

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	1
---------------------------	---

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie	2
1.1 Die Differentialgleichung der gedämpften Drehpendelschwingung	2
1.2 Die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung	5
2 Experiment	9
2.1 Versuchsaufbau	9
2.2 Die freie, gedämpfte Schwingung	10
2.3 Der stationäre Fall	14
2.4 Einschwingvorgänge	14
3 Fehlerdiskussion	16

1 Theorie

siehe auch [1]

1.1 Die Differentialgleichung der gedämpften Drehpendelschwingung

Wird in einem System eine Masse aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt, so erfährt sie eine Rückstellkraft F_R und führt daher eine Schwingung aus. Wirkt die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung, dann handelt es sich um eine harmonische Schwingung. Diese idealisierte Form einer Schwingung wird durch die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + \mathcal{C}x = 0 \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist $\mathcal{C}x$ die erwähnte Rückstellkraft. In der Natur ist die harmonische Schwingung jedoch nur eine Näherung. Tatsächlich spielen bei jeder Schwingung auch Reibungskräfte mit. In unserem Fall machen wir eine Idealisierung, indem wir die Reibungskräfte als geschwindigkeitsproportional annehmen. Dadurch sieht die Differentialgleichung folgendermaßen aus:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \mathcal{C}x = 0 \quad (2)$$

Um von dem mathematischen, bzw. physikalischen Pendel zum Drehpendel zu gelangen, substituieren wir die physikalischen Größen wie in der Tabelle angegeben.

Masse m entspricht Trägheitsmoment I

Kraft F entspricht Drehmoment M

Weg s entspricht Winkel φ

Geschwindigkeit v entspricht Winkelgeschwindigkeit ω

Impuls p entspricht Drehimpuls L

Federkonstante k entspricht Richtkonstante D

Damit ergibt sich die Differentialgleichung der gedämpften Drehpendelschwingung wie folgt:

$$I\ddot{\varphi} + 2\delta I\dot{\varphi} + D\varphi = 0 \quad (3)$$

Analog zur Schwingung eines mathematischen Pendels wählt man auch hier den Wert der Abklingkonstanten δ so, daß $2\delta I\dot{\varphi}$ gleich der Reibungskraft ist. Zur Lösung dieser homogenen, linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung setzt man eine Exponentialfunktion an,

$$\varphi(t) = \hat{\varphi}e^{\lambda t} \quad (4)$$

Durch Einsetzen von (4) in (3) ergibt sich das sogenannte charakteristische Polynom

$$\lambda^2 + 2\lambda\delta + \frac{D}{I} = 0 \quad (5)$$

Sei jetzt $\omega := \frac{D}{I}$, dann ergibt sich mit der Mitternachtsformel für λ :

$$\lambda_{1/2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (6)$$

Man erkennt sofort, da das Verhalten des Systems entscheidend von der Wurzel abhängt

- $\delta > \omega_0$ ist eine überkritische Dämpfung, der sogenannte Kriechfall. Die Auslenkung nimmt exponentiell mit $t \rightarrow \infty$ ab.
- $\delta = \omega_0$ wird aperiodischer Grenzfall genannt. Da aus (4) in diesem Fall nur eine Lösung gewonnen wurde, benötigt man noch eine Zweite. Durch Einsetzen zeigt sich, daß hier auch $\tilde{c}te^{\lambda t}$ eine Lösung ist. Der aperiodische Grenzfall hat insofern eine Bedeutung, daß er die schnellste Möglichkeit zur Einstellung der Gleichgewichtslage für ein schwingungsfähiges System darstellt. Dämpft man z.B. den Zeiger eines analogen Meßgerätes auf diese Weise, so wird verhindert, daß man erst eine längere Zeit warten muß, bis sich der Zeiger an seiner Ruhelage beruhigt hat.
- $\delta < \omega_0$ bezeichnet man als unterkritische Dämpfung. Dies ist der einzige Fall, wo das System schwingt. Setzt man (4) in die Differentialgleichung ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \omega &:= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \\ \phi(t) &= \hat{\varphi} e^{-\delta t} e^{i\omega t + \alpha} \end{aligned} \quad (7)$$



Abbildung 1: Gedämpfte harmonische Schwingungen für $\omega > \delta(a)$, $\omega_0 = \delta(b)$, $\omega < \delta(c)$; siehe auch [4]

Um ein Maß für die Stärke der Dämpfung zu erhalten, definiert man sich das logarithmische Dekrement Λ :

$$\Lambda := \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \delta T \quad (8)$$

Um uns der Fehlerproblematik anzunehmen, definieren wir zunächst

$$V := \frac{A_n}{A_{n+1}} \quad (9)$$

und erhalten für dessen Fehler

$$V^* := \frac{A_n}{A_{n+1}} \pm \left[\left| \frac{\Delta A_n}{A_{n+1}} \right| + \left| -\frac{A_n \Delta A_{n+1}}{A_{n+1}^2} \right| \right] := V \pm \Delta V \quad (10)$$

Damit ergibt sich das logarithmische Dekrement zu

$$\Lambda^* := \ln(V \pm \Delta V) \quad (11)$$

$$= \ln(V) \pm \frac{\Delta V}{V} \quad (12)$$

$$= \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) \pm \frac{\left|\frac{\Delta A_n}{A_{n+1}}\right| + \left|-\frac{A_n \Delta A_{n+1}}{A_{n+1}^2}\right|}{\frac{A_n}{A_{n+1}}} \quad (13)$$

$$= \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) \pm \left(\left|\frac{\Delta A_n}{A_n}\right| + \left|-\frac{\Delta A_{n+1}}{A_{n+1}}\right| \right) \quad (14)$$

Der Vollständigkeit halber sollte noch der Gütefaktor Q als Dämpfungsmaß erwähnt werden. Er wird definiert als

$$Q := \frac{2\pi E}{-\dot{E}T}$$

Dabei ist T die Periodendauer und E die im System enthaltene Energie. Berechnet man letztere zum Zeitpunkt maximaler Auslenkung, so ergibt sich

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{1}{2} D \hat{\varphi}^2 (e^{-\delta t})^2 \\ \Rightarrow \dot{E} &= -2\delta E \end{aligned}$$

Damit läßt sich der Gütefaktor in

$$Q = \frac{\omega}{2\delta}$$

umwandeln.

1.2 Die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung

Wirkt auf eine gedämpfte Schwingung ein zusätzliches periodisches Drehmoment $\Xi(t) = \hat{\Xi} \cos(\omega_{err} t)$, so nimmt die Differentialgleichung die Form

$$I\ddot{\varphi} + 2\delta I\dot{\varphi} + D\varphi = \hat{\Xi} \cos(\omega_{err} t) \quad (15)$$

an. Analog zur linearen Differentialgleichung macht man den Ansatz $\varphi(t) = \hat{\varphi} e^{i\omega_{err} t}$ und erhält für die Amplitude des Drehpendels für große t in Abhängigkeit der Erregerfrequenz ω_{err} die Lösung [2]

$$\hat{\varphi} = \frac{\hat{\Xi}}{I\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{err}^2)^2 + \omega_{err}^2 4\delta^2}} \quad (16)$$

1 THEORIE

6

Die allgemeine Lösung, die auch für kleine t gültig ist und damit den Einschwingvorgang mitberücksichtigt, lautet [3]

$$\varphi(t) = \text{const}_{\text{anfang}} \cdot e^{-\delta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} t + \varphi_{\text{anfang}}) + \hat{\varphi} \sin(\omega_{\text{err}} t + \frac{2\delta\omega_{\text{err}}}{\omega_0^2 - \omega_{\text{err}}^2}) \quad (17)$$

Die allgemeine Lösung (17) besteht also aus zwei Teilen: Immer wenn das antreibende Drehmoment seine Amplitude $\hat{\Xi}$ oder ω_{err} ändert, erscheint der erste Term der Lösung und klingt mit der Zeitkonstante δ ab. Ihm überlagert ist der zweite Term, der allein übrig bleibt, wenn der erste abgeklungen ist. Die Überlagerung beider Anteile ergibt den allgemeinen Verlauf der Auslenkung $\varphi(t)$.

Der Verlauf der Auslenkung bei $\omega_{\text{err}} = \omega$ sieht so aus ([3]):

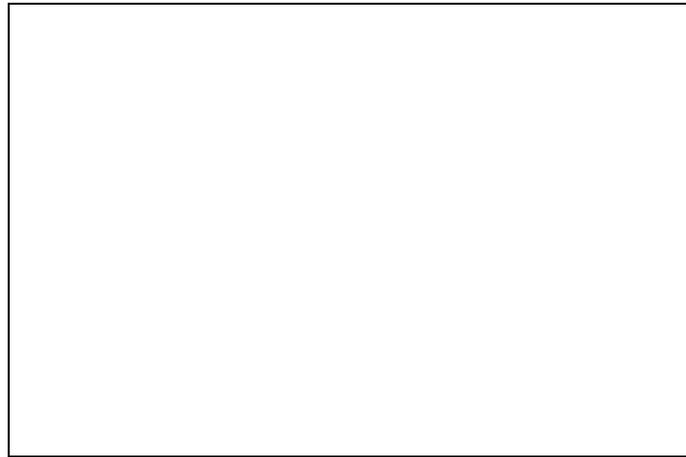


Abbildung 2: Einschwingvorgang für $\omega_{\text{err}} = \omega$ und $\delta \neq 0$.

Entfernt man sich von der Resonanzfrequenz und vernachlässigt man jede Dämpfung, so ergibt sich dieses Schaubild ([3]):

Ist $\omega_{\text{err}} = \omega$ aber $\delta \neq 0$, so geht die Kurve (3) in die Kurve (2) über.

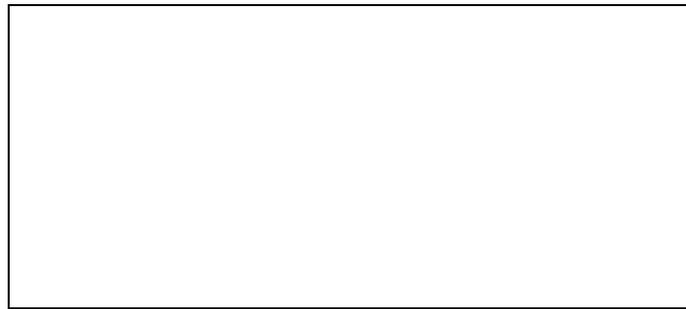


Abbildung 3: Einschwingvorgang für $\omega_{rr} \neq \omega$ und $\delta = 0$.

Nach einiger Zeit hat sich (für $\delta \neq 0$) das Drehpendel eingeschungen ([3]):



Abbildung 4: Einschwingvorgang und stationärer Fall

Trägt man in Diagrammen das Verhältnis ω_{rr}/ω gegen die Phasenverschiebung φ bzw. gegen die Amplitude auf, so ergeben sich die Schaubilder ([3]):

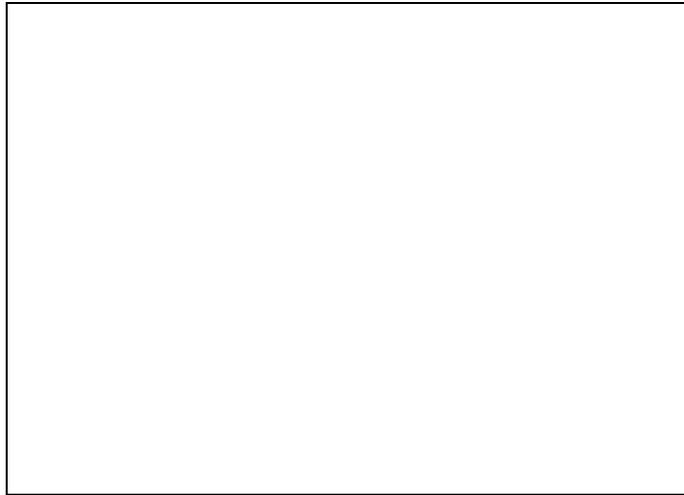


Abbildung 5: Phase einer erzwungenen gedämpften Schwingung. $1/Q$ ist proportional zu δ .

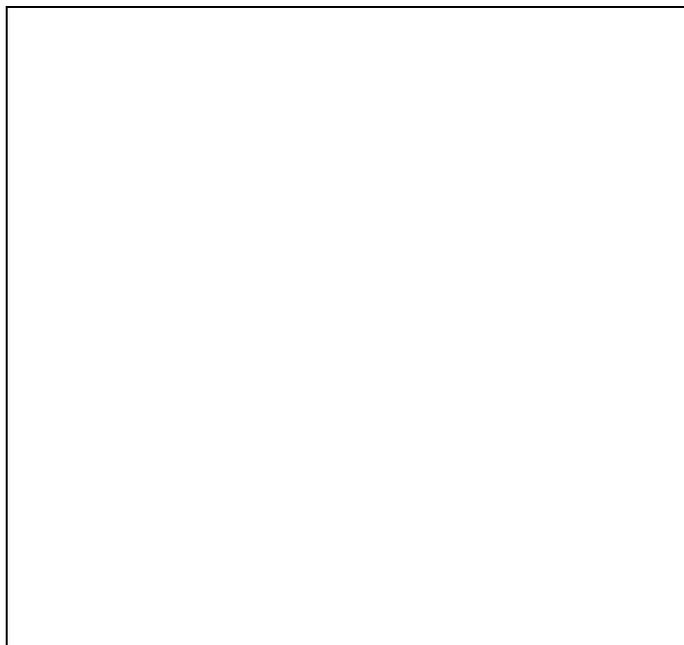


Abbildung 6: Amplitude einer erzwungenen gedämpften Schwingung. $1/Q$ ist proportional zu δ .

2 Experiment

2.1 Versuchsaufbau

Hier eine schematische Darstellung ([5]):

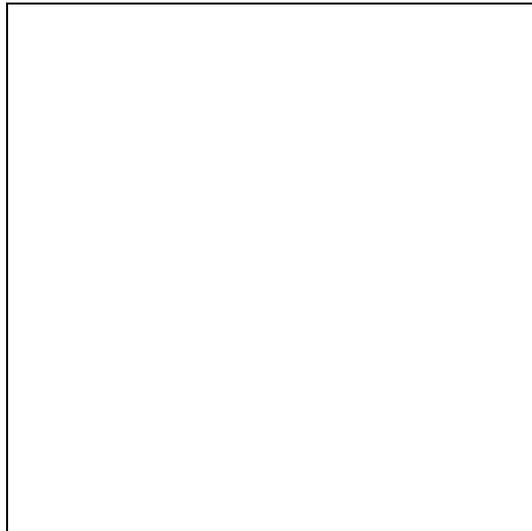


Abbildung 7: Versuchsaufbau

Das Drehpendel besteht aus dem flachen Kupfering (R), der auf einer Achse (A) drehbar und möglichst reibungsfrei gelagert ist, und einer Spiralfeder (Sf), die einerseits am Kupfering, andererseits an einem ebenfalls um die Achse drehbaren und zunächst feststehenden Hebel (H) befestigt ist. Der Hebel kann durch eine Schubstange (S), die durch einen Exzenter auf der Achse eines drehzahlvariablen Elektromotors betätigt wird, in eine Schwingbewegung versetzt werden. Dadurch wird das innere Ende der Spiralfeder periodisch sinusförmig hin und her bewegt, wodurch auf den Kupfering ein periodisches Drehmoment ($\Xi(t)$) ausgeübt wird. Die Amplitude $\hat{\varphi}$ vom Kupfering wird mit einem Zeiger (Z) an einer Skala (Sk) abgelesen. Skalenteile werden mit ζ abgekürzt.

Das System wird durch eine Wirbelstrombremse gedämpft. Dazu läuft der Kupfering zwischen Polschuhen (P) eines Elektromagneten (Em), dessen Erregung durch den Spulenstrom I_s eingestellt werden kann.

2.2 Die freie, gedämpfte Schwingung

Der Kupferring wird bei zunächst ausgeschalteter Wirbelstrombremse um 15ζ sowohl nach links als auch nach rechts ausgelenkt. Die folgenden Maximalausschläge (in gleicher Richtung, d.h. links bzw. rechts) werden abgelesen. Es ergibt sich folgende Meßtabelle:

Zeit [T]	Auslenkung [ζ]	Λ nach Gl. (14)
0	-15,0	
1	-14,8	$1,34 \cdot 10^{-2} \pm 2,68 \cdot 10^{-2}$
2	-14,6	$1,36 \cdot 10^{-2} \pm 2,72 \cdot 10^{-2}$
3	-14,4	$1,38 \cdot 10^{-2} \pm 2,76 \cdot 10^{-2}$
4	-14,2	$1,40 \cdot 10^{-2} \pm 2,80 \cdot 10^{-2}$
5	-14,0	$1,42 \cdot 10^{-2} \pm 2,84 \cdot 10^{-2}$
6	-13,8	$1,44 \cdot 10^{-2} \pm 2,88 \cdot 10^{-2}$
7	-13,6	$1,46 \cdot 10^{-2} \pm 2,92 \cdot 10^{-2}$
8	-13,5	$0,74 \cdot 10^{-2} \pm 2,95 \cdot 10^{-2}$
9	-13,5	$0,00 \cdot 10^{-2} \pm 2,96 \cdot 10^{-2}$
10	-13,1	$3,01 \cdot 10^{-2} \pm 3,01 \cdot 10^{-2}$
0	15,0	
1	14,7	$2,02 \cdot 10^{-2} \pm 2,69 \cdot 10^{-2}$
2	14,5	$1,37 \cdot 10^{-2} \pm 2,74 \cdot 10^{-2}$
3	14,3	$1,39 \cdot 10^{-2} \pm 2,78 \cdot 10^{-2}$
4	14,1	$1,41 \cdot 10^{-2} \pm 2,82 \cdot 10^{-2}$
5	14,0	$7,12 \cdot 10^{-3} \pm 2,85 \cdot 10^{-2}$
6	13,8	$1,44 \cdot 10^{-2} \pm 2,88 \cdot 10^{-2}$
7	13,5	$2,20 \cdot 10^{-2} \pm 2,93 \cdot 10^{-2}$
8	13,3	$1,49 \cdot 10^{-2} \pm 2,99 \cdot 10^{-2}$
9	13,1	$1,52 \cdot 10^{-2} \pm 3,03 \cdot 10^{-2}$
10	12,9	$1,54 \cdot 10^{-2} \pm 3,08 \cdot 10^{-2}$

Alle Zeiten werden bestimmt, indem man die Anzeige der Lichtschranke (Anzeige in Impulsen) durch die Frequenz des Frequengenerators teilt. Für die Genauigkeit der Zeitmessungen nehmen wir einen Fehler von $\Delta t \pm 0,01s$ an. Eine Schwingungsdauer beträgt $T = 2,03s \pm 0,01s$.

Für Λ erhalten wir einen Mittelwert von $1,43 \cdot 10^{-2} \pm 1,16 \cdot 10^{-3}$. Der Fehler ist dabei die Standardabweichung.

2 EXPERIMENT

11

Damit ist

$$\delta = \frac{\Lambda^*}{T} = \frac{\Lambda}{T} \pm \left(\left| \frac{\Delta\Lambda}{T} \right| + \left| \frac{\Lambda\Delta T}{T^2} \right| \right) \quad (18)$$

$$= 7,04 \cdot 10^{-3} s^{-1} \pm 15,20 \cdot 10^{-3} s^{-1} \quad (19)$$

und

$$\omega_{err} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \delta^2} \quad (20)$$

$$\pm \left(\left| -\frac{4\pi^2}{T^3 \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \delta^2}} \Delta T \right| + \left| \frac{\delta}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \delta^2}} \Delta\delta \right| \right) \quad (21)$$

$$= 3,10 s^{-1} \pm 0,02 s^{-1} \quad (22)$$

Bemerkung: Wie man an den nachfolgenden Regressionsgrafiken deutlich sieht, sind unsere Messung sehr ungenau gewesen. Daher sind die relativ großen Fehler im nachhinein auch verständlich...

2 EXPERIMENT

12

Nun wird die Stromstärke auf $0,21A$ eingestellt und der Messvorgang wiederholt. Die Schwingungsdauer T ist gleich der Versuchsreihe mit ausgeschalteter Wirbelstrombremse. Es ergaben sich die folgenden Werte:

Zeit [T]	Auslenkung [ζ]	Λ nach Gl. (14)
0	-15,0	
1	-13,4	$11,28 \cdot 10^{-2} \pm 2,83 \cdot 10^{-2}$
2	-12,0	$11,04 \cdot 10^{-2} \pm 3,16 \cdot 10^{-2}$
3	-10,6	$12,41 \cdot 10^{-2} \pm 3,55 \cdot 10^{-2}$
4	-9,6	$9,90 \cdot 10^{-2} \pm 3,97 \cdot 10^{-2}$
5	-8,6	$11,00 \cdot 10^{-2} \pm 4,41 \cdot 10^{-2}$
6	-7,8	$9,76 \cdot 10^{-2} \pm 4,89 \cdot 10^{-2}$
7	-7,0	$10,82 \cdot 10^{-2} \pm 5,42 \cdot 10^{-2}$
8	-6,2	$12,14 \cdot 10^{-2} \pm 6,08 \cdot 10^{-2}$
9	-5,4	$13,82 \cdot 10^{-2} \pm 6,93 \cdot 10^{-2}$
10	-4,9	$9,72 \cdot 10^{-2} \pm 7,79 \cdot 10^{-2}$
0	15,0	
1	13,4	$11,28 \cdot 10^{-2} \pm 2,83 \cdot 10^{-2}$
2	11,9	$11,87 \cdot 10^{-2} \pm 3,17 \cdot 10^{-2}$
3	10,6	$11,57 \cdot 10^{-2} \pm 3,57 \cdot 10^{-2}$
4	9,4	$12,01 \cdot 10^{-2} \pm 4,01 \cdot 10^{-2}$
5	8,4	$11,25 \cdot 10^{-3} \pm 4,51 \cdot 10^{-2}$
6	7,6	$10,01 \cdot 10^{-2} \pm 5,01 \cdot 10^{-2}$
7	6,8	$11,12 \cdot 10^{-2} \pm 5,57 \cdot 10^{-2}$
8	6,0	$12,52 \cdot 10^{-2} \pm 6,27 \cdot 10^{-2}$
9	5,4	$10,54 \cdot 10^{-2} \pm 7,04 \cdot 10^{-2}$
10	4,8	$11,78 \cdot 10^{-2} \pm 7,87 \cdot 10^{-2}$

Für Λ erhalten wir diesmal einen Mittelwert (mit Standardabweichung) von $11,29 \cdot 10^{-2} s^{-1} \pm 1,62 \cdot 10^{-2} s^{-1}$.

Aus (18) und (20) folgt $\delta = 5,56 \cdot 10^{-2} \pm 0,83 \cdot 10^{-2}$ und somit $\omega_{rr} = 3,10 s^{-1} \pm 1,54 \cdot 10^{-2} s^{-1}$. Man sieht schon deutlich die Zunahme des Dämpfungsfaktors bei gleich bleibender Erregerfrequenz.

2 EXPERIMENT

13

Letztendlich wird obige Versuchsreihe noch mit einer Stromstärke von $0,4A$ durchgeführt. Dabei ergibt sich die Messtabelle

Zeit [T]	Auslenkung [ζ]	Λ nach Gl. (14)
0	-15,0	
1	-11,8	$24,00 \cdot 10^{-2} \pm 3,03 \cdot 10^{-2}$
2	-7,4	$46,66 \cdot 10^{-2} \pm 4,40 \cdot 10^{-2}$
3	-5,2	$35,28 \cdot 10^{-2} \pm 6,55 \cdot 10^{-2}$
4	-3,6	$36,77 \cdot 10^{-2} \pm 9,40 \cdot 10^{-2}$
5	-2,4	$40,55 \cdot 10^{-2} \pm 13,89 \cdot 10^{-2}$
6	-1,6	$40,55 \cdot 10^{-2} \pm 20,83 \cdot 10^{-2}$
7	-1,0	$47,00 \cdot 10^{-2} \pm 32,50 \cdot 10^{-2}$
8	-0,6	$51,08 \cdot 10^{-2} \pm 53,33 \cdot 10^{-2}$
9	-0,4	$40,55 \cdot 10^{-2} \pm 83,33 \cdot 10^{-2}$
10	-0,2	$69,32 \cdot 10^{-2} \pm 150,00 \cdot 10^{-2}$
0	15,0	
1	10,4	$36,62 \cdot 10^{-2} \pm 3,26 \cdot 10^{-2}$
2	7,4	$34,03 \cdot 10^{-2} \pm 4,63 \cdot 10^{-2}$
3	5,2	$35,28 \cdot 10^{-2} \pm 6,55 \cdot 10^{-2}$
4	3,5	$39,59 \cdot 10^{-2} \pm 9,56 \cdot 10^{-2}$
5	2,4	$37,73 \cdot 10^{-3} \pm 14,05 \cdot 10^{-2}$
6	1,6	$40,55 \cdot 10^{-2} \pm 20,83 \cdot 10^{-2}$
7	1,0	$47,00 \cdot 10^{-2} \pm 32,50 \cdot 10^{-2}$
8	0,7	$35,67 \cdot 10^{-2} \pm 48,57 \cdot 10^{-2}$
9	0,4	$55,96 \cdot 10^{-2} \pm 78,57 \cdot 10^{-2}$
10	0,2	$69,31 \cdot 10^{-2} \pm 150,00 \cdot 10^{-2}$

Für Λ erhalten wir bei dieser Messreihe einen Mittelwert (mit Standardabweichung) von $43,18 \cdot 10^{-2} \pm 45,43 \cdot 10^{-2}$. Aus (18) und (20) folgt $\delta = 21,27 \cdot 10^{-2} \pm 32,86 \cdot 10^{-2}$ und daraus $\omega_{err} = 3,10s^{-1} \pm 3,77 \cdot 10^{-2}s^{-1}$.

2.3 Der stationäre Fall

In dieser Versuchsreihe benützt man den gleichen Versuchsaufbau wie im obigen. Diesmal soll jedoch die Dämpfungskonstante aus der Halbwertsbreite der Resonanzkurve bestimmt werden. Wichtig ist dabei, dass man den Einschwingvorgang nicht mitberücksichtigen muss. Deshalb wird vor jeder Messung so lange gewartet, bis sich der stationäre Zustand eingestellt hat. Nun trägt man die Amplituden als Ordinate und ω_{err} als Abszisse auf und sollte somit eine typische Resonanzkurve erhalten.

Wie aus den Grafiken 4 und 5 ersichtlich ist, ging bei diesem Versuch einiges schief. Die Amplituden- bzw. Phasendifferenz- ω_{err} -Diagramme lassen keine Gesetzmäßigkeiten erkennen. Deshalb erscheint eine quantitative Auswertung dieses Versuchs nicht sinnvoll. Für eine qualitative, bzw. eine teilweise quantitative Auswertung können jedoch die Amplituden- bzw. Phasendifferenz- „Anzeige am Motor“-Diagramme (Grafiken 6 und 7) herangezogen werden.

Grafik 6 zeigt ein sehr ausgeprägtes Resonanzverhalten. Deutlich zu erkennen ist, dass der Peak bei niedriger Erregerfrequenz ω_{err} tiefer und zu niedrigeren Frequenzen verschoben ist. Die Kurve ist insgesamt flacher. Die Bestimmung der Halbwertsbreite von beiden Kurven erfolgt graphisch:

- Für die Kurve bei der Stromstärke von $0,21A$ ergibt sich die Halbwertsbreite $0,14 \pm 0,01$ Skalenteile am Motorgeschwindigkeitsregler.
- Und für die Kurve der Stromstärke von $0,40A$ erhält man für die Halbwertsbreite $0,47 \pm 0,01$ Skalenteile am Motorgeschwindigkeitsregler.

Grafik 7 zeigt deutlich wie die Phasendifferenz zwischen Erreger und Schwinger mit größer werdendem ω_{err} zunimmt. Beginnend bei sehr niedrigen Werten schneiden sich die beiden Kurven in einem gemeinsamen Punkt, nämlich bei der Eigenfrequenz ω_0 . Warum die Kurven bei noch größeren ω_{err} wieder absinken, bleibt ungelöstes Mysterium des Versuches.

2.4 Einschwingvorgänge

Nun wird der Einschwingvorgang im Resonanzfall (Anzeige am Motor = $4,62 \pm 0,01$), bzw. $-9,1\%$ vom Resonanzfall entfernt (Anzeige am Motor = $4,20 \pm 0,01$) untersucht. Grafik 8 zeigt den zeitlichen Verlauf von $\hat{\varphi}$ während des Einschwingvorgangs im Resonanzfall. Die Kurve kann näherungsweise durch die Gleichung

$$\varphi(t_\alpha) = \varphi_{,max}(1 - e^{-\delta t_\alpha}) \quad (23)$$

2 EXPERIMENT

15

beschrieben werden; dabei werden bestimmte Sinusterme vernachlässigt. Durch Umformung von (23) erhält man δ zu

$$\delta = \frac{-\ln\left(1 - \frac{\varphi(t_\alpha)}{\varphi_{max}}\right)}{t_\alpha} \quad (24)$$

Ist t_{alpha} die Zeit, in der die Funktion (23) auf den Amplitudenwert von $(1 - e^{-1})\varphi_{max}$ angestiegen ist. Mit den Werten

$$\begin{aligned} \varphi_{max} &= \frac{\varphi_{max,links} + \varphi_{max,rechts}}{2} = (11,95 \pm 0,01)\zeta \\ \varphi(t_\alpha) &= (1 - e^{-1})\varphi_{max} = (7,55 \pm 0,01)\zeta \\ t_\alpha &= (8,2 \pm 0,1)T = (8,2 \pm 0,1) \cdot (0,98 \pm 0,01)s = (8,05 \pm 0,18)s \end{aligned}$$

ergibt sich der gesuchte Dämpfungsfaktor mit Gleichung (24) zu $\delta = 1,24 \cdot 10^{-1} \pm 0,03 \cdot 10^{-1}$.

Zur Berechnung der Resonanzfrequenz $\nu_{resonanz}$ entnimmt man Grafik 9 das Verhältnis $T_{schwebung} = 11T_{erreger}$, wobei $T_{erreger,res} = 1,1s \pm 0,1s$ ist. Die Resonanzfrequenz folgt mit

$$\nu_{resonanz} = \frac{1}{T_{erreger,res}} + \frac{1}{2T_{schwebung}} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{23}{22T_{erreger,res}} \quad (26) \\ &= 1,0s^{-1} \pm 0,1s^{-1} \end{aligned}$$

3 Fehlerdiskussion

Wie bei der experimentellen Physik üblich, bietet sich eine ganze Latte an möglichen Fehlerquellen an:

- Hauptfehlerquelle dieses Versuches scheint der Frequenzgenerator zu sein. Neben unserem miserablen Ergebnis des zweiten Versuchs weisen auch ältere Arbeiten ([1]) darauf hin.
- Auch die Lichtschranke ist ein sprudelnder Fehlerquell. So mißt sie bei kleineren Phasendifferenzen falsch. Auch hier kann die Ursache für unseren mißlungenen zweiten Versuch liegen.
- Das Ablesen der Maximalauslenkungen fordert ein Höchstmaß experimentellen Geschicks. Bei großen Änderungen der Amplitude im Bereich von $1,0\zeta$ oder mehr zwischen zwei Messungen ist es sogar schwierig, überhaupt auf $\pm 0,2\zeta$ genau abzulesen.
- In Ruhestellung befindet sich der Zeiger nicht auf Position 0, sondern ist um $1,0\zeta$ nach rechts verschoben. Deshalb wurden ja die meisten Messungen sowohl für linke als auch für rechte Auslenkungen durchgeführt. Tatsächlich ergaben sich Abweichungen in der Messung. Eine Kalibrierungsschraube für die Feder oder aber eine mögliche Rotation der Skala könnten hier eine Verbesserung der Versuchsergebnisse mit sich bringen.
- Die Wirbelstrombremse wurde als Geschwindigkeitsproportional angenommen. Dies ist jedoch nur eine Näherung. Gleiches gilt für die immer vorhandene Luft- und Reibungsdämpfung.

Literatur

- [1] Judith Meckeler, Jens Robin Götz: Versuch Nr. 3, Freie und erzwungene Schwingungen mit dem Drehpendel; Universität Ulm 1998
- [2] Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann ; Schaefer.-Berlin ; New York : de Gruyter. Bd.1.Mechanik, Relativität, Wärme / Autoren Thomas Dorfmueller...-11., völlig neubearb. Aufl. - 1998 ; ISBN 3-11-012870-5 Seite 625f.
- [3] ebd.
Seite 629ff.
- [4] ebd.
Seite 614
- [5] Walcher, Wilhelm: Praktikum der Physik : mit 102 versuchen, 17 Tabellen im Text, einem Tabellenanhang und einem ausklappbaren Periodensystem der Elemente / von W. Walcher. Unter Mitarb. von M. Elbel ... - 7., überarb. und erg. Aufl. - Stuttgart : Teubner, 1994 ; (Teubner-Studienbücher : Physik) ; ISBN 3-519-13038-6 Seite 91f.

