupeak	191,30	188,58	549
Comptonkante	464,51	464,89	1289

Berechnung mit der Comptonformel:

Art	Energie in keV
Rückstreupeak	184,35
Comptonkante	477,65

⇒ **Auflösungsvermögen: 363 eV / Kanal**

^{57}Co - Spektrum



Auswertung der Peaks des ^{57}Co - Spektrums

Konstanten:

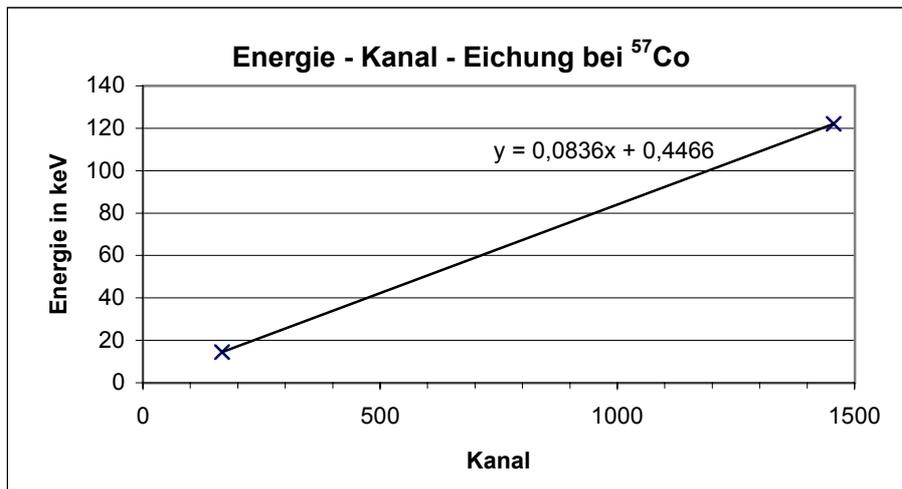
$$c = 2,998\text{E}+08 \text{ m/s}$$

$$m_0 = 9,109\text{E}-31 \text{ kg}$$

$$m_0c^2 = 511 \text{ keV}$$

Energie - Kanal - Eichung:

Art	Energie in keV	KanalNr.
Photopeak 1	14,4	167
Photopeak 2	122,1	1456



Art	Energie in keV	KanalNr.
K α -Peak (Blei)	5,07	66
Rückstreup. 3	88,50	1064

Berechnung mit der Comptonformel:

Art	Energie in keV
Photopeak 1	14,4
Photopeak 2	122,1
Photopeak 3	136,5
Rückstreupeak 1	13,63
Rückstreupeak 2	82,62
Rückstreupeak 3	88,97
Comptonkante 1	0,77
Comptonkante 2	39,48
Comptonkante 3	47,53

⇒ **Auflösungsvermögen:**

84 eV / Kanal

Strahlungsabsorption von versch. Materialien bei ^{57}Co - Probe

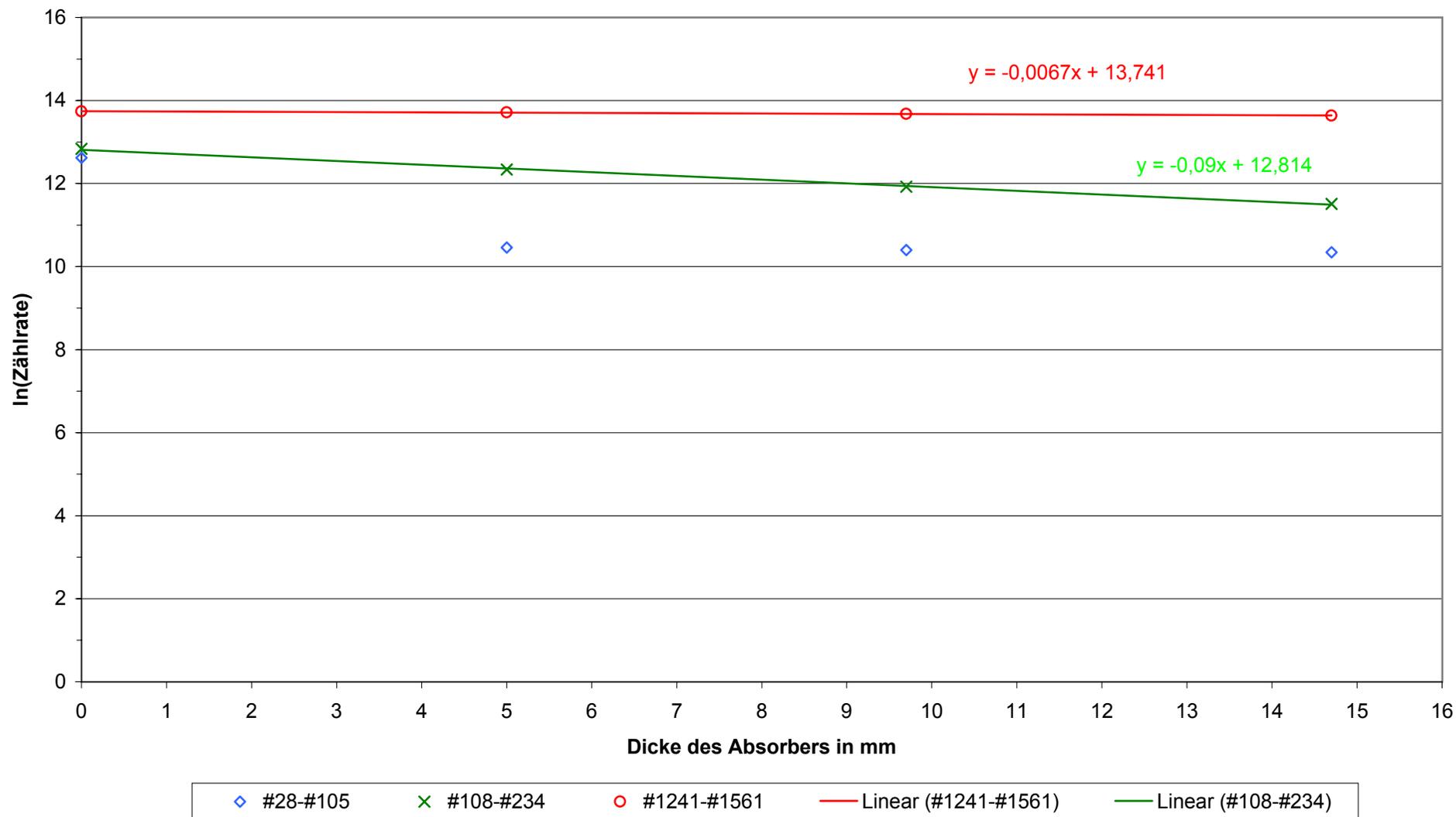
Abstand zwischen Detektor und Quelle in cm: 42,0

Lfd. Nr.	Absorber	Dicke des Abs. (in mm)	Gesamtsumme der Zählereign.
G	ohne Absorber	0,00	3213186
A	dünnes Plastik	5,00	2758207
B	dickes Plastik	9,70	2626681
C	beide Plastik-Abs.	14,70	2514034
D	dünnes Alu	4,85	2460994
E	dickes Alu	10,00	2341647
F	beide Alu-Abs.	14,85	2182025

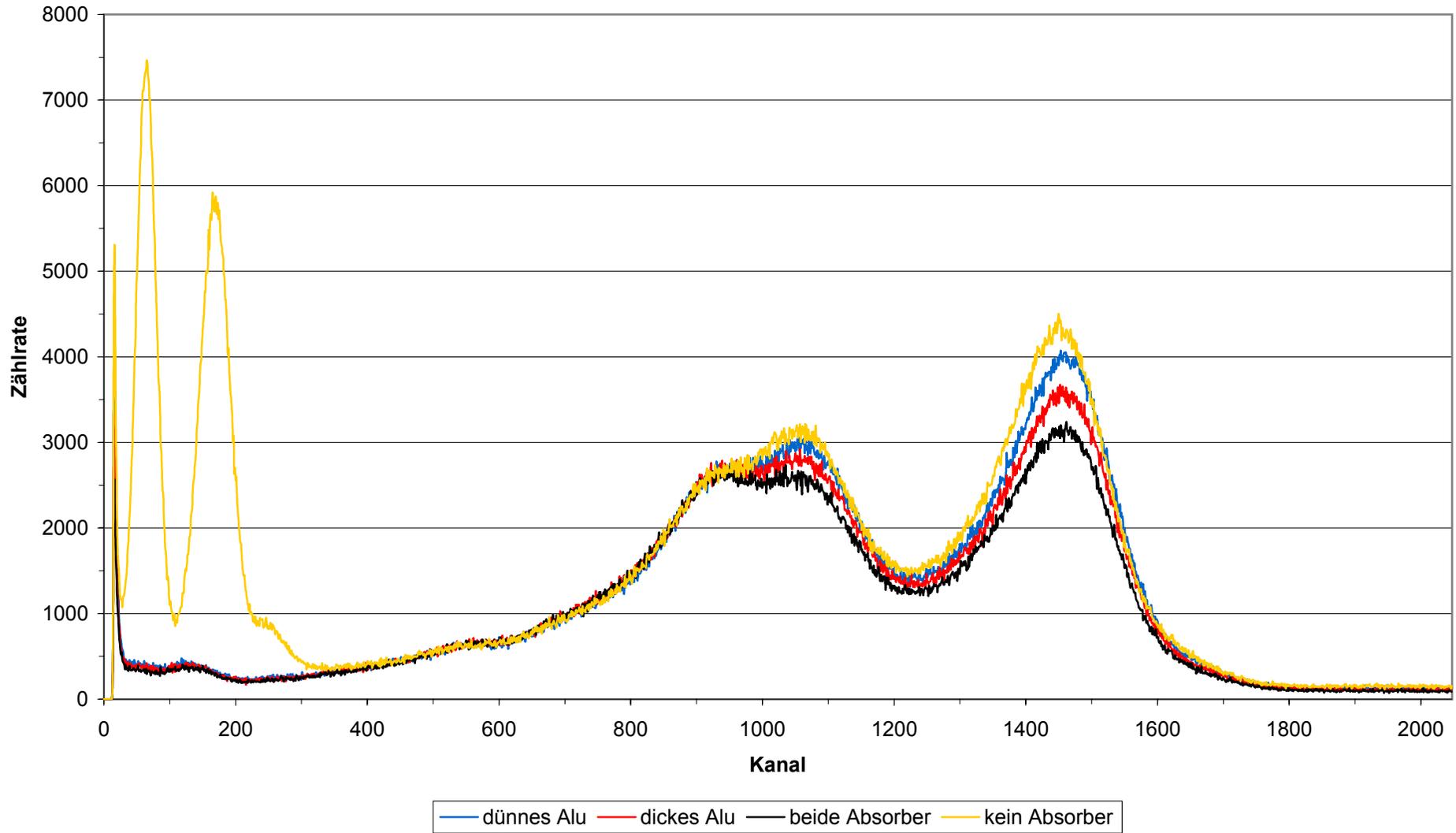
Lfd. Nr.	Summe (#28 bis #105)	LN	Totzeit-korrektur	LN	Summe (#108 bis #234)	LN	Totzeit-korrektur	LN
G	302716	12,62	302687	12,62	375747	12,84	375711	12,84
A	34861	10,46	34858	10,46	228468	12,34	228446	12,34
B	32734	10,40	32731	10,40	150631	11,92	150617	11,92
C	31041	10,34	31038	10,34	99893	11,51	99883	11,51
D	31362	10,35	31359	10,35	40572	10,61	40568	10,61
E	28991	10,27	28988	10,27	38389	10,56	38385	10,56
F	26205	10,17	26203	10,17	35925	10,49	35922	10,49

Lfd. Nr.	Summe (#1241 bis #1561)	LN	Totzeit-korrektur	LN
G	923550	13,74	923462	13,74
A	902383	13,71	902297	13,71
B	872559	13,68	872476	13,68
C	836873	13,64	836793	13,64
D	862799	13,67	862717	13,67
E	786798	13,58	786723	13,58
F	704246	13,46	704179	13,46

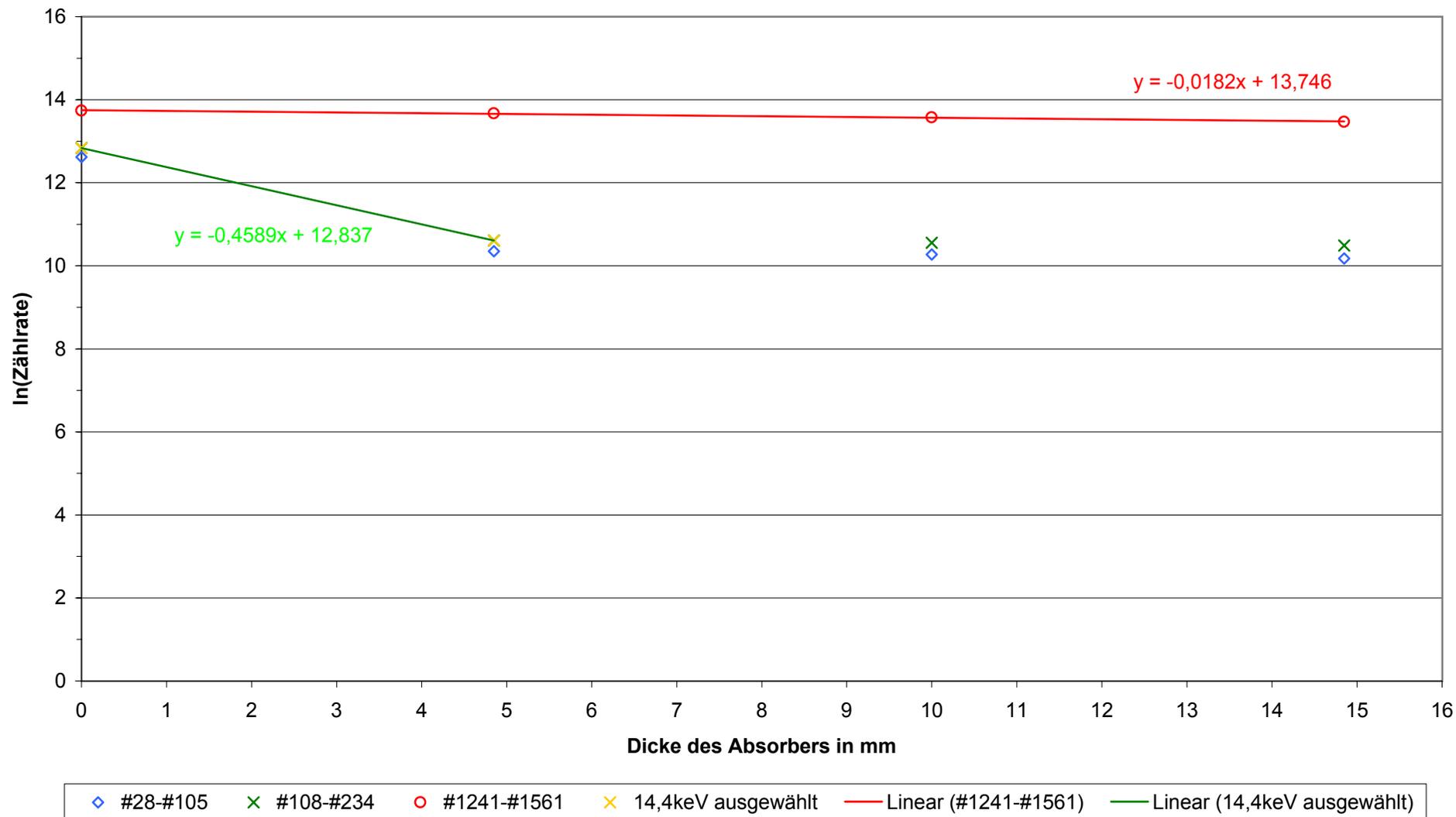
Absorptionskoeffizient von Plexiglas



Absorption mit Aluminium



Absorptionskoeffizient von Aluminium



Mößbauereffekt - Messdaten

Startwerte:

v_{\max} :	6,565 mm/s	Durchmesser der Absorber in cm:	
Energie $h\nu$:	14400 eV	Edelstahl:	23,30
Lichtgeschwindigkeit:	$2,998E+11$ mm/s	Eisensulfat:	24,00
Abstand Detektor - Quelle:	535 mm	Eisen:	23,05
Abstand Absorber - Quelle:	410 mm		
Schwingungsdauer d. Trägers:	460,8 ms		

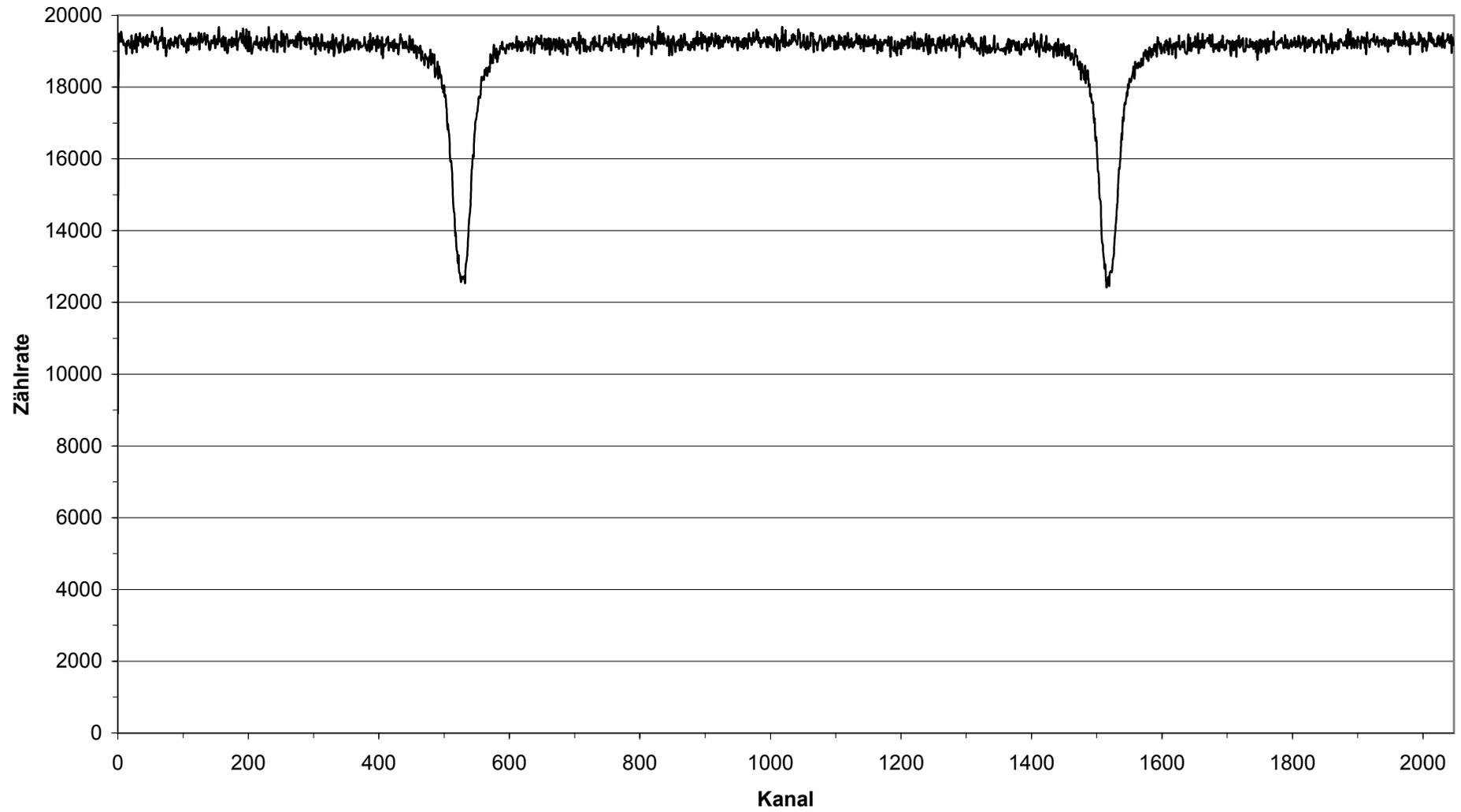
Isomerieverschiebung und Halbwertsbreite:

Edelstahl:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung:	0,218 mm/s	$1,047E-08$ eV
Halbwertsbreite:	0,410 mm/s	$1,971E-08$ eV

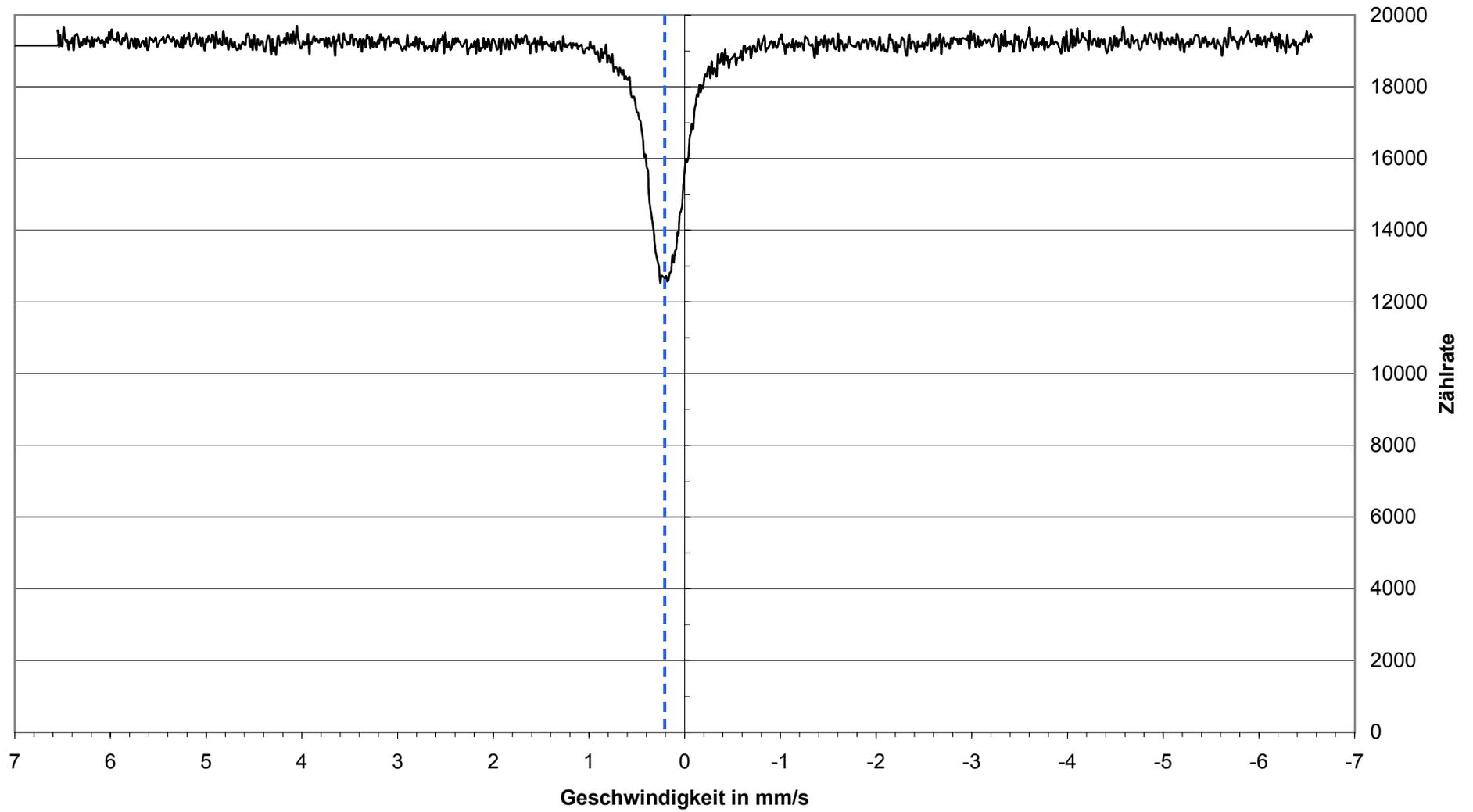
Eisensulfat:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung:	-1,141 mm/s	$-5,482E-08$ eV
Halbwertsbreite (1.Peak):	0,308 mm/s	$1,478E-08$ eV
Halbwertsbreite (2.Peak):	0,244 mm/s	$1,170E-08$ eV
Durchschnitt:	0,276 mm/s	$1,324E-08$ eV
elektrische Quadrupolaufspaltung:	2,693 mm/s	$1,293E-07$ eV

Eisen:	Geschwindigkeitsdifferenz	Energiedifferenz
Isomerieverschiebung (inneres Paar):	0,096 mm/s	$4,619E-09$ eV
Isomerieverschiebung (mittleres Paar):	0,115 mm/s	$5,543E-09$ eV
Isomerieverschiebung (äußeres Paar):	0,141 mm/s	$6,775E-09$ eV
Durchschnitt:	0,118 mm/s	$5,646E-09$ eV
Halbwertsbreite (1.Peak):	0,218 mm/s	$1,047E-08$ eV
Halbwertsbreite (2.Peak):	0,192 mm/s	$9,238E-09$ eV
Halbwertsbreite (3.Peak):	0,141 mm/s	$6,775E-09$ eV
Halbwertsbreite (4.Peak):	0,154 mm/s	$7,391E-09$ eV
Halbwertsbreite (5.Peak):	0,192 mm/s	$9,238E-09$ eV
Halbwertsbreite (6.Peak):	0,231 mm/s	$1,109E-08$ eV
Durchschnitt:	0,188 mm/s	$9,033E-09$ eV

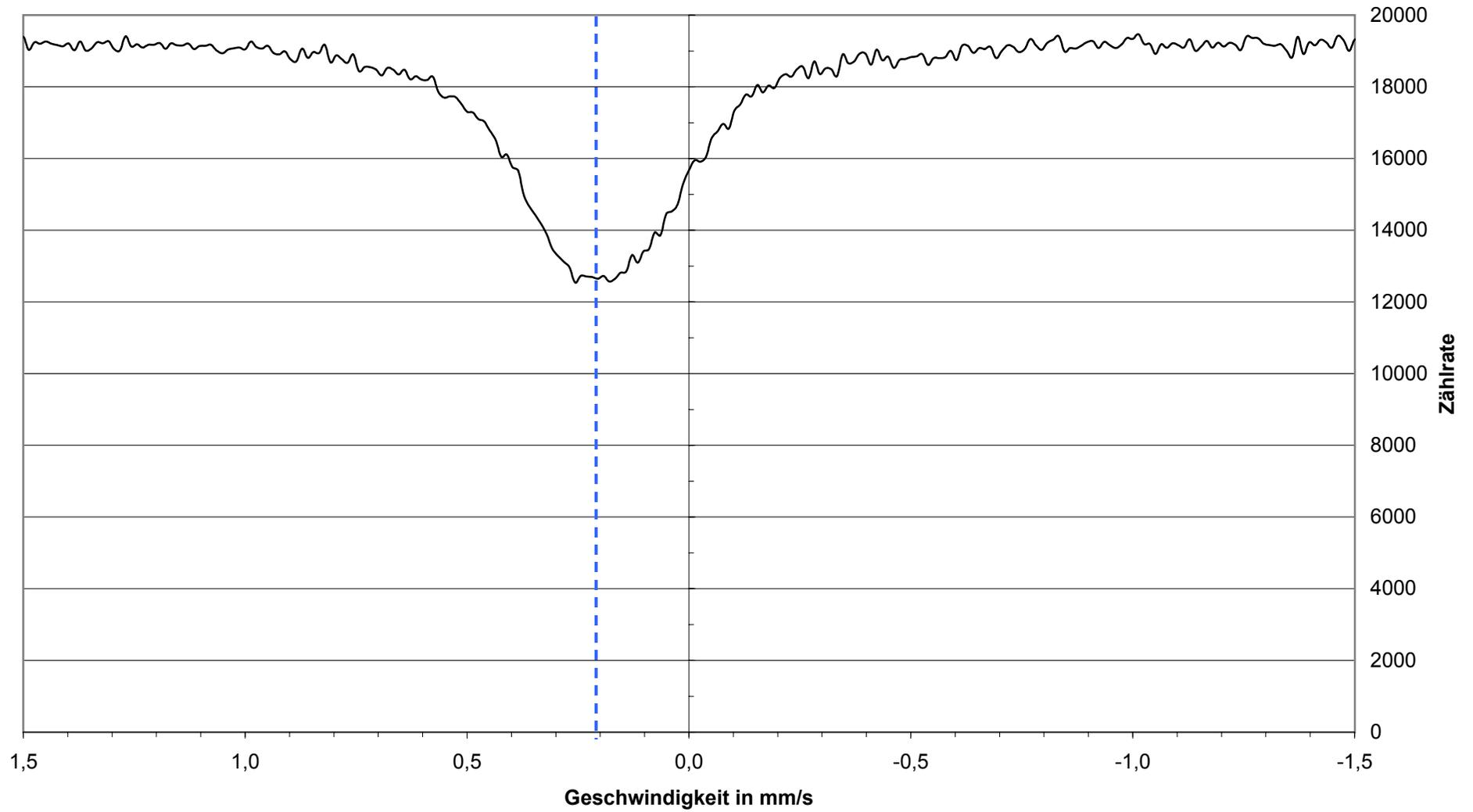
Absorptionsspektrum von Edelstahl (^{57}Co - Probe)



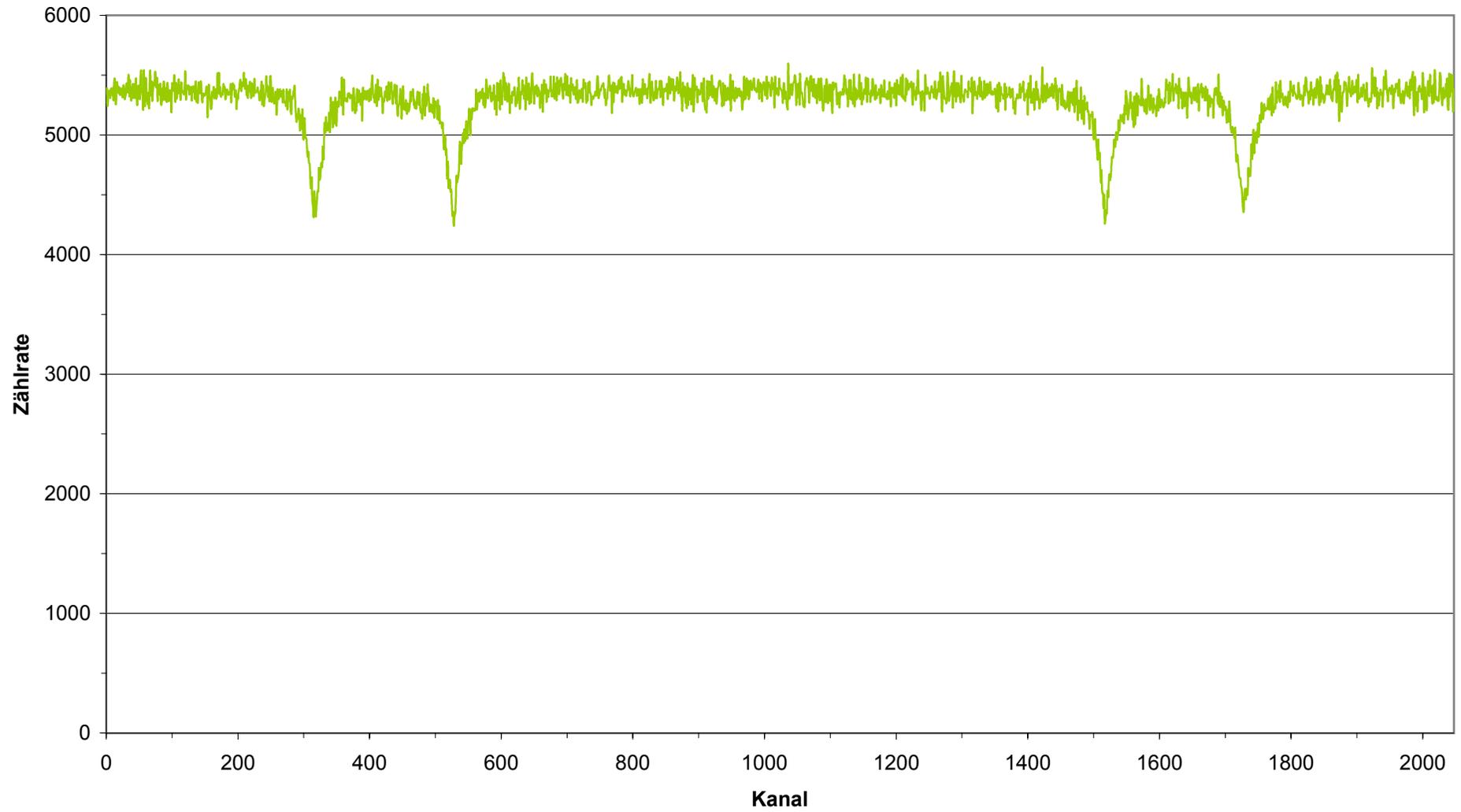
Absorptionsspektrum von Edelstahl (Auftragung über Geschw.)



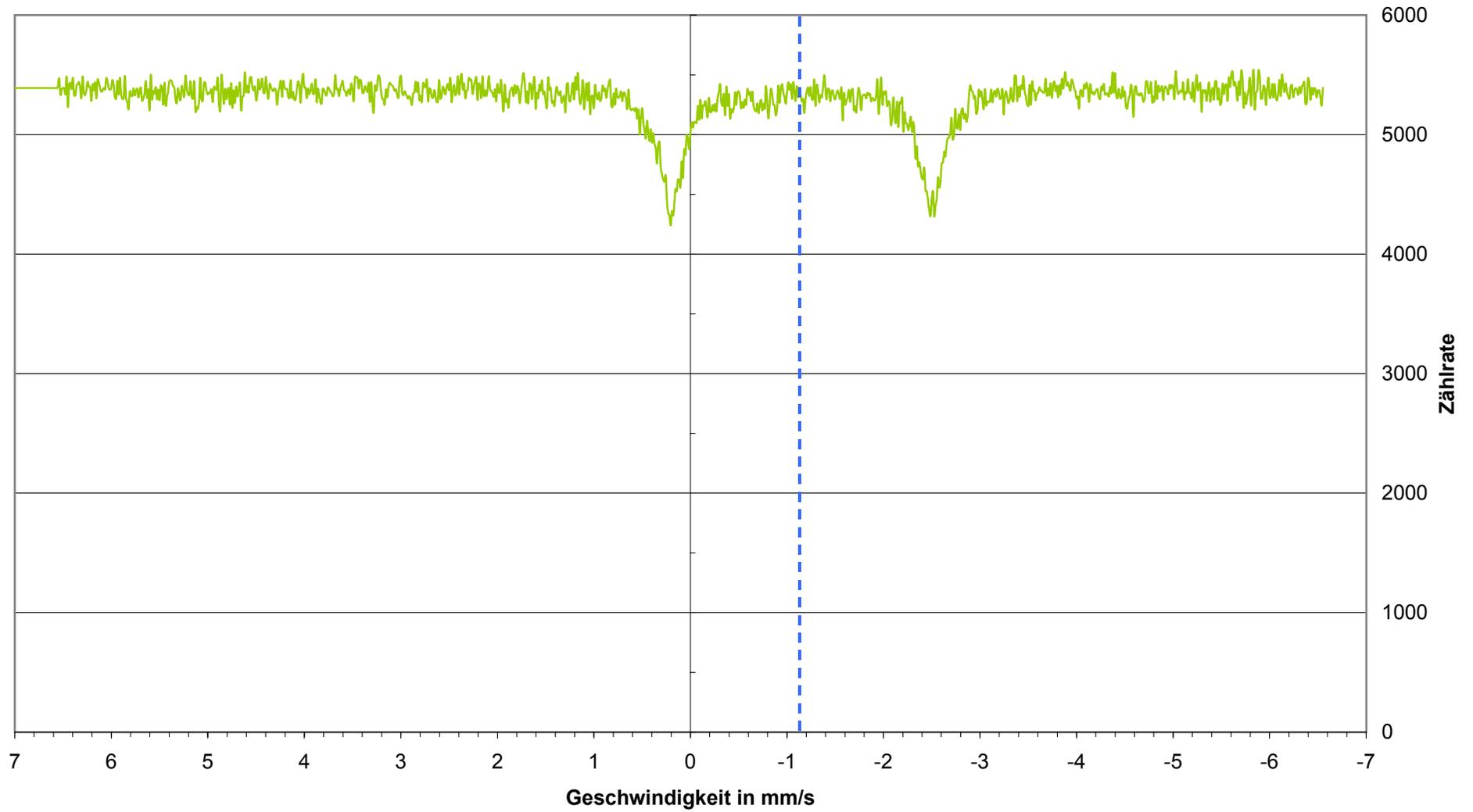
Absorptionsspektrum von Edelstahl (Auftragung über Geschw.)



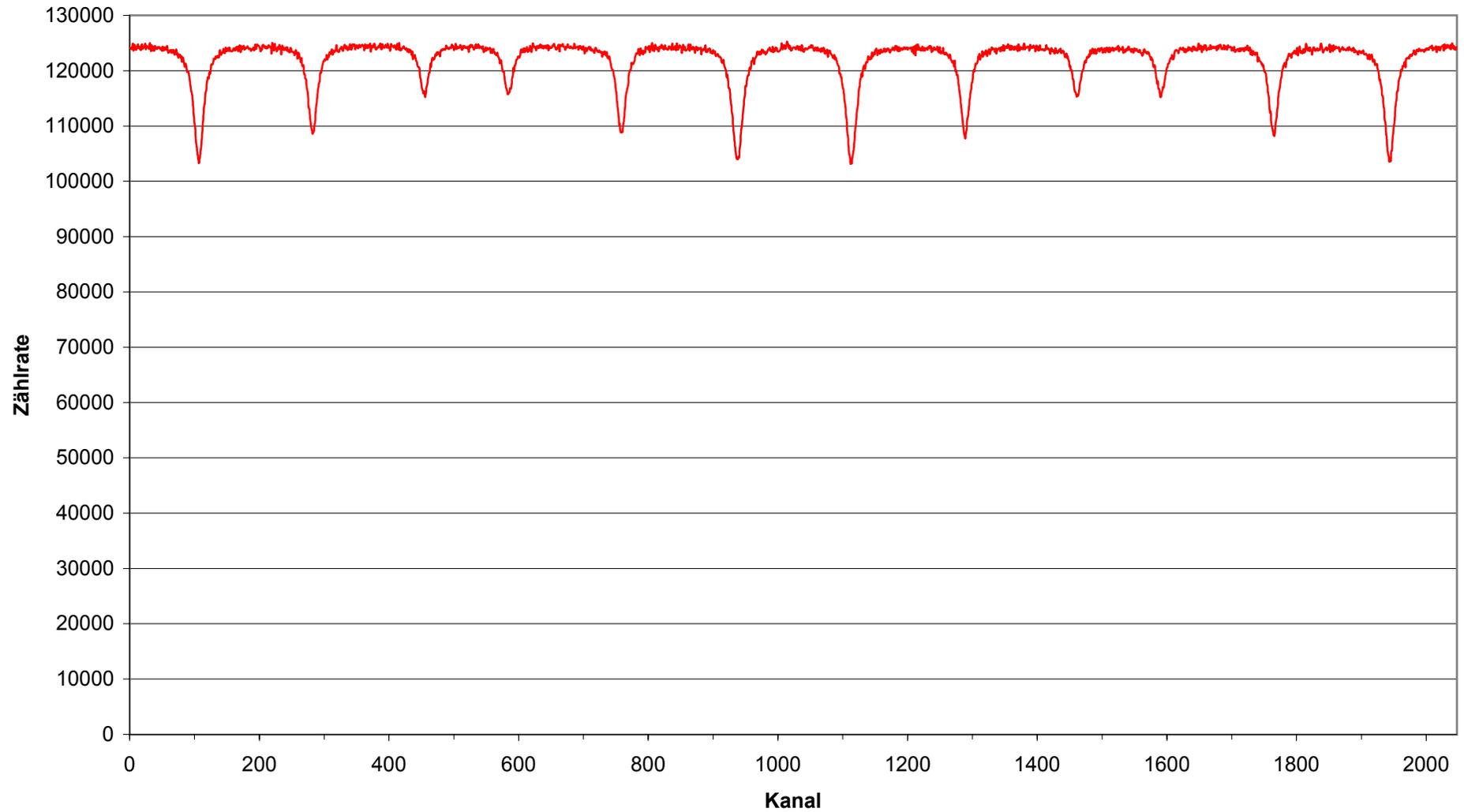
Absorptionsspektrum von Eisensulfat (^{57}Co - Probe)



Absorptionsspektrum von Eisensulfat (Auftragung über Geschw.)



Absorptionsspektrum von Eisen (^{57}Co - Probe)



Absorptionsspektrum von Eisen (Auftragung über Geschw.)

