

Grundpraktikum der Physik 2000

Versuch 12: Latente Wärmen

Michael Rill
michael@wirtschaftsphysik.de

Rafael Lang
rafael@wirtschaftsphysik.de

Oktober 2000

INHALTSVERZEICHNIS 1

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Hauptsätze der Thermodynamik	3
1.2	Zustandsgleichungen	3
1.3	Thermodynamische Potentiale	4
1.4	Phasen und Phasenübergänge	4
1.5	Kalorimetrie	7
2	Experiment	8
2.1	Bestimmung des Wasserwertes	8
2.2	Bestimmung der spezifischen Schmelzwärme von Eis	8
2.3	Spezifische Verdampfungswärme von Wasser mit der Verdampfungsmethode	9
2.4	Spezifische Verdampfungswärme von Wasser mit der Kondensationsmethode	10
2.5	Änderungen der Zustandsfunktionen	11

1 Theorie

siehe auch [1].

Als **Wärmeenergie** eines Systems bezeichnet man die ungeordnete kinetische Energie der Moleküle des Systems. Im Mittel ist diese für alle Teilchen gleich

$$\langle W \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad (1)$$

Der zweite Teil der Gleichung folgt aus längeren statistischen Überlegungen. k_B ist hier die Boltzmannkonstante und T die absolute Temperatur. Diese ist ein Maß für die Wärmeenergie.

Betrachtet man ein makroskopisches System von zwei Körpern, von denen der eine wärmer als der andere ist, so gleichen sich ihre Temperaturen an, sobald sich die beiden Körper berühren. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt, daß die Energiemenge, die der wärmere Körper abgibt gleich derjenigen sein muß, die der kältere aufnimmt. Daraus ergibt sich

$$\Delta Q = cm\Delta T \quad (2)$$

wobei ΔQ die übertragene Wärmeenergie, c die spezifische Wärmekapazität, m die Masse des betrachteten Körpers und ΔT seine Temperaturdifferenz ist.

Neben den drei Raumrichtungen, in denen sich ein Teilchen bewegen kann, bleibt ihm noch die Möglichkeit zu rotieren. Hat man es nicht mit einzelnen Atomen, sondern mit Molekülen zu tun, so können hier auch noch Eigenschwingungen entlang der Bindungsachsen auftreten. Diese Möglichkeiten der Energiespeicherung nennt man **Freiheitsgrade**. Aus quantenmechanischen Überlegungen ergibt sich, daß bei Zimmertemperatur die Schwingungsfreiheitsgrade und z.T. auch die der Rotation „eingefroren“ sind. Betrachtet man z.B. ein Heliumatom, das man als Kugel nähern kann, so dürfen hier nur die 3 Freiheitsgrade der Translation betrachtet werden.

Da alle drei Raumrichtungen untereinander gleichberechtigt sind, wird sich die Energie aus (1) gleichmäßig auf die drei Freiheitsgrade der Translation verteilen. Es ergibt sich weiter, daß auch auf alle weiteren Freiheitsgrade jeweils der gleiche Energiebetrag

$$E = \frac{1}{2} k_B T \quad (3)$$

entfällt.

Man definiert sich spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen

$$c_V := \frac{C_V}{M} \quad (4)$$

Dabei ist C_V die Wärmekapazität des Körpers, die besagt, welche Wärme ΔQ nötig ist, um diesen Körper um ΔT zu erwärmen. Von c_V zu unterscheiden ist c_p , die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. Da sich die zugeführte Wärme auf Volumenarbeit und Temperaturerhöhung verteilt, ist $c_p > c_V$.

1.1 Hauptsätze der Thermodynamik

Die Grundlage der Thermodynamik bilden ihre Hauptsätze:

Nullter Hauptsatz: Befindet sich ein Körper A sowohl mit dem Körper B als auch mit dem Körper C im thermodynamischen Gleichgewicht, so befinden sich auch die Körper B und C im thermodynamischen Gleichgewicht.

Erster Hauptsatz:

$$dU = \delta W + \delta Q \quad (5)$$

Dies bedeutet, daß keine Energie erzeugt oder vernichtet werden kann, und somit auch kein perpetuum mobile Erster Art existieren kann.

Zweiter Hauptsatz: Es kann kein perpetuum mobile Zweiter Art geben, d.h. es kann keine zyklisch arbeitende Wärmekraftmaschine geben, die keinen anderen Effekt bewirkt, als Wärme aus einem Reservoir zu entnehmen und ein äquivalente Menge an Arbeit zu verrichten. Oder anders ausgedrückt: Die Entropie, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit in einem System darstellt, strebt immer ihrem Maximum zu. Die Änderung der Entropie beträgt für einen reversiblen Prozeß

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} \quad (6)$$

Dritter Hauptsatz: Strebt die Temperatur eines Systems gegen den absoluten Nullpunkt T_0 , so strebt seine Entropie gegen einen festen Wert S_0 . Bei einem ideal geordneten Kristall gilt $S_0 = 0$. Der Dritte Hauptsatz besagt aber auch, daß der absolute Temperaturnullpunkt in einer endlichen Anzahl von Schritten nicht erreicht werden kann.

1.2 Zustandsgleichungen

Wird der Zustand einer Stoffmenge wegunabhängig durch eine bestimmte Größe beschrieben, so spricht man von einer Zustandsgröße. Dies ist z.B. bei der Temperatur T , dem Volumen V und dem Druck p der Fall.

Mit Hilfe von Zustandsgleichungen kann man, wenn genügend Zustandsgrößen bekannt sind, unter Annahme eines bestimmten Modells andere Zustandsgrößen eines Systems vorhersagen.

Die Gesetze von Boyle-Mariotte, Gay-Lussac und Charles fasst man unter der Gleichung

$$pV = nN_A k_B T := nRT \quad (7)$$

für ideale Gase zusammen. Dabei ist N_A die Avogadrozahl.

Bei hohen Temperaturen und niedrigen Drücken stimmen die Vorhersagen aus der idealen Gasgleichung gut mit experimentellen Befunden überein. Senkt man jedoch die Temperatur zu stark oder erhöht den Druck zu sehr, so machen sich die Kohäsionskräfte immer mehr bemerkbar, die ja in der Herleitung völlig vernachlässigt wurden.

Die van-der-Waals-Gleichung ist der Zustandsgleichung des idealen Gases sehr ähnlich. Man nimmt jetzt jedoch an, daß die Gasteilchen ein Eigenvolumen, das sogenannte Kovolumen bn haben und sich gegenseitig anziehen. Auf Grund dieser Kohäsionskräfte ist der Druck eines van-der-Waals-Gases um den sogenannte Binnendruck $a\left(\frac{n}{V}\right)^2$ kleiner als der des idealen Gases. Es ergibt sich

$$\left(p + \left(\frac{n}{V}\right)^2 a\right)(V - nb) = nRT \quad (8)$$

1.3 Thermodynamische Potentiale

Der Zustand eines Systems kann durch verschiedene, gleichwertige thermodynamische Potentiale beschrieben werden, die sich in den Zustandsgrößen unterscheiden, von denen sie abhängen. Je nach Art des betrachteten Vorgangs erweisen sich die einzelnen Potentiale als mehr oder weniger geeignet. So bietet es sich bei einer isobaren Zustandsänderung an, die Änderung der Enthalpie $dH = T dS + V dp$ zu betrachten, da der Ausdruck $V dp$ gleich Null ist. Die Umrechnung dieser Potentiale ineinander erfolgt durch Legendre-Transformationen. Umformung von innerer Energie $U(S,V)$ in freie Energie $F(V,T)$:

$$U^{[S]}(S, V) = U - \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V S$$

aus Vergleich mit $dU = -p dV + T dS$
ergibt sich $U^{[S]}(S, V) = U - T S =: F$

$$dF = dU - S dT - T dS$$

$$= -p dV - S dT$$

$$\Rightarrow F = F(V, T)$$

1.4 Phasen und Phasenübergänge

Als Phase bezeichnet man einen Bereich eines Systems, in dem alle physikalischen und chemischen Eigenschaften identisch sind. In einem System können mehrere feste und flüssige, aber nur eine gasförmige Phase existieren, da sich alle gasförmigen Komponenten vollständig durchmischen.

Innere Energie	$U = \frac{f}{2}RT$	$dU = T dS - p dV$
Enthalpie	$H = U + pV$	$dH = T dS + V dp$
Gibbs'sches Potential	$G = U - TS + pV$	$dG = -S dT + V dp$
Freie Energie	$F = U - TS$	$dF = -p dV - S dT$

Tabelle 1: Zusammenstellung der thermodynamischen Potentiale für konstante Teilchenzahl

Als Phasenübergang bezeichnet man unter Anderem den Übergang zwischen zwei Aggregatzuständen. Da sich hierbei die Bindungsverhältnisse in der Materie ändern, muß entweder Wärme zugeführt werden oder es wird Wärme frei. Diese bezeichnet man als latente Wärmen, da sie keine Temperaturerhöhung bewirken. Im folgenden H-T-Diagramm wird dieser Sachverhalt nochmals graphisch dargestellt:

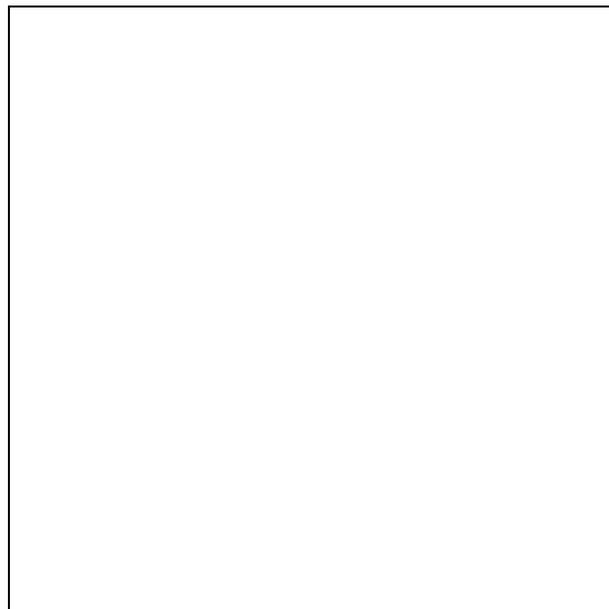


Abbildung 1: H-T-Diagramm zu Veranschaulichung der latenten Wärme

Die Wärme ΔQ , die nötig ist, um die Masse m in einen anderen Aggregatzustand zu überführen, bezeichnet man als spezifische Schmelzwärme q_{sch} , spezifische Siedewärme q_{sie} oder spezifische Sublimationswärme q_{sub} . Die Richtung des Phasenübergangs ändert nur das Vorzeichen der jeweiligen spezifischen Wärme, da sonst die Energieerhaltung verletzt wäre.

Ein Phasendiagramm ist ein $p(T)$ - Diagramm, aus dem für jeden Punkt (p, T) der dazugehörige Aggregatzustand abgelesen werden kann. Die Kur-

ven markieren die jeweiligen Phasenübergänge: fest – flüssig (Schmelzen), flüssig – fest (Gefrieren), fest – gasförmig (Sublimieren), gasförmig – fest (Resublimieren), flüssig – gasförmig (Verdampfen) sowie gasförmig – flüssig (Kondensieren). Am Schnittpunkt aller drei Kurven können alle drei Phasen im thermodynamischen Gleichgewicht koexistieren. Dieser Punkt heißt Tripelpunkt. Die Verdampfungskurve endet am sogenannten kritischen Punkt (K) . Ab diesem Punkt ist kein Phasenübergang flüssig – gasförmig mehr möglich. Diesen Zustand nennt man Fluid.

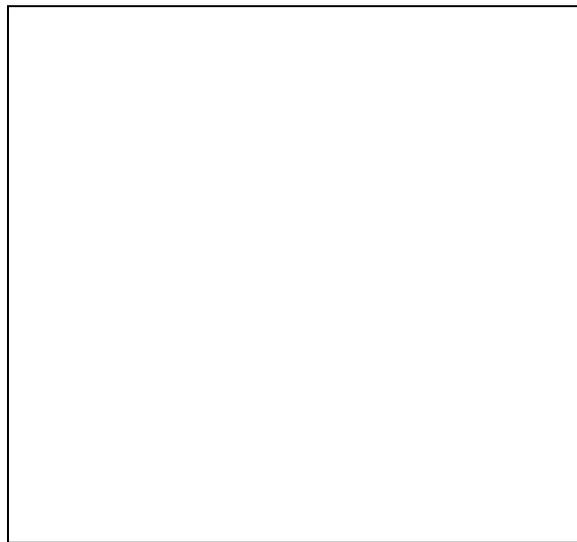


Abbildung 2: Phasendiagramm in $p - T$ -Darstellung. ([2])

Die Clausius-Clapeyron-Gleichung beschreibt allgemein die Steigung der Koexistenzlinien zweier Aggregatzustände im $p - T$ -Diagramm. Sie lautet ([3])

$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{Koexistenzlinie}} = \frac{\Delta H}{T \Delta V} \quad (9)$$

Für unseren Versuch ist besonders folgende Modifikation der Clausius-Clapeyron-Gleichung wichtig:

$$q_V = T \frac{dp}{dT} \left(\frac{V_l - V_g}{m}\right) \quad (10)$$

Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen spezifischer Verdampfungsenthalpie und der Steigung der Dampfdruckkurve $p(T)$. Sie wird durch die Betrachtung eines Kreisprozesses nahe der Dampfdruckkurve hergeleitet und gilt analog auch für andere Phasenübergänge.

Aus den ersten beiden Hauptsätzen der Thermodynamik ergibt sich die sogenannte Gibbs'sche Phasenregel

$$P = K - F + 2 \quad (11)$$

wobei P die Anzahl der Phasen und K die Anzahl der Komponenten ist. F beschreibt die Anzahl der voneinander unabhängigen Variablen (p , V , T und die Konzentration der chemisch verschiedenen Komponenten).

1.5 Kalorimetrie

Ein Kalorimeter besteht prinzipiell aus zwei Bechergläsern oder ähnlichen Konstruktionen, die durch möglichst schlecht wärmeleitende Brücken miteinander verbunden sind. Der verbleibende Zwischenraum sollte evakuiert werden. Die Innenwand des äußeren Becherglases verspiegelt, um Wärmeübertragung durch Wärmestrahlung zu vermeiden.

Wie jeder andere Körper, so hat auch ein Kalorimeter (Thermometer, ...) eine Wärmekapazität $C_{Kalorimeter}$, die man Wasserwert nennt. Zu Beginn der Messung wird das Kalorimeter mit Wasser der Masse m_{Wasser} gefüllt, und man wartet den Temperaturengleich auf die Temperatur T_{kalt} ab. Gibt man einen Körper in das Kalorimeter, so stellt sich nach einer gewissen Zeit die Mischtemperatur T_{misch} ein. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes gilt:

$$\Delta Q_{Kalorimeter} + \Delta Q_{Wasser} + \Delta Q_{Körper} = 0 \quad (12)$$

2 Experiment

2.1 Bestimmung des Wasserwertes

Im Versuch wird der Wasserwert des Kalorimeters nach der sog. Ausschüttmethode bestimmt. Dazu wird heißes Wasser in das Kalorimeter gegeben und der Temperaturengleich wird abgewartet. Das heiße Wasser wird ausgeschüttet. In das nun leere Kalorimeter der Temperatur $T_{\text{heiß}}$ wird kaltes Wasser ($T_{\text{kalt}}, m_{\text{Wasser}}$) gegossen. Nach einiger Zeit ergibt sich die Mischtemperatur T_{misch} . Energiebilanz:

$$C_{\text{Kalorimeter}}(T_{\text{heiß}} - T_{\text{misch}}) = m_{\text{Wasser}}c_{\text{Wasser}}(T_{\text{misch}} - T_{\text{kalt}}) \quad (13)$$

und damit für den Wasserwert

$$C_{\text{Kalorimeter}} = \frac{-m_{\text{Wasser}}c_{\text{Wasser}}(T_{\text{misch}} - T_{\text{kalt}})}{T_{\text{misch}} - T_{\text{heiß}}} \quad (14)$$

Da in Abhängigkeit von der Einfüllhöhe eine unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit gegeben ist, ist der Wasserwert eine Funktion von m_{Wasser} . Der Fehler für die Messung von Temperaturen beträgt $\pm 0,10K$.

m_{Wasser} [kg]	T_{kalt} [K]	T_{misch} [K]	$T_{\text{heiß}}$ [K]	$C_{\text{Kalorimeter}}$ [kg · cal]
$333,7 \cdot 10^{-3} \pm 0,2 \cdot 10^{-3}$	291,95K	293,35K	322,55K	$16,57 \pm 2,49$
$338,0 \cdot 10^{-3} \pm 0,2 \cdot 10^{-3}$	292,35K	293,85K	322,45K	$17,72 \pm 2,50$
$349,9 \cdot 10^{-3} \pm 0,2 \cdot 10^{-3}$	292,45K	293,85K	322,95K	$16,83 \pm 2,53$

Damit ergibt sich für den Mittelwert $C_{\text{Kalorimeter}} = 17,04 \text{kgcal} \pm 0,60 \text{kgcal}$. Ablese- und Messungenauigkeiten wurden in der Fehlerrechnung berücksichtigt. Als systematischer Fehler werden sich Unzulänglichkeiten bei der Isolation des Kalorimeters auswirken. Ebenso haben wir einen Fehler dadurch, daß sich Holz und Schaumstoff am Kalorimeter mit der Zeit mit Wasser vollsaugen. Deshalb werden die gewogenen Massen größer.

2.2 Bestimmung der spezifischen Schmelzwärme von Eis

Jetzt geht's rund! In den Kalorimeter wird heißes Wasser eingefüllt. Die Temperatur-Vorkurve wird aufgenommen, es ist $T_{\text{heiß}} = 323,05K \pm 0,1K$. Dann gibt man einen Eiswürfel (Masse $m_{\text{Eis}} = 29,3g \pm 0,2g$) hinzu und mißt die Hauptkurve. Dann wird der Temperaturverlauf noch über einen längeren Zeitraum in der Nachkurve festgehalten, hier ist $T_{\text{misch}} = 308,55K \pm 0,1K$. Der Temperaturverlauf ist aus Grafik 1 ersichtlich. Die Wärmedifferenz zwischen heißem Kalorimetersystem und dem auf Mischtemperatur wird

benötigt, um den Eisklotz zu schmelzen (ΔQ_{sch}) und dann das Wasser auf Mischtemperatur zu bringen. Das kann man auch ausrechnen:

$$\begin{aligned} & (m_{Wasser}c_{Wasser} + C_{Kalorimeter})(T_{heiß} - T_{misch}) \\ & = m_{Eis}c_{Wasser}(T_{misch} - 273,15K) + \Delta Q_{sch} \end{aligned} \quad (15)$$

und mit $\Delta Q_{sch} = m_{Eis}q_{sch}$ wird

$$q_{sch} = m_{Eis}^{-1} \cdot ((m_{Wasser}c_{Wasser} + C_{Kalorimeter})(T_{heiß} - T_{misch}) \quad (16)$$

$$- m_{Eis}c_{Wasser}(T_{misch} - 273,15K)) \quad (17)$$

$$= 108877cal/kg \pm 3471cal/kg \quad (18)$$

$$= 456J/g \pm 15J/g \quad (19)$$

Der Literaturwert beträgt $334J/g$ ([4]). Daß unser Wert um 36% von dem Literaturwert abweicht, läßt sich mit folgendem Sachverhalt erklären: Der Eiswürfel wurde als Masse mit einer homogenen Temperatur von $273,15K$ angenommen. Diese Annahme ist nur an der Oberfläche richtig. Das Innere des Eiswürfels ist sicher kälter. Daher müßte man eigentlich mit einer größeren Masse rechnen. Um auf den Literaturwert zu kommen, würde eine Ersatzmasse $m_{Eis}^* \approx 35,6 \cdot 10^{-3}kg$ das Ergebnis wieder ins rechte Licht rücken.

2.3 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser mit der Verdampfungsmethode

In einem Dewar wird mittels eines Tauchsieders Wasser zum Sieden gebracht und der Dampf über isolierte Leitungen und einen Kondenswasserabscheider in das mit kaltem Wasser gefüllte Kalorimeter geleitet. Gemessen wird die Masse und die Temperatur des kalten Wassers T_{kalt} , die Mischtemperatur T_{misch} , die Masse des Kalorimeters vor und nach dem Einleiten des Dampfes m_{kalt} bzw. $m_{heiß}$ und der Atmosphärendruck p_{atm} zur Bestimmung der Siedetemperatur.

Bei dem von uns gemessenen Luftdruck von $p_{atm} = 707,0Torr \pm 0,2Torr = 94,26kPa \pm 26,66kPa$ ergibt sich Anhand der mitgelieferten Tabelle (Danke, Olli ;-)) eine Siedetemperatur von $T_{sie} = 371,0K \pm 0,1K$.

Wieder ergibt sich eine schöne Formel durch Aufstellen der Energiebilanz:

$$\begin{aligned} & m_{Dampf}q_{Verdampfung} + m_{Dampf}c_{Wasser}(T_{sie}(p_{atm}) - T_{misch}) \\ & = (m_{Wasser}c_{Wasser} + C_{Kalorimeter})(T_{misch} - T_{kalt}) \end{aligned} \quad (20)$$

und damit

$$q_{Verdampfung} = ((m_{Wasser}c_{Wasser} + C_{Kalorimeter})(T_{misch} - T_{kalt}))$$

2 EXPERIMENT

10

$$-m_{Dampf} c_{Wasser} (T_{sie}(p) - T_{misch}) m_{Dampf}^{-1} \quad (21)$$

$$= 546962 \text{ cal/ kg} \pm 12781 \text{ cal/ kg}$$

$$= 2290 \text{ J/ g} \pm 54 \text{ J/ g} \quad (22)$$

Diesmal nur um 1,5% daneben. Als Fehlerquelle bietet sich hier das ungewollte Entweichen von Dampf an, welcher halt leider kaum sichtbar ist.

2.4 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser mit der Kondensationsmethode

Mit einem Tauchsieder bringt man wieder das Wasser im Dewargefäß zum Kochen. Der Wasserdampf wird über den Gegenstromkühler abgeleitet. Das kondensierte Wasser wird in einem vorher gewogenen Becherglas aufgefangen. Nach einer Zeitspanne Δt , in der man ca. alle 30 Sekunden Strom und Spannung abliest, bestimmt man die Masse des verdampften und im Gegenstromkühler wieder kondensierten Wassers. Man setzt voraus, daß die vom Tauchsieder aufgenommene Energie $E = \langle U \rangle \langle I \rangle \Delta t$ vollständig zum Verdampfen des Wassers verwendet wurde und daß alles verdampfte Wasser im Becherglas aufgefangen wurde. Dann gilt:

$$E = m_{Dampf} q_{Verdampfung} = \langle U \rangle \langle I \rangle t \quad (23)$$

Der Versuch wird jeweils dreimal durchgeführt. Heraus kommen diese Werte:

m_{Dampf} [g]	Zeit t [s]	Spannung $\langle U \rangle$ [V]	Strom $\langle I \rangle$ [A]	$q_{Verdampfung}$ [cal/ kg]
$12,4 \pm 0,2$	300 ± 1	$70,6 \pm 0,5$	$1,50 \pm 0,01$	611917 ± 53636
$9,9 \pm 0,2$	240 ± 1	$70,4 \pm 0,5$	$1,50 \pm 0,01$	611416 ± 58267
$7,6 \pm 0,2$	180 ± 1	$70,3 \pm 0,5$	$1,50 \pm 0,01$	596489 ± 63985

Damit ergibt sich die spezifische Verdampfungswärme diesmal zu $606607 \text{ cal/ kg} \pm 8766 \text{ cal/ kg} = 2540 \text{ J/ g} \pm 37 \text{ J/ g}$ mit einer Abweichung von 12,5% vom Literaturwert.

Bei der Gegenstromanlage ist davon auszugehen, daß eine noch größere Menge Dampf als im vorherigen Versuch unbemerkt und unregistriert entflieht. Dies könnte eingedämmt werden, indem das Gegenstromrohr geschlossen mit dem Kalorimeter verbunden wird und ähnlich dem vorherigen Versuch das Ende unter Wasser getaucht wird.

2.5 Änderungen der Zustandsfunktionen

Beim Schmelzvorgang gilt (aus [1]):

- Entropieänderung $\Delta S = \frac{m_{Eis}q_{sch}}{T_{misch}} = 43,30 \frac{J}{K}$
- Änderung der inneren Energie $\Delta U = 13360J$
- Enthalpieänderung $\Delta H = T dS + V dp = \Delta Q = 13361J$
- Änderung des Gibbs'schen Potentials $\Delta G = 0$
- Die Änderung der Freien Energie ist $\Delta F = -p_{atm} \frac{\Delta V}{V} m_{Eis} \rho_{Wasser}$. Mit den entsprechenden Werten $\rho_{Eis} = 917kg/m^3$, $\rho_{Wasser} = 988kg/m^3$, $m_{Eis} = 0,0293kg$, $m_{Wasser} = 0,2745kg$, $p_{atm} = 94,26kPa$ ist dann $\Delta F = -20376J$

Beim Verdampfungsvorgang gilt $m_{Dampf} = 16,6g$, $q_{Verdampfung} = 2290 \frac{J}{g}$

- Entropieänderung $\Delta S = \frac{m_{Dampf}q_{Verdampfung}}{T_{misch}} = 118 \frac{J}{K}$
- Änderung der inneren Energie $\Delta U = 38014J$
- Enthalpieänderung $\Delta H = T dS + V dp = \Delta Q = 38014J$
- Änderung des Gibbs'schen Potentials $\Delta G = 0$
- Änderung der Freien Energie $\Delta F = -pm_{Dampf}(\rho_{Dampf} - \rho_{Luft})$ ist wiederum mit den entsprechenden Werten, $\rho_{Dampf} = 0,768kg/m^3$, $\rho_{Luft} = 1,2929kg/m^3$ sowie $m_{Dampf} = 0,166kg$ und $m_{Wasser} = 0,3122kg$ zu $\Delta F = 8J$ bestimmt.

Die Werte für die Änderungen der Freien Energie ΔF sind sicherlich mit großen Ungenauigkeiten behaftet, da die Literatur [4] nur Werte für einzelne Temperaturen angibt.

Literatur

- [1] J. Meckler / J. R. Götz (1997): Versuch Nr. 12: Latente Wärmen; Ulm, Universität Ulm
- [2] Bergmann / Schaefer (1998): Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.1: Mechanik, Relativität, Wärme; 11., völlig Neubearbeitete Auflage; Berlin / New York: de Gruyter
Seite 1189, Abbildung 37.5
- [3] ebd.
Seite 1192
- [4] H. Kuchling (1999): Taschenbuch der Physik, 16. Auflage (Sonderausgabe) München / Wien: Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag
Seiten 624ff.
- [5] W. Walcher (1994): Praktikum der Physik, 7. überarbeitete und ergänzte Auflage; Stuttgart: Teubner
Seite 91f.

Grafik 1: Steilküste von Helgoland

