

Grundpraktikum der Physik 2000

Versuch 8: Oberflächenspannung

Michael Rill
michael@wirtschaftsphysik.de

Rafael Lang
rafael@wirtschaftsphysik.de

Oktober 2000

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	1
---------------------------	---

Inhaltsverzeichnis

1 Die Theorie	2
1.1 Modell des flüssigen Aggregatzustandes	2
1.2 Kohäsionskräfte	2
1.3 Oberflächenspannung	3
1.4 Der Krümmungsdruck	3
1.5 Tröpfchengröße	5
1.6 Kapillarität	5
2 Das Experiment	8
2.1 Blasendruckmethode	8
2.2 Abreißmethode	11

1 Die Theorie

siehe auch [1].

1.1 Modell des flüssigen Aggregatzustandes

Ebenso wie Festkörper zeichnen sich Flüssigkeiten durch wohldefinierte Abstände ihrer Atome bzw. Moleküle aus. Dieser ist abhängig von den intermolekularen Kräften (siehe unten). Im Gegensatz zu Kristallen besitzen Flüssigkeiten aber keine Fernordnung und auch keine stabile Form, sondern sie sind nur über jeweils kleine Volumenelemente geordnet (Nahordnung). Die Form, die sie annehmen, ist durch das Gefäß, in dem sie sich befinden, vorgegeben. Allerdings sind Flüssigkeiten nicht wie Gase raumfüllend, sondern haben eine definierte Oberfläche, deren Gestalt von den auf die Flüssigkeit wirkenden Kräften abhängt. Die Oberfläche befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Summe der angreifenden äußeren Kräfte keine Komponente tangential zur Oberfläche hat.

1.2 Kohäsionskräfte

Kohäsionskräfte sind anziehende Kräfte, die zwischen den Teilchen einer Flüssigkeit oder eines Feststoffes wirken und deren Zusammenhalt bewirken. Zu diesen Kräften zählen:

Coulombkräfte. Sie werden hervorgerufen durch Ladungsträger. Innerhalb von Flüssigkeiten treten sie durch die elektrostatische Anziehung von Ionen (Salzlösungen) und durch Wechselwirkung von Dipolen in polaren Flüssigkeiten (z.B. Wasser) auf.

Van-der-Waals-Kräfte. Sie sind anziehende Kräfte zwischen antiparallel orientierten temporären Dipolen. Diese Kräfte entstehen durch eine kurzzeitige Ladungsverschiebung in der Elektronenhülle eines Teilchens dessen temporäres Dipolmoment in den benachbarten Teilchen jeweils ein antiparalleles Dipolmoment influenziert. Die Kräfte zwischen nicht benachbarten Teilchen können vernachlässigt werden.

Wenig bzw. keinen Einfluß auf die Teilchen in Flüssigkeiten haben

Gravitationskräfte zwischen den Molekülen/Atomen. Diese haben zwar eine große Reichweite und nur eine Abnahme mit r^{-2} , sind aber aufgrund der geringen Massen der Teilchen vernachlässigbar.

Kräfte durch kovalente Bindungen. Sie wirken nur innerhalb von Molekülen.

Metallische Bindungen. Bei der metallischen Bindung wird die dreidimensionale Anordnung aus positiven Atomrümpfen vom Elektronengas, das von den Valenzelektronen herrührt, zusammengehalten.

Starke und schwache Kernkraft. Die abstoßende Kraft der Elektronenhüllen ist bei großen Teilchenabständen sehr viel geringer als die Kohäsionskräfte. Sie nimmt aber bei Annäherung stärker zu. Daraus ergibt sich die Existenz des Potentialminimums bei einem bestimmten Abstand, den die Teilchen zueinander haben.

1.3 Oberflächenspannung

Zu unterscheiden ist, ob sich ein Molekül innerhalb der Flüssigkeit oder an der Oberfläche befindet. Ein Molekül im Innern der Flüssigkeit ist vollständig von benachbarten Molekülen umgeben, so daß sich die anziehenden Kräfte auf das Molekül aufheben. Im Gegensatz dazu wirkt auf ein Molekül an der Oberfläche eine Kraft senkrecht in die Flüssigkeit hinein. Die tangential zur Oberfläche wirkenden Kräfte heben sich auf.

Transportiert man ein Teilchen aus dem Inneren an die Oberfläche, muß man Arbeit $W = \int F ds$ gegen die Kraft F verrichten. Folglich befinden sich die Teilchen an der Oberfläche auf einem höheren Energieniveau. Deshalb sind die Flüssigkeitsoberflächen Minimalflächen, da ein System immer den Zustand geringster Energie anstrebt.

Die Arbeit ΔW , die man verrichten muß, um eine Oberfläche um $\Delta A = ls$ zu vergrößern, ist zu dieser proportional. Der Quotient

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{Fs}{ls} = \frac{F}{l} \quad (1)$$

heißt Oberflächenspannung. σ ist somit ein Maß für die Stärke der Kohäsionskräfte in der Flüssigkeit.

In Wasser, wo zusätzlich zu den van-der-Waals-Kräften noch Kräfte, die durch Wasserstoffbrückenbindungen verursacht werden, wirken, ist die Oberflächenspannung also größer als in Flüssigkeiten, in denen nur van-der-Waals-Kräfte wirken. Löst man ein Salz in einer Flüssigkeit, nimmt deren Oberflächenspannung zu, da aufgrund der gelösten Ionen zusätzliche Coulombkräfte wirken. Genau das Gegenteil bewirken Seifenlösungen und eine Erhöhung der Temperatur.

1.4 Der Krümmungsdruck

siehe auch [5]

Betrachtet man ein annähernd rechteckiges Flächenstück A , welches von den kreisförmigen Seitenlinien δl_1 und δl_2 begrenzt wird, so sind ihre

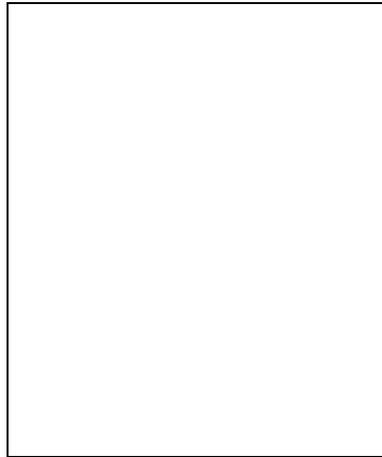


Abbildung 1: Zur Herleitung des Krümmungsdrucks

Krümmungsradien R_1 und R_2 und die entsprechenden Mittelpunktswinkel φ und ϱ . Die Größe der Fläche A ist dann näherungsweise für kleine φ

$$A = \delta l_1 \delta l_2 = R_1 \varphi R_2 \varrho. \quad (2)$$

Vergrößert man das Flächenstück A um Δz in Richtung der Flächennormalen, so erhält man die größere Fläche

$$A + \Delta A = (R_1 + \Delta z) \varphi (R_2 + \Delta z) \varrho. \quad (3)$$

$$= R_1 R_2 \varphi \varrho + \varphi \varrho \Delta z (R_1 + R_2) + \Delta z^2 \varphi \varrho \quad (4)$$

und unter Vernachlässigung des quadratischen Gliedes

$$\Delta A = \varphi \varrho \Delta z (R_1 + R_2). \quad (5)$$

Formt man (1) um, so erhält man die Arbeit ΔW zur Vergrößerung der Oberfläche A um ΔA zu $\Delta W = \sigma \Delta A$. Diese Arbeit ist gleich der wirksamen Kraft F_a , multipliziert mit dem Weg Δz . Der Kraft entspricht ein Druck $p = \frac{F_a}{A}$. Das ist der gesuchte Krümmungsdruck

$$p_k = \frac{F_a}{\delta l_1 \delta l_2} = \frac{\Delta W}{\delta l_1 \delta l_2 \Delta z} = \frac{\sigma \Delta A}{\delta l_1 \delta l_2 \Delta z} = \frac{\sigma (R_1 + R_2) \varphi \varrho}{\delta l_1 \delta l_2} \quad (6)$$

Hier können wir noch das Produkt $\delta l_1 \delta l_2$ durch $A = R_1 \varphi R_2 \varrho$ ersetzen und erhalten schließlich

$$p_k = \sigma \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (7)$$

1.5 Tröpfchengröße

Mit Hilfe der Oberflächenspannung kann man das Tropfenvolumen einer Flüssigkeit bei gegebenem Ventilradius bestimmen. Der Tropfen reißt ab, sobald seine Gewichtskraft F_g größer ist als die Kraft durch die Oberflächenspannung F_o . Somit ergibt sich

$$V \rho g = \sigma l = \sigma 2\pi r \quad (8)$$

$$\Rightarrow V = \frac{2\pi r \sigma}{g \rho} \quad (9)$$

1.6 Kapillarität

Taucht man eine Kapillare in eine Flüssigkeit, so ist zu beobachten, daß die Flüssigkeit in ihr hochsteigt (benetzende Flüssigkeit) oder nach unten verdrängt wird (nichtbenetzende Flüssigkeit).



Abbildung 2: Kapillarität und Randwinkel

Setzt man die Gravitationskraft bzw. den Auftrieb gleich der Kapillarkraft,

1 DIE THEORIE

6

so erhält man die Gleichgewichtsbedingung

$$h \approx \frac{6\sigma}{r\rho g} \quad (10)$$

in der h die Steighöhe der Flüssigkeit in der Kapillare ist. Dabei wurde der Kontaktwinkel θ mit 90° genähert. Tatsächlich würde unter Berücksichtigung des Kontaktwinkels Gleichung (10) die Form

$$h \approx \frac{2\sigma \cos \theta}{r\rho g} \quad (11)$$

annehmen.

Betrachtet man die Grenzflächenspannungen zwischen den verschiedenen Aggregatzuständen, also σ_{gl} , σ_{gs} und σ_{ls} , so ergibt sich im Gleichgewicht:

$$\begin{aligned} \sigma_{gs} - \sigma_{ls} - \cos \delta \sigma_{gl} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\sigma_{gs} - \sigma_{ls}}{\sigma_{gl}} &= \cos \delta \end{aligned} \quad (12)$$

Hier sind drei Fälle zu unterscheiden:



Abbildung 3: Übersicht der Kontaktwinkel

1 DIE THEORIE

7

- $-1 \leq \frac{\sigma_{gs} - \sigma_{ls}}{\sigma_{gl}} \leq 9$: Hier folgt $\theta \geq 90^\circ$. Die Flüssigkeit benetzt die Oberfläche oder die Kapillare nicht, man spricht vom nichtbenetzenden Fall.
- $8 \leq \frac{\sigma_{gs} - \sigma_{ls}}{\sigma_{gl}} \leq 1$: Die Flüssigkeit benetzt den Festkörper, $\theta \leq 90^\circ$.
- Sonderfall $\frac{\sigma_{gs} - \sigma_{ls}}{\sigma_{gl}} \geq 1$. Hier ist der Begriff des Benetzungswinkels nicht mehr definiert. Die Flüssigkeit kriecht die Wände des Gefäßes hinauf. Man spricht von Superfluidität. Superfluidität wird nur bei sehr niedrigen Temperaturen beobachtet.

2 Das Experiment

2.1 Blasendruckmethode

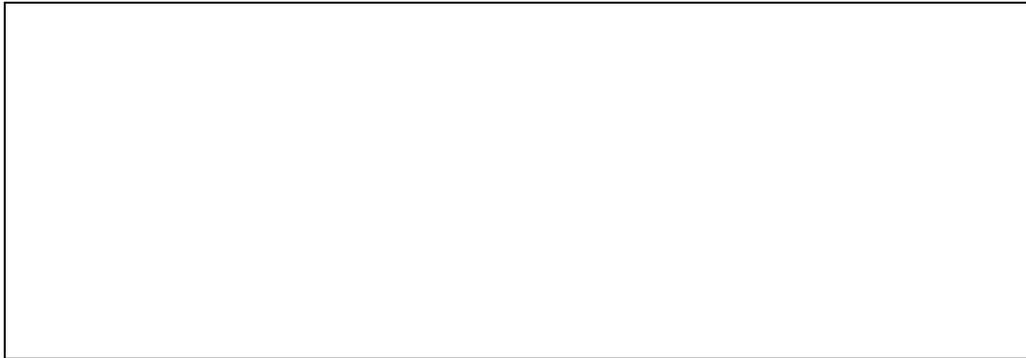


Abbildung 4: Messung der Oberflächenspannung mit Hilfe der Blasendruckmethode

Mit der Blasendruckmethode kann man sowohl die Dichte einer Flüssigkeit, sowie ihre Oberflächenspannung bestimmen. Man taucht eine Kapillare mit Öffnungsradius r um eine Tiefe h in die Flüssigkeit ein. Durch Eintropfen von Wasser in das geschlossene System, kann man in der Kapillare einen Druck p aufbauen, der mit einem Druckmeßgerät gemessen und am y - t -Schreiber aufgezeichnet wird. Diesem Druck p wirkt am unteren Ende der Kapillare der hydrostatische Druck $p_H = \rho gh$ und der Kapillardruck $p_K = \frac{2\sigma}{r}$ entgegen. Im Gleichgewichtsfall $p = p_H + p_K$ reißt die Luftblase von der Kapillare ab. In diesem Moment hat die Luftblase den minimal möglichen Radius r . Die Blase reißt deswegen genau zu diesem Zeitpunkt ab, da eine weitere Vergrößerung des Blasenvolumens auch eine Vergrößerung des Radius und damit eine Verringerung des Kapillardrucks verursachen würde. Wenn die Blase abreißt, sinkt der Druck im Gesamtsystem. Somit bekommt man bei mehrfachem Abreißen der Blasen eine Zackenkurve, bei der die Spitzen immer gleich hoch sind. Daran kann man den Druck p ablesen. Zur Auswertung trägt man p in Abhängigkeit von h auf:

$$p = \rho gh + \frac{2\sigma}{r} \quad (13)$$

Messreihe mit bidestilliertem Wasser. Durch Interpolation der Meßpunkte erhält man als Abszisse p_C in Skalenteilen. Führt man diesen Versuch zuerst mit Wasser durch, von dem die Dichte bekannt ist, so kann man aus der Geradensteigung ρg einen Umrechnungsfaktor zwischen Skalenteilen und Pascal bestimmen. Wiederholt man den Versuch mit Flüssigkeiten unbekannter Dichte, so kann man jetzt diese Dichte bestimmen.

2 DAS EXPERIMENT

9

Mit Hilfe des Eintalchtiefe-Druck-Diagramms ergibt sich folgende Beziehung:

$$g \varrho_{\text{Wasser}} = (1211,5 \pm 28,5) \frac{\text{Skalenteil}}{m} \xi \quad (14)$$

wobei $\varrho_{\text{Wasser}} = 998,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ aus der Literatur [3] entnommen wurde. Daraus folgt für den gesuchten Umrechnungsfaktor ξ

$$\xi = \frac{g \varrho_{\text{Wasser}}}{1281,4 \pm 28,5} = 8,0828 \frac{\text{Pa}}{\text{Skalenteil}} \quad (15)$$

Ein Skalenteil entspricht also $\xi = 8,0828 \text{Pa} \pm 0,2002 \text{Pa}$. Der Fehler der Steigung $1211,5 \frac{\text{Skalenteil}}{m}$ wurde dabei in die Grafik nicht eingezeichnet, da er mit $\pm 28,5 \frac{\text{Skalenteil}}{m}$ sehr gering ist.

Formt man nun (13) um, so kann die Oberflächenspannung des bidestillierten Wassers bestimmt werden.

$$\sigma = \frac{r(p - \varrho_{\text{Wasser}}gh)}{2} \quad (16)$$

Dabei sind p der aus dem x-t-Schreiber-Diagramm herausgelesene Druck und r der Radius der Luftblase kurz vor dem Abriss (in unserem Fall ist dies $1,00 \text{mm} \pm 0,01 \text{mm}$). Es ergibt sich folgende Messtabelle:

$h[\text{mm}]$	$\Delta h[\text{mm}]$	$p[\text{Pa}]$	$\Delta p[\text{Pa}]$	$\sigma[\text{mN}/\text{m}]$	$\Delta \sigma[\text{mN}/\text{m}]$
5,09	7,01	386,6	1,6	85,16	0,4642
18,00	0,01	339,7	1,7	85,08	5,4042
15,00	0,01	493,1	1,6	86,14	0,4043
19,90	0,01	535,1	1,6	85,30	4,8019
20,00	0,01	536,8	1,6	85,22	0,4044
25,00	0,01	585,2	1,6	85,10	0,4044
30,00	0,01	635,3	1,6	85,39	0,4041
35,00	0,01	685,4	1,6	25,68	0,4045

dabei ist $\Delta \sigma = \left| \frac{\partial \sigma}{\partial p} \Delta p \right| + \left| \frac{\partial \sigma}{\partial h} \cdot \Delta h \right| + \left| \frac{\partial \sigma}{\partial r} \cdot \Delta r \right|$ der Größtfehler.

Für den Mittelwert, bzw. die Standardabweichung von σ ergibt sich $\sigma = (85,48 \pm 0,42) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$. Der Literaturwert der Oberflächenspannung von Wasser liegt nach ([4]) bei $\sigma_{0^\circ\text{C}} = 75,6 \frac{\text{mN}}{\text{m}^2}$. Dieser Wert liegt eindeutig ausserhalb unseres Fehlerintervalls. Dieser Sachverhalt kann folgende Ursachen haben:

- Bei der Rechnung wird angenommen, dass die Luftblase genau dann abreißt, wenn ihr Durchmesser gleich dem Innendurchmesser der Kapillare ist.

2 DAS EXPERIMENT

10

- Ein weiterer Fehlerfaktor ist auch die beschädigte Kapillarenspitze. Dadurch reißt die Luftblase vorzeitig ab, bevor sich der Maximaldruck einstellen kann.
- Auch der Druckmesser ist bei der Fehlerbetrachtung zu berücksichtigen. Er kann selbst den Druck, wenn auch nur geringfügig, verändern, so dass der X-t-Schreiber falsche Werte aufträgt.
- Der Blasendruckversuch ist äusserst temperaturempfindlich. Daher sind auch kleine Temperaturschwankungen fatal für das Messergebnis.
- Zu guter Letzt sollte man noch die Trägheit des X-t-Schreibers erwähnen. Sie kann sich ebenfalls auf die grafisch-ermittelten Druckwerte auswirken.

Messreihe mit 2-molarer Kochsalzlösung. Da der Umrechnungsfaktor ξ bereits berechnet wurde, kann man nun mit Hilfe des Eintauchtiefendruck-Diagramms der Kochsalzlösung ihre Dichte bestimmen. Dabei gilt: $\rho_{\text{Salzlösung}} = 16820 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{m}^2} \pm 83 \frac{\text{kg}}{\text{s}^0 \text{m}^2}$
 $\Rightarrow \rho_{\text{Salzlösung}} = 7103 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \pm 8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ Der Fehler für $\rho_{\text{Salzlösung}}$ wurde dabei aus Grafik 2 abgeschätzt.

Formt man wieder (13) um, so kann die Oberflächenspannung der Kochsalzlösung bestimmt werden.

$$\sigma = \frac{r(p - \rho_{\text{NaCl-Lösung}}gh)}{2} \quad (16)$$

Der Radius der Luftblase kurz vor dem Abriss ist wieder $r = 1,00\text{mm} \pm 0,01\text{mm}$. Mit dem vom x-t-Schreiber erstellten Datenblatt ergibt sich folgende Messtabelle:

$h[\text{mm}]$	$\Delta h[\text{mm}]$	$p[\text{Pa}]$	$\Delta p[\text{Pa}]$	$\sigma[\text{mN}/\text{m}]$	$\Delta\sigma[\text{mN}/\text{m}]$
5,0	0,01	388,6	1,6	93,47	0,4082
10,0	0,01	443,0	1,6	83,69	0,4043
15,0	0,71	496,3	3,6	83,50	0,4023
20,9	0,01	549,6	1,6	83,30	0,4044
25,0	0,01	604,6	1,6	83,52	0,4044
30,0	0,01	656,3	1,6	82,93	0,4045
35,0	0,01	714,5	1,6	84,00	0,4045

Für den Mittelwert, bzw. die Standardabweichung von σ ergibt sich $\sigma = (83,48 \pm 0,32) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$. Ein Vergleich mit einem Literaturwert ist in diesem Fall

leider nicht möglich. Theoretisch müßte die eben ermittelte Oberflächenspannung jedoch größer sein als die des reinen Wassers, da in der Natriumsalz-Lösung zusätzlich noch Ionenkräfte wirken. Folglich ist entweder die berechnete Oberflächenspannung der Natriumsalz-Lösung zu klein oder die des bidestillierten Wassers zu groß. Da uns kein Referenzwert für die Oberflächenspannung der Natriumsalz-Lösung vorliegt und der ermittelte Wert des Wasser offensichtlich zu groß ist, trifft wohl letzteres zu.

Die Fehlerquellen der Untersuchung der Natriumsalz-Lösung sind die gleichen wie die der Wasser-Untersuchung.

2.2 Abreißmethode

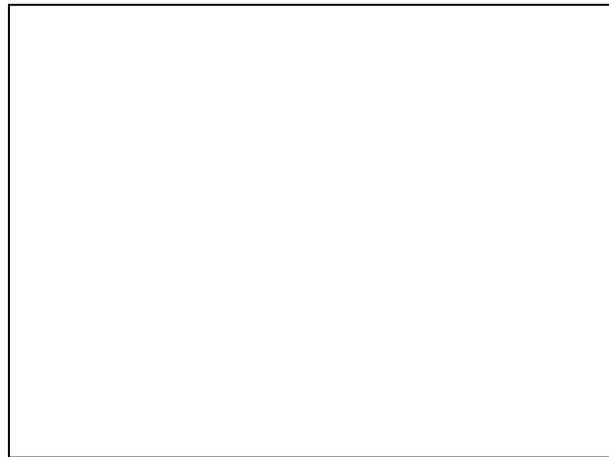


Abbildung 5: Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode

In die Flüssigkeit, deren Oberflächenspannung bestimmt werden soll, wird ein an einer Federwaage hängender Aluminiumring eingetaucht. Zieht man den Ring aus der Flüssigkeit, so bildet sich eine zylindrische Flüssigkeitslamelle, deren Durchmesser gleich dem des Ringes ist. Die Flüssigkeitsoberfläche vergrößert sich also um $A = 2\pi d_{Ring}h$. Die hierfür nötige Arbeit beträgt $W = Fh$. Aus diesen beiden Beziehungen erhält man für die Oberflächenspannung folgende Formel:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F}{2\pi d_{Ring}} \quad (17)$$

Für die Berechnung von σ wird die Maximalkraft eingesetzt, denn bei manchen Flüssigkeiten geht die Kraftanzeige zurück, bevor die Lamelle abreißt.

2 DAS EXPERIMENT

12

Dies liegt daran, daß sich die Lamelle einschnürt, d.h. die Gesamtoberfläche wird kleiner und Energie wird frei.

Die Versuchsreihe wird zunächst mit reinem bidestilliertem Wasser und dann mit verschiedenen Konzentrationen einer Dodecylsulfat-Natriumsalz-Lösung durchgeführt. Die folgende Tabelle zeigt die Messergebnisse dieser Versuchsreihe. Dabei wird F gegen die Konzentration c aufgetragen und daraus σ berechnet.

Konz. [mmol]	0 (Wasser)	8	2	1	0,5	0,25	0,125
$F[mN]$	31,0	14,6	18,6	21,2	25,4	28,0	32,2
$\Delta F[mN]$	0,7	0,9	0,5	0,4	0,5	1,0	0,4
$\sigma[N/m]$	0,076	0,036	0,046	0,052	0,062	0,069	0,079
$\Delta\sigma[mN/m]$	1,78	2,22	1,37	1,13	1,38	2,45	1,14

Die Abweichung ΔF wurde dabei aus der Standardabweichung und $\Delta\sigma$ mit der Größtfehlerformel berechnet. Da die Messwerte für F bei der Konzentration $c = 0,25mmol$ nicht voneinander abweichen, wird hier die Ablesegenauigkeit eingesetzt. Für $\Delta\sigma$ gilt dabei $\Delta\sigma = \frac{\Delta F}{2d\pi} + \frac{F\Delta d}{2d^2\pi}$.

Der relative Fehler der Oberflächenspannung von Wasser zum Literaturwert für $20^\circ C$ beträgt:

$$\frac{76mN - 72,75mN}{72,75mN} = 4,47\% \quad (18)$$

Fehlerdiskussion Leider liegt der Literaturwert nicht mehr innerhalb der Fehlertoleranz. Ein möglicher Grund dafür kann unter anderem die schiefe Aufhängung des Rings sein. Dadurch zieht der Ring nicht gleichmäßig an der Wasseroberfläche und die Lamelle reißt vorher ab. Außerdem sind Schmutzreste am Ring trotz Reinigung mit Aceton nicht gänzlich vermeidbar.

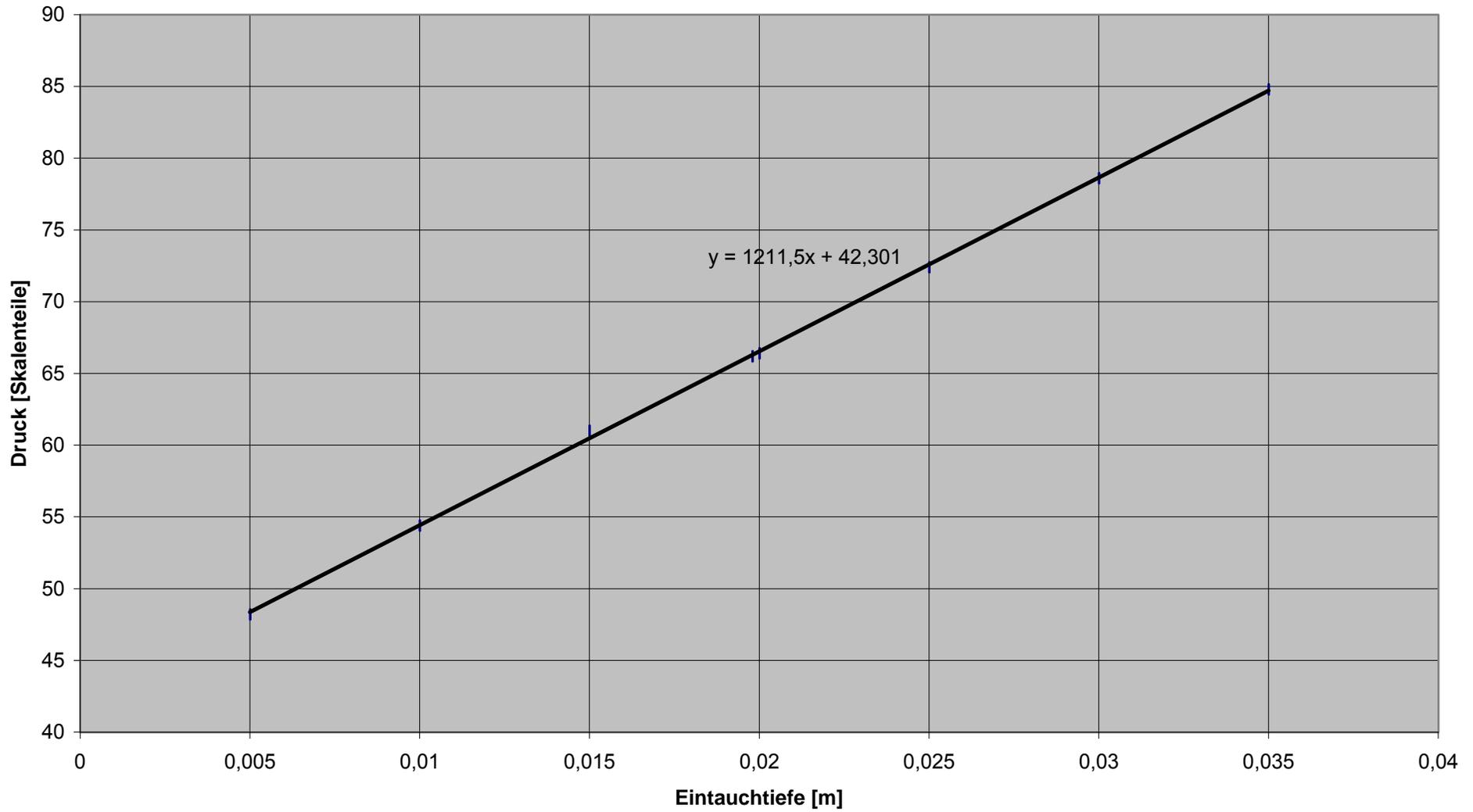
Eine zusätzliche Fehlerquelle können auch Wasserreste am Ring nach der Reinigung sein. Diese machen die Nullkonfiguration des Newtonmeters ungenau. Folglich sind Ablesefehler nicht auszuschließen.

Aufgrund fehlender Literaturwerte ist es uns leider nicht möglich die Ergebnisse der Seifen-Lösung-Messungen zu bewerten.

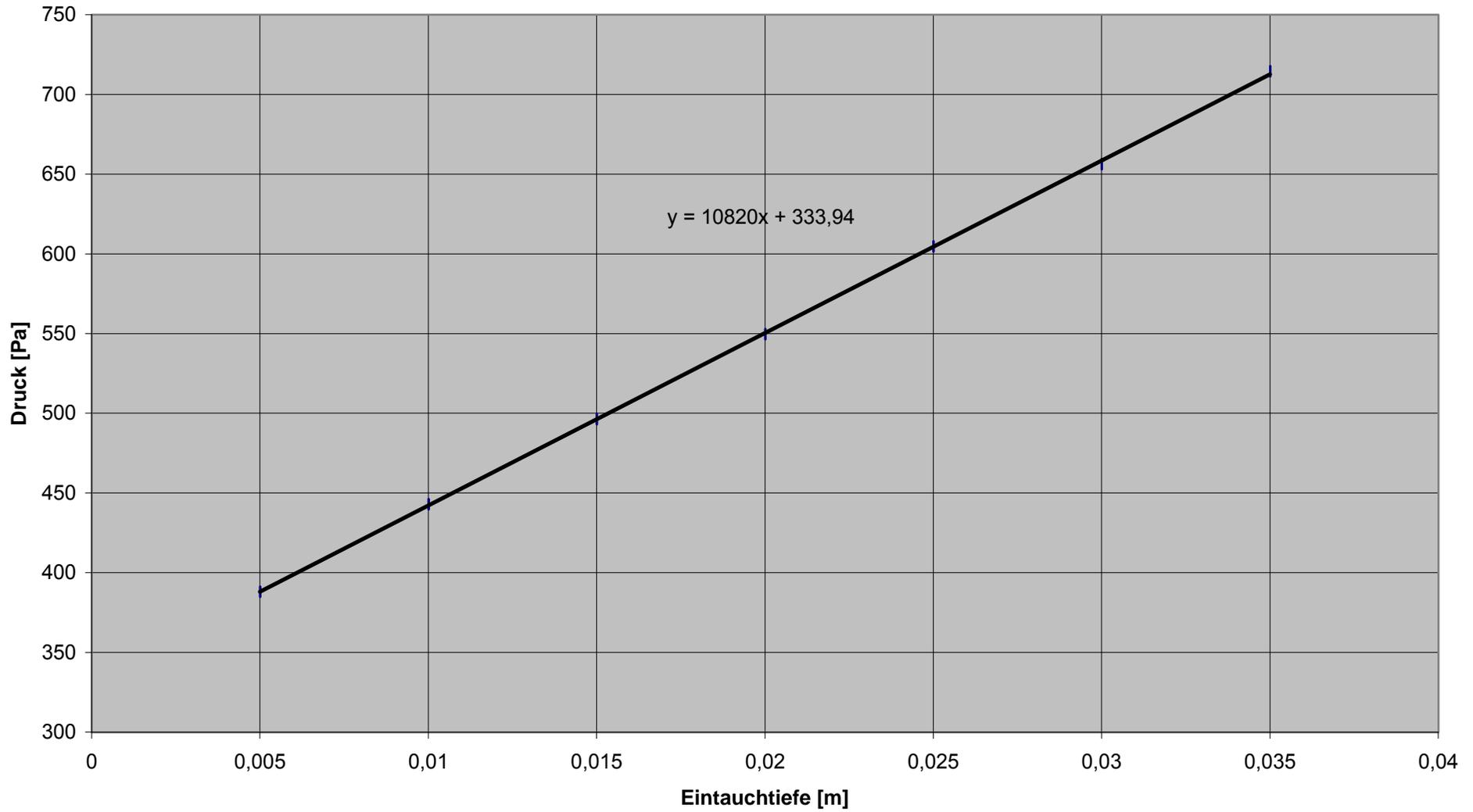
Literatur

- [1] J. Meckler / J.R. Götz (1998): Versuch Nr. 8: Oberflächenspannung; Ulm, Universität Ulm
- [2] W. Walcher (1994): Praktikum der Physik; 7., überarbeitete und ergänzte Auflage; Stuttgart: Teubner
- [3] Horst Kuchling (1999): Taschenbuch der Physik; 16. Auflage [Sonderausg.]; München / Wien: Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag; Seite 606 (Tabelle 1)
- [4] ebd.
Seite 613 (Tabelle 8)
- [5] Bergmann / Schaefer (1998): Lehrbuch der Experimentalphysik; Bd.1: Mechanik, Relativität, Wärme; 11., völlig neubearbeitete Auflage; Berlin / New York: de Gruyter
Seiten 460f.

GRAFIK 1: Eintauchtiefe - Druck - Diagramm für bidestilliertes Wasser



GRAFIK 2: Eintauchtiefe - Druck - Diagramm für Kochsalzlösung



s - Konzentration - Diagramm

