

Versuch Nr. 9

Kundtsches Staubrohr und Quinckesches Resonanzrohr

Gruppe W 7

Andreas Josef Birnesser

Andreas.Birnesser@wirtschaftsphysik.de

Sascha Wagner

Sascha.Wagner@wirtschaftsphysik.de

Durchgeführt am 13. Oktober 2000

Erste Abgabe am 18. Oktober 2000

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1. Abbildungsverzeichnis | 3 |
| 2. Theoretische Grundlagen..... | 4 |
| 2.1. Wellen..... | 4 |
| 2.1.1. Definition | 4 |
| 2.1.2. Die zwei unterschiedlichen Wellentypen..... | 5 |
| 2.1.3. Wellenformen..... | 5 |
| 2.2. Dispersion | 5 |
| 2.3. Superposition von Wellen..... | 6 |
| 2.4. Interferenz | 6 |
| 2.5. Stehende Wellen und Resonanz..... | 6 |
| 2.5.1. Stehende Wellen zwischen festen Enden..... | 7 |
| 2.5.2. Stehende Welle zwischen zwei losen Enden..... | 7 |
| 2.5.3. Stehende Welle bei einem freien und einem festen Ende | 7 |
| 2.6. Schallgeschwindigkeit in Gasen | 7 |
| 2.7. Schallgeschwindigkeit und Adiabatenexponenten | 9 |
| 2.7.1. Schallgeschwindigkeiten in Festkörpern..... | 9 |
| 3. Versuchsbeschreibung | 11 |
| 3.1. Kundtsches Rohr | 11 |
| 3.2. Quinckesches Resonanzrohr | 12 |
| 4. Versuchsauswertung..... | 13 |
| 4.1. Kundtsches Staubrohr | 13 |
| 4.2. Quinckesches Resonanzrohr | 15 |
| 5. Fehlerdiskussion..... | 17 |
| 5.1. Kundtsches Rohr | 17 |
| 5.2. Quinckesches Resonanzrohr | 17 |
| 6. Literaturverzeichnis | 18 |

1. ABBILDUNGSVERZEICHNIS

| | |
|--|----|
| Abbildung 1: Kundtsches Staubrohr | 11 |
| Abbildung 2: Quinckesches Resonanzrohr | 12 |

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.1. Wellen

2.1.1. Definition

Als Welle bezeichnet man Schwingungen, die sich im Raum periodisch fortbewegen. In mechanischen Wellen wird stets Masse bewegt, d.h. die Teilchen schwingen um ihre Gleichgewichtslage, im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen, die sich auch durch den leeren Raum fortpflanzen können. Die charakteristische Eigenschaft aller Arten von Wellen ist der Transport von Energie durch den Raum von einem Sender zu einem Empfänger. Auch bei mechanischen Wellen wird Energie transportiert, aber dieser Vorgang ist nicht immer mit dem Transport von Masse oder Impuls verbunden.

Bei der allgemeingültigen dreidimensionalen Wellengleichung, der sogenannten d'Alembert Gleichung:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = c^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ist die zweite Ableitung nach der Zeit proportional zur zweiten Ableitung nach dem Ort. Alle Lösungen dieser Wellengleichung sind sowohl zeit-, als auch ortsabhängig und ihre Lösungen haben die allgemeine Form:

$$s(x, t) = f(k \cdot x - \mathbf{w} \cdot t) + g(k \cdot x + \mathbf{w} \cdot t). \quad (2)$$

Die sogenannte Wellenzahl ist im Betrag definiert als:

$$k = \frac{2 \cdot \mathbf{p}}{\mathbf{l}}. \quad (3)$$

Eigentlich hat die Wellenzahl \mathbf{k} vektoriellen Charakter und wird auch häufig als Wellenvektor bezeichnet. Die Ausbreitungsrichtung der Welle wird durch die Richtung des Wellenvektors wiedergegeben.

Die Wellenlänge \mathbf{l} ist die räumliche Periode der Welle. Eine Zu- bzw. Abnahme von x um den Betrag \mathbf{l} verändert das Ergebnis der Gleichung nicht.

Das Analogon zur räumlichen Periode ist die zeitliche Periode, die sogenannte Periodendauer T .

Die Inverse der Periodendauer wird als Frequenz bezeichnet. Sie gibt die Anzahl der Wellen pro Zeiteinheit an. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T} \quad (4)$$

Häufig wird auch die Winkelgeschwindigkeit benutzt:

$$\mathbf{w} = \frac{2 \cdot \mathbf{p}}{T} = 2 \cdot \mathbf{p} \cdot f \quad (5)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ist definiert als:

$$c = \frac{\mathbf{w}}{k} = \mathbf{l} \cdot f = \text{const.} \quad (6)$$

Im folgenden sollen nur einige Spezialfälle der allgemeinen Lösung betrachtet werden.

2.1.2. Die zwei unterschiedlichen Wellentypen

Man kann grundsätzlich zwei verschiedene Ausbreitungsarten von Wellen unterscheiden. Eine **Longitudinalwelle** pflanzt sich in derselben Richtung fort, in der die schwingenden Masselemente des Mediums ihre Bewegungen ausführen. Longitudinalwellen sind grundsätzlich in jedem Medium möglich.

Bei **Transversalwellen** stehen Ausbreitungsrichtung der Welle und Schwingungsrichtung der Masseteilchen senkrecht aufeinander. Transversalwellen sind nur in Flüssigkeiten als Oberflächenwellen und in Festkörpern möglich. Licht und elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen, die sich auch im Vakuum ausbreiten können.

2.1.3. Wellenformen

Die einfachste Form einer Welle ist die sogenannte **Harmonische Welle**.

Sie wird, wie es ihr charakteristischer sinusförmiger Verlauf vermuten lässt, im *ein-dimensionalen Fall* durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y(x, t) = \hat{y} \cdot \sin(k \cdot x \pm \omega \cdot t) \quad (7)$$

Natürlich stellen auch folgende Lösungen der allgemeinen Wellendifferentialgleichung harmonische Wellen dar:

$$y(x, t) = \hat{y} \cdot \cos(k \cdot x \pm \omega \cdot t) \quad (8)$$

$$y(x, t) = \hat{y} \cdot e^{i(k \cdot x \pm \omega \cdot t)} \quad (9)$$

Die Welle wird als **streng harmonisch** bezeichnet, wenn sie im Raum und in der Zeit kein Anfang und kein Ende hat. Dies ist in der Realität natürlich lediglich eine Idealisierung, da jede Welle einen Ursprung besitzen muss.

Wenn die Orte gleicher Phase, die sogenannten Wellenfronten, in einer Ebene liegen, so spricht man von *ebenen Wellen*. Diese Wellenfronten sind senkrecht zum Wellenvektor \mathbf{k} . Mathematisch gesehen muss für eine ebene Welle folgende Voraussetzung erfüllt sein:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const} . \quad (10)$$

Von allen dreidimensionalen Wellenformen pflanzt sich nur die ebene Welle mit unveränderter Form im dispersionsfreien Medium fort. Dies widerspricht natürlich dem allgemeinen Bild einer Welle, als Fortpflanzung einer Verformung. Deshalb ist eine ebene Welle in der Realität auch nur in Näherung beobachtbar.

Haben die Wellenfronten einen kreisförmigen Verlauf, so spricht man von *Kreiswellen*. Dehnt man diese Vorstellung auf drei Dimensionen aus, so erhält man die *Kugelwelle*. Bei der Kreis- und der Kugelwelle nimmt die Amplitude mit größer werdendem Radius ab, da die Energie der Welle, auf eine größere Fläche verteilt werden muss.

2.2. Dispersion

Bei einer Welle unterscheidet man zwei Arten von Ausbreitungsgeschwindigkeiten:

- Die **Phasengeschwindigkeit** beschreibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer harmonischen Welle.
- Die **Gruppengeschwindigkeit** bezeichnet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer impulsartigen lokalen Störung oder einer sogenannten Wellengruppe. Sie entspricht der Geschwindigkeit, mit welcher in der Welle Energie transportiert oder Signale übermittelt werden. Ihre obere Schranke ist die Geschwindigkeit des Lichtes im Vakuum. Es gilt:

$$c_{\text{Gruppe}} = \frac{d\omega}{dk} \quad (11)$$

Ist bei einer Welle die Phasengeschwindigkeit verschieden von der Gruppengeschwindigkeit, bzw. die Phasengeschwindigkeit abhängig von der Wellenlänge λ , so spricht man von **Dispersion**.

2.3. Superposition von Wellen

Das **Superpositionsprinzip** von Wellen besagt, dass sich zwei gleichartige Wellenfelder $\mathbf{x}_1(\vec{r}, t)$ und $\mathbf{x}_2(\vec{r}, t)$ additiv überlagern:

$$\mathbf{x}(\vec{r}, t) = \mathbf{x}_1(\vec{r}, t) + \mathbf{x}_2(\vec{r}, t) \quad (12)$$

Das folgt aus der Linearität der Wellendifferentialgleichung. Das Superpositionsprinzip wird vor allem bei der Berechnung der Beugung und der Interferenz verwendet. Praktisch werden dabei die Auslenkungen aller Teilchen an einem bestimmten Ort zu einer resultierenden Amplitude addiert. Die ungestörte Superposition tritt nicht mehr ein, wenn eine Welle die Eigenschaften des Mediums sehr stark beeinflusst.

2.4. Interferenz

Bei der Überlagerung von Wellen hat man einen eigenständigen Begriff eingeführt. Die Interferenz ist im Superpositionsprinzip für Wellen begründet. Man unterscheidet zwei verschiedene Arten der Interferenz:

- **Konstruktive Interferenz**
Wellen gleicher Kreisfrequenz und gleicher Phase überlagern sich konstruktiv, d.h. verstärken sich maximal.
- **Destruktive Interferenz**
Wellen gleicher Kreisfrequenz und einer Phasenverschiebung von π überlagern sich destruktiv, d.h. schwächen sich maximal ab.

2.5. Stehende Wellen und Resonanz

Eine besondere Situation tritt ein, wenn ein Wellenzug an einem Hindernis reflektiert wird. Hierbei interferiert die ankommende mit der reflektierten Welle über eine längere Strecke. Die resultierende Welle bewegt sich nicht mehr in einer Richtung weiter, sondern sie schwingt nur „am Ort“ auf und ab. Die Stellen maximaler Teilchengeschwindigkeit werden als Schnellebäuche bezeichnet. Sie wiederholen sich im Abstand von $\frac{\lambda}{2}$. Zwischen den Schnellebäuchen befinden sich jeweils in der Mitte die sogenannten Schnelleknoten, an denen die Teilchengeschwindigkeit null ist. Ein solches Gebilde nennt man **stehende Welle**. Die stehende Welle gehorcht allgemein der Gleichung:

$$\mathbf{x}(x, t) = 2 \cdot \mathbf{x}_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(k \cdot x) \quad (13)$$

Man unterscheidet grundsätzlich bei der Reflexion feste und freie Enden. Bei der Reflexion am festen Ende tritt, im Gegensatz zum freien, ein Phasensprung von $\frac{\pi}{2}$ auf.

Resonanz, der Zustand überlagerter Schwingungen mit maximaler Amplitude, tritt nur bei bestimmten Frequenzen, den sogenannten Eigenfrequenzen auf.

2.5.1. Stehende Wellen zwischen festen Enden

Bei einer Seilwelle befindet sich am festen Ende ein Schnelleknoten. Für ein solches System sind nur Eigenschwingungen möglich, bei denen die Wellenlänge ein ganzzahliger Bruchteil der Seillänge L ist. Im folgenden gilt $n \in \mathbb{N}$. Es gilt:

$$l_n = \frac{2 \cdot L}{n} \quad (14)$$

Die zugehörigen Eigenfrequenzen sind:

$$f_n = \frac{c}{l_n} \quad (15)$$

Für die n -te harmonische Schwingung folgt daher

$$f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L} \quad (16)$$

2.5.2. Stehende Welle zwischen zwei losen Enden

Bei einem Seil befinden sich am losen Ende Schnellebäuche. Die Herleitung der Formel für die Eigenfrequenzen folgt analog zu 1.5.1. Daher gilt:

$$f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L} \quad (17)$$

2.5.3. Stehende Welle bei einem freien und einem festen Ende

Die Bedingungen für eine stehende Welle lässt sich schreiben als:

$$L = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{l}{4} \quad (18)$$

Für die Resonanzfrequenzen folgt daher:

$$f_n = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{c}{4 \cdot L} \quad (19)$$

2.6. Schallgeschwindigkeit in Gasen

Zur Herleitung betrachtet man Schallwellen in einem Rohr. An der Stelle x beträgt die Geschwindigkeit $v(x)$ und der Druck $p(x)$. An der Stelle $(x + dx)$ beträgt die Geschwindigkeit $v(x + dx)$ und der Druck $p(x + dx)$.

Betrachtung der Kräfte an den Stellen x und $x + dx$:

$$F_x = A \cdot p(x), \quad (20)$$

$$F_{x+dx} = -A \cdot p(x + dx), \quad (21)$$

wobei A die Querschnittsfläche des Rohres ist. Addition der beiden Kräfte ergibt:

$$F = -A[p(x + dx) - p(x)] \quad (22)$$

Nach dem zweiten Newtonschen Axiom gilt:

$$F = m \cdot \dot{v} \quad (23)$$

Gleichsetzen der beiden obigen Gleichungen ergibt wiederum:

$$m \cdot \dot{v} = -A[p(x + dx) - p(x)] \quad (24)$$

Mit $m = r \cdot A \cdot dx$ folgt:

$$r \cdot A \cdot dx \cdot \dot{v} = -A \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \quad (25)$$

$$\dot{v} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (26)$$

Volumenänderung der Luftsäule:

$$dV = A \cdot dl \quad (27)$$

$$dl = [v(x + dx) - v(x)] \cdot dt \quad (28)$$

Gleichung (27) in (28) eingesetzt:

$$dV = A \cdot dt \cdot dv = A \cdot dt \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx \quad (29)$$

Da aber $A \cdot dx = V$ gilt, folgt:

$$\frac{dV}{V} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dt \quad (30)$$

Für die Kompressibilität gilt:

$$\mathbf{k} = -\frac{1}{dp} \cdot \frac{dV}{V} \quad (31)$$

$$\frac{dV}{V} = -\mathbf{k} \cdot dp \quad (32)$$

Gleichung (32) in (30)

$$-\mathbf{k} \cdot dp = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dt \quad (33)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial t} \mathbf{k} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (34)$$

Ableiten von Gleichung (26) nach x :

$$\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (35)$$

Ableiten von Gleichung (34) nach t :

$$-\mathbf{k} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t \cdot \partial x} \quad (36)$$

Vergleicht man Gleichung (35) und Gleichung (36), so folgt mit:

$$\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial t \cdot \partial x} \quad (37)$$

$$\frac{1}{r \cdot \mathbf{k}} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (38)$$

Vergleich mit Gleichung (1) liefert, dass:

$$c^2 = \frac{1}{r \cdot \mathbf{k}} \quad (39)$$

2.7. Schallgeschwindigkeit und Adiabatenexponenten

Die Druckänderung bei der Schallausbreitung findet so schnell statt, dass ein Wärmeaustausch nahezu unmöglich ist. Das heißt ein Wärmeaustausch findet nicht statt und es handelt sich um einen adiabatischen Vorgang, wobei g der Adiabatenexponent ist. Deshalb gilt die Poissongleichung:

$$p \cdot V^g = \text{const} =: \Xi \quad (40)$$

Für die Kompressibilität des Gases gilt:

$$\frac{\partial p}{\partial V} = -\frac{1}{k \cdot V} \quad (41)$$

Setzt man Gleichung (40) in Gleichung (41) ein, so folgt:

$$\frac{1}{k \cdot V} = g \cdot \Xi \cdot V^{-g-1} \quad (42)$$

$$g \cdot p = \frac{1}{k} \quad (43)$$

Mit Hilfe der Allgemeinen Gasgleichung und Gleichung (39) ergibt sich folgende Gleichung der Schallgeschwindigkeit mit der molaren Masse M :

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{K}{r}} \quad (44)$$

2.7.1. Schallgeschwindigkeiten in Festkörpern

Zur Herleitung betrachtet man einen langen Stab, in dem sich eine longitudinale Welle ausbreitet. An den Stellen x bzw. $x + dx$ herrscht jeweils die Normalspannung $\mathbf{s}(x)$ bzw. $\mathbf{s}(x + dx)$ und die Auslenkung $\mathbf{x}(x)$ bzw. $\mathbf{x}(x + dx)$.

Es gilt das Hookesche Gesetz:

$$\mathbf{s}(x) = E \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x} \quad (45)$$

$$\mathbf{s}(x + dx) = E \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{x}(x + dx)) \quad (46)$$

Nach der Taylorentwicklung gilt:

$$\mathbf{s}(x + dx) = E \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{x}(x) + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x} \cdot dx \right) = E \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} \cdot dx \right) \quad (47)$$

Auf ein Teilchen wirkt die Kraft:

$$F = m \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = d\mathbf{s} \cdot A. \quad (48)$$

Die Subtraktion von Gleichung (47) und Gleichung (45) ergibt:

$$d\mathbf{s} = E \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} \cdot dx \quad (49)$$

$$E \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} \cdot A \cdot dx = m \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} \quad (50)$$

Mit $m = \rho \cdot A \cdot dx$ ergibt sich die Wellengleichung (1) für Longitudinalwellen in Festkörpern zu:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} \quad (51)$$

Hieraus ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit in Festkörpern:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (52)$$

3. VERSUCHSBESCHREIBUNG

3.1. Kundtsches Rohr



Abbildung 1: Kundtsches Staubrohr

Beim Kundtschen Staubrohr klemmten wir einen Stab aus Messing, dessen Schallgeschwindigkeit wir bestimmen, wollten bei $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ seiner Länge L ein. Der Stab wurde durch Reiben zu Eigenschwingungen angeregt. Da sich an beiden Einspannungen Schwingungsknoten befinden, entspricht die Stablänge L genau einer Wellenlänge in Messing. Das heißt, dass an den Stabenden sich Schwingungsbäuche befinden. Zur Bestimmung der Wellenlänge in Luft schließt sich eine Glasröhre an, die an einem Ende mit einem Stempel verschlossen ist. Auf der anderen Seite ragt der Messingstab, dessen Ende zur besseren Schwingungsübertragung verbreitert ist, in die Röhre hinein. Die Eigenschwingungen im Glasrohr, welche sich bei geeigneter Stempelstellung ausbilden, werden mit Hilfe von Korkmehl, welches auf dem Boden der Glasröhre ausgestreut wurde, sichtbar gemacht. Das Korkmehl wurde zuvor durch leichtes Drehen der Röhre etwas verteilt, damit sich das Resonanzbild gut einstellen kann. Die Strecke zwischen zwei Schwingungsbäuchen konnte nun genau bestimmt werden, da am Boden der Röhre zusätzlich Millimeterpapier angebracht war.

Diese Messung wurde mehrere Male wiederholt und die Schallgeschwindigkeit in Messing wurde mit folgender Formel bestimmt:

$$c_{Mess} = \frac{l_{Mess} \cdot c_{Luft}}{l_{Luft}}$$

Zusätzlich wurde das Elastizitätsmodul von Messing bestimmt. Dafür gilt nach (52):

$$E_{Mess} = r_{Mess} \cdot c_{Mess}^2$$

3.2. Quinckesches Resonanzrohr

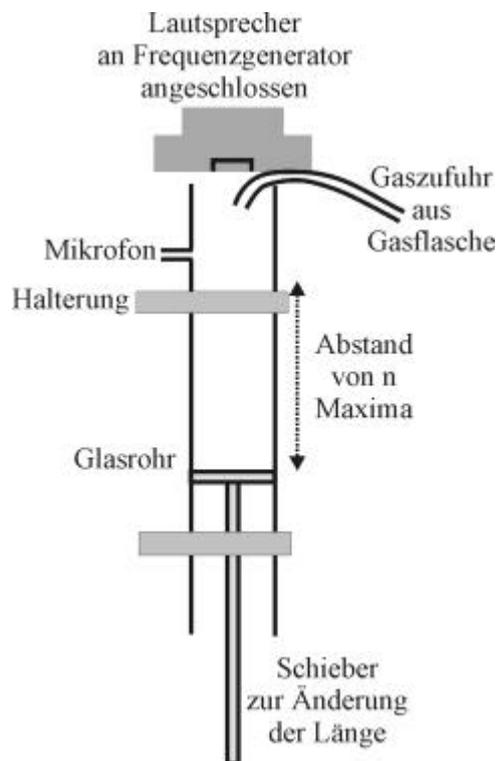


Abbildung 2: Quinckesches Resonanzrohr

Am oberen Ende einer vertikalen Röhre ist ein Lautsprecher angebracht, über den mit Hilfe eines Frequenzgenerators verschiedene Frequenzen erzeugt werden können. In einer geringen Entfernung vom oberen Ende ist ein Mikrofon angebracht, welches die Intensität des Tones an dieser Stelle misst. Das untere Ende des Rohres bildet ein Stempel, der vertikal verschiebbar ist. Es wird angenommen, dass die Welle nur einmal am Stempel reflektiert wird, und sich eine stehende Welle aus ankommender und reflektierter Welle ausbildet.

Man ermittelt nun das erste Maximum. Beim Herausziehen des Stempels zählt man anschließend die Anzahl der auftretenden Maxima. Beim letzten Maximum wird der Abstand zum ersten Maximum gemessen und notiert. Die Röhre kann außer mit Luft auch mit beliebigen Gasen, in unserem Fall mit Kohlenstoffdioxid, gefüllt werden

Man kann die Wellenlänge nun sehr einfach bestimmen. Die Frequenz wird am Frequenzgenerator abgelesen und anschließend wird die Schallgeschwindigkeit bestimmt:

$$c = \lambda \cdot f$$

Zusätzlich bestimmt man den Adiabatenexponenten des Gases mit (44):

$$\gamma = \frac{M \cdot c^2}{R \cdot T}$$

4. VERSUCHSAUSWERTUNG

4.1. Kundtsches Staubrohr

Bezeichnungen: l : Länge des Messingstabes in mm
 d : Abstand zwischen fünf Bäuchen entspricht zwei Wellenlängen in mm
 c : Schallgeschwindigkeit in $\frac{m}{s}$

Formel:
$$c_{Mess} = \frac{c_{Luft}}{I_{Luft}} \cdot I_{Mess}$$

$$E = r \cdot c_{Mess}^2$$

Messungenauigkeit Δl der Länge des Messingstabes: 2 mm
 Messungenauigkeit Δd beim Ablesen der Bäuche: 5 mm
 Entspricht pro Wellenlänge: 2,5 mm

Luftdruck: 705 Torr

Raumtemperatur: 22,9 °C

Schallgeschwindigkeit in der Luft¹: 347,26 $\frac{m}{s}$

Dichte des Messingstabes²: 8600 $\frac{kg}{m^3}$

Länge des Messingstabes (I_{Mess}): 1602 mm

Messwerte:

| | Abstand d in mm | Wellenlänge λ_{Luft} in Luft in mm | Frequenz f in Hz | Schallgeschwindigkeit in Messing in m/s |
|--------------------------|-------------------|---|-----------------------|--|
| Messung 1 | 305 | 152,5 | 2277,11 | 3647,94 |
| Messung 2 | 310 | 155,0 | 2240,39 | 3589,10 |
| Messung 3 | 300 | 150,0 | 2315,07 | 3708,74 |
| Messung 4 | 300 | 150,0 | 2315,07 | 3708,74 |
| Messung 5 | 300 | 150,0 | 2315,07 | 3708,74 |
| Arithmetisches Mittel | 303 | 151,5 | 2292,54 | 3672,65 |
| Standarabw. s | 4,47 | 2,24 | | |

¹ Quelle: D'Ans Lax S.182 bei 27°C und 1 atm

² Quelle: Kuchling S.605

Gauss-Fehler:
$$dc_{Mess} = \sqrt{\left(\frac{\partial c_{Mess}}{\partial I_{Luft}} \cdot \text{Max}(s_1; \Delta d)\right)^2 + \left(\frac{\partial c_{Mess}}{\partial I_{Mess}} \cdot \Delta d\right)^2}$$

Schallgeschwindigkeit:
$$c_{Mess} = (3672,65 \pm 60,77) \frac{m}{s}$$

Literaturwert³:
$$c_{Mess} = 3500 \frac{m}{s}$$

Elastizitätsmodul:
$$E_{Mess} = 115 \cdot 10^9 Pa$$

Literaturwert⁴:
$$E_{Mess} = 98 \cdot 10^9 Pa$$

³ Quelle: Kuchling S.641 bei 20°C

⁴ Quelle: Kuchling S.614

4.2. Quinckesches Resonanzrohr

Bezeichnungen:

- c : Schallgeschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
- f : Frequenz des Generators in Hz
- T : Temperatur in $^{\circ}C$
- R : Gaskonstante
- M : Molare Masse
- g : Adiabatenexponent

Formel:

$$c = \lambda \cdot f$$

$$g = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c^2 \cdot M}{R \cdot T}$$

Größe⁵ Gaskonstante: $R = 8,3145 \frac{J}{mol \cdot K}$

Messungenauigkeit beim Bestimmen der Maxima: 2 mm
 Messungenauigkeit Δf der Frequenz: 2 Hz

Luftdruck: 705 Torr

Raumtemperatur: 22,9 $^{\circ}C$

Molare Masse von Luft⁶: 28,941 $\frac{g}{mol}$

Molare Masse von Kohlenstoffdioxid⁷: 44,011 $\frac{g}{mol}$

Messung für Luft:

| erstes Maximum in mm | letztes Maximum in mm | Frequenz in Hz | Anzahl der Maxima | Wellenlänge in mm | Schallgeschwindigkeit in m/s |
|----------------------|-----------------------|----------------|-------------------|-------------------|------------------------------|
| 550 | 50 | 1007 | 4 | 333,3 | 335,67 |
| 560 | 45 | 1007 | 4 | 343,3 | 345,74 |
| 560 | 45 | 1007 | 4 | 343,3 | 345,74 |
| 560 | 46 | 1007 | 4 | 342,7 | 345,07 |
| 582 | 89 | 2009 | 7 | 164,3 | 330,15 |
| 512 | 86 | 2009 | 6 | 170,4 | 342,33 |
| 517 | 90 | 2009 | 6 | 170,8 | 343,14 |
| 520 | 88 | 2009 | 6 | 172,8 | 347,16 |
| 521 | 62 | 3015 | 9 | 114,8 | 345,97 |
| 524 | 62 | 3015 | 9 | 115,5 | 348,23 |
| 519 | 60 | 3015 | 9 | 114,8 | 345,97 |

⁵ Quelle: Kuchling Konstantenverzeichnis

⁶ Quelle: D'Ans Lax

⁷ Quelle: D'Ans Lax S.830

Gauss-Fehler:
$$dc = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial l} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial f} \cdot \Delta f\right)^2}$$

Arithmetisches Mittel:
$$\bar{c} = 343,20 \frac{m}{s}$$

Schallgeschwindigkeit in Luft:
$$c = (343,20 \pm 3,89) \frac{m}{s}$$

Literaturwert⁸:
$$c = 347,26 \frac{m}{s}$$

Verhältnis der Wärmekapazitäten:
$$g = \frac{c_p}{c_v} = 1,3848$$

Messung für CO₂:

| erstes Maximum in mm | letztes Maximum in mm | Frequenz in Hz | Anzahl der Maxima | Wellenlänge in mm | Schallgeschwindigkeit in m/s |
|----------------------|-----------------------|----------------|-------------------|-------------------|------------------------------|
| 553 | 20 | 3015 | 12 | 96,9 | 292,18 |
| 585 | 60 | 3015 | 12 | 95,5 | 287,80 |
| 584 | 69 | 3015 | 12 | 93,6 | 282,31 |
| 585 | 50 | 2018 | 9 | 133,8 | 269,91 |
| 585 | 45 | 2022 | 9 | 135,0 | 272,97 |
| 580 | 45 | 2022 | 9 | 133,8 | 270,44 |
| 570 | 50 | 1002 | 5 | 260,0 | 260,52 |
| 569 | 49 | 1005 | 5 | 260,0 | 261,30 |
| 575 | 45 | 1005 | 5 | 265,0 | 266,33 |

Gauss-Fehler:
$$dc = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial l} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial f} \cdot \Delta f\right)^2}$$

Arithmetisches Mittel:
$$\bar{c} = 273,75 \frac{m}{s}$$

Schallgeschwindigkeit in CO₂:
$$c = (273,75 \pm 4,05) \frac{m}{s}$$

Literaturwert⁹:
$$c = 258 \frac{m}{s}$$

Verhältnis der Wärmekapazitäten:
$$g = \frac{c_p}{c_v} = 1,3398$$

⁸ Quelle: D'Ans Lax S.182 bei 27°C und 1 atm

⁹ Quelle: Kuchling S.642

5. FEHLERDISKUSSION

5.1. Kundtsches Rohr

Der mit Abstand am größte Fehler bei diesem Versuch liegt darin, dass der Abstand der Maxima im Rohr nur ungenau gemessen werden kann. Die Ursache hierfür ist die schwache Steigung der Korkmehlkurve an den Maxima, die durch die kleinen Erhebungen noch um einiges unschärfer werden. Hinzu kommen dann noch Fehler durch die Transversalschwingungen im Metallstab und eine eventuell daraus resultierende Berührung der Scheibe des Metallstabes mit der Glaswand des Zylinders.

Zu bemerken ist auch noch, dass sich die Schwingung im Rohr nicht nur aus einer Schwingung, sondern auch noch aus vielen überlagerten Oberschwingungen zusammensetzt, welche allerdings keinen so großen Einfluss haben.

5.2. Quinckesches Resonanzrohr

Auch hier gilt wie oben, dass die genaue Lage der Maxima recht schwierig zu bestimmen ist, da durch die Längenänderung auch immer eine Druckänderung einhergeht, und somit die Lokalisation der Maxima nur bei stehendem Schieber vorgenommen werden kann. Dies ist allerdings nur dann möglich, wenn man bei jeder Einstellung die Werte aufschreibt und danach vergleicht, was den Versuch extrem langwierig machen würde.

Die in 5.1. erwähnten Oberschwingungen treten auch in diesem Fall auf, jedoch sind diese wohl im Vergleich zu den Störungen durch die Versuchsdurchführung der anderen Gruppe im selben Raum zu vernachlässigen.

Bei dem Versuch mit Kohlendioxid bestand ein zusätzlicher Fehler darin, dass die Temperatur des aus der Gasflasche strömenden Gases bedeutend niedriger als die Umgebungstemperatur war.

6. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Bergmann – Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik Band 1 Mechanik, Relativität, Wärme.*
Walter de Gruyter, 1998
- [2] Christian Gerthsen: *Physik.*
Springer Verlag, 1999
- [3] W. Walcher: *Praktikum der Physik.*
Teubner Studienbücher, 1989
- [4] Paul A. Tipler: *Physik.*
Spektrum Akademischer Verlag, 1998
- [5] Richard Knoerr: *Knaurs Lexikon der Physik.*
Droemersch Verlagsanstalt, 1988
- [6] Hans Breuer: *dtv – Atlas zur Physik.*
Deutscher Taschenbuch Verlag, 1994
- [7] F.K. Kneubühl: *Repetitorium der Physik.*
Teubner Studienbücher, 1990
- [8] D’Ans – Lax: *Taschenbuch für Chemiker und Physiker*
Springer – Verlag, 1967
- [9] Eugene Hecht: *Optik*
Oldenbourg Verlag, 1999