Grundpraktikum der Physik 2000
Versuch 1: Pendel und Rollschwingungen

Michael Rill
michael@wirtschaftsphysik.de

Rafael Lang
rafael@wirtschaftsphysik.de

Oktober 2000

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

Siehe auch [1].

1.1 Die Newtonschen Axiome

Die klassische Mechanik beruht auf der Grundlage der Newtonschen Axiome:

- Der Trägheitssatz besagt, dass Körper, auf die keine Kraft einwirkt, sich entweder mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegen oder in Ruhe bleiben. Ein System, in dem der Trägheitssatz gilt, wird als Inertialsystem bezeichnet.
- Für die Kraft, die auf einen Körper der Masse m wirkt, gilt:

$$F = \frac{dp}{dt} = m\ddot{x} + \dot{m}\dot{x} \tag{1}$$

  Bei kleinen Geschwindigkeiten kann der zweite Term im allgemeinen jedoch vernachlässigt werden.
- Es gilt das Prinzip „actio gleich reactio“: Jede Kraft ruft eine betragsmäßig gleiche Kraft in entgegengesetzter Richtung hervor.
- Kräfte sind vektorielle Größen.

1.2 Bewegungsgleichung schwingender Systeme

Wird in einem System eine Masse aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt, so erfährt sie eine Rückstellkraft F_R und führt daher eine Schwingung aus. Wirkt die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung, dann handelt es sich um eine harmonische Schwingung. Diese idealisierte Form einer Schwingung wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \tag{2}$$

wobei $\omega^2 x$ die erwhnte Rückstellkraft ist. Als Lösung ergibt sich eine periodische Funktion der Zeit, d.h. $x(t) = x(t + T)$. Weiterhin hängt die Kreisfrequenz ω mit der Periodendauer T wie folgt zusammen:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{3}$$

1.3 Das mathematische Pendel

Ein mathematisches Pendel besteht aus einer punktförmigen Masse, die an einem masselosen Faden hängt. Zudem schwingt es lediglich in einer Ebene und hat nur eine geringe Amplitude so dass die Kleinwinkelnäherung $\sin(\varphi) \approx \varphi$ gilt. Bei uns im Versuch bedeutet dies, daß $x < 8cm$ sein muß. Die Rückstellkraft dieses Systems ist die tangential zurBahn wirkende Gewichtskraft. Dabei gilt

$$F_R = -mg\sin(\varphi) = m\ddot{x} \tag{4}$$
$$\frac{x}{l} = \varphi \tag{5}$$
$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0 \tag{6}$$

Somit ergibt sich für die Periodendauer des mathematischen Pendels

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{7}$$

1.4 Das physikalische Pendel

Im Gegesatz zum mathematischen Pendel wird beim physikalischen Pendel der schwingende Körper nicht mehr als punktförmig angesehen. Statt dessen betrachtet einen ausgedehnten Körper. Dieser Körper wird im Abstand r von seinem Schwerpunkt S aufgehängt. Aufgrund seiner Gewichtskraft wirkt auf den Körper ein Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times m\vec{g}$ bzw. $M = l\sin(\varphi)mg$. Analog zu (3) ergibt sich für das physikalische Pendel mit der Kleinwinkelnäherung die Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgr}{I}\varphi = 0 \tag{8}$$

und folglich die Periodendauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} \tag{9}$$

1.5 Trägheitsmomente ausgedehnter Körper

Das Trägheitsmoment der Rotation ist das Analogon zur Masse bei der Translation. Daher beschreibt es die Massenverteilung eines Körpers bezüglich seiner Rotationsachse. Definiert wird das Trägheitsmoment so:

$$I = \int_V r^2\, dm \tag{10}$$

Bei homogener Dichteverteilung kann das Integral vereinfacht werden zu

$$I = \varrho_0 \int_V r^2\, dV \tag{11}$$

In diesem Versuch sind vor allem die Trägheitsmomente einer Kugel, eines homogenen Zylinders und eines Hohlzylinders von Bedeutung. Bei den folgenden Herleitungen setzen wir das Trägheitsmoment einer Scheibe $I_{Scheibe} = \frac{1}{2}m_{gesamt}R^2$ voraus.

- Herleitung des Trägheitsmomentes einer Kugel:
  Die Drehachse sei die Achse durch den Mittelpunkt. Zur Berechnung denken wir

uns die Kugel in infinitesimal dünne Scheiben zerlegt. Zunächst betrachtet man eine Scheibe in der Höhe x über dem Mittelpunkt. Für den Radius dieser Scheibe gilt

$$r = \sqrt{R^2 - x^2}. \tag{12}$$

Das Volumen der Scheibe berechnet sich zu $dV = \pi r^2 dx$. Da eine homogene Dichteverteilung angenommen werden kann, beträgt die Masse jeder einzelnen Scheibe

$$\begin{aligned} dm &= \frac{m_{gesamt}V}{d}V \quad (13)\\ &= \frac{m_{gesamt}V}{\pi}r^2 dx \quad (14)\\ &= \frac{m_{gesamt}V}{\pi}(R^2 - x^2)dx \quad (15) \end{aligned}$$

Das Trägheitsmoment einer Scheibe ist daher

$$\begin{aligned} dI &= \frac{1}{2}r^2 dm \quad (16)\\ &= \frac{1}{2}(R^2 - x^2)[\frac{m_{gesamt}}{V}\pi(R^2 - x^2)dx] \quad (17)\\ &= \frac{1}{2}\frac{m_{gesamt}}{V}\pi(R^2 - x^2)^2 dx \quad (18) \end{aligned}$$

Um nicht nur die eine Hälfte der Kugel zu berücksichtigen, berechnet man das Doppelte des Integrals dI von $x = 0$ bis $x = R$. Somit ergibt sich das Trägheitsmoment der Kugel zu

$$\begin{aligned} I &= 2\int_0^R \frac{1}{2}\frac{m_{gesamt}}{V}\pi(R^2 - x^2)^2\, dx \quad (19)\\ &= 2\int_0^R \frac{1}{2}\frac{m_{gesamt}}{V}\pi(R^4 - 2R^2x^2 + x^4)\, dx \quad (20)\\ &= \frac{\pi m_{gesamt}}{V}\frac{8R^5}{15} \quad (21)\\ &= \frac{2}{5}m_{gesamt}R^2 \quad (22) \end{aligned}$$

- Herleitung des Trägheitsmomentes eines homogenen Zylinders:
  Wieder denken wir uns den Körper in infinitesimal kleine Scheiben zerlegt, die eine Masse von m_i und das oben genannte Trägheitsmoment haben. Damit ergibt sich für den gesamten Zylinder

$$\begin{aligned} I &= \sum_i \frac{1}{2}m_i R^2 \quad (23)\\ &= \frac{1}{2}R^2\sum_i m_i \quad (24)\\ &= \frac{1}{2}m_{gesamt}R^2 \quad (25) \end{aligned}$$

- Das Trägheitsmoment des Hohlzylinders:
  Dies berechnet sich analog zum homogenen Zylinder; es wird lediglich R^2 durch $(R^2_{innen} + R^2_{aussen})$ ersetzt.

2 Experiment

2.1 Das Fadenpendel

Das Fadenpendel kann für kleine Auslenkungsinkel als mathematisches Pendel betrachtet werden, wenn - wie bei uns der Fall - die Masse des Fadens relativ zur Masse der Metallkugel klein ist. Zudem kann man die Luftreibung dieser Anordnung vernachlßsigen, da der Pendelkörper kleine Ausmaße hat.

Der Zusammenhang zwischen Erdbeschleuningung und Periodendauer der Schwingung wurde bereits in (7) hergeleitet. Wie leicht aus der Formel abzulesen ist, hängt die Periodendauer noch von der Fadenlänge l ab. Diese wird möglichst parallaxenfrei durch die Vorschrift

$$\begin{aligned} l_{Faden} &= l_{FadenbiszurOberkantederKugel} + r_{Kugel} && (26) \\ &= 93,4cm \pm 0,1cm + \frac{1,48cm \pm 0,01cm}{2} && (27) \\ &= 94,14cm \pm 0,11cm && (28) \end{aligned}$$

bestimmt. Löst man Gleichung (7) nach der Erdbeschleunigung g auf, so ergibt sich

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \qquad (29)$$

und für den Größtfehler Δg

$$\Delta g = \frac{4\pi^2}{T^2}\Delta l + \frac{8\pi^2}{T^3}\Delta T. \qquad (30)$$

Um die Periodendauer T möglichst genau zu bestimmen, wurden fünf Messungen von je 50 Perioden aufgenommen. Es ergibt sich bei den Messungen

$$T = 1,945s \pm 1,34 \cdot 10^{-4}s. \qquad (31)$$

Schließlich folgt für die errechnete Erdbeschleunigung

$$g = (9,824 \pm 0,0129)\frac{m}{s^2}. \qquad (32)$$

Der relative statistische Fehler vom Literaturwert für Ulm beträgt damit:

$$\frac{9,824 - 9,8089}{9,8089} = 1,539 \cdot 10^{-3}. \qquad (33)$$

Fehlerdiskussion:

- Ab welcher Anzahl an Schwingungen der relative statistische Fehler für die Erdbeschleunigung $g \leq 2 \cdot 10^{-3}$ wird, berechnet man folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta g}{g} &= \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\frac{\Delta t}{n}}{T} \leq 0,2 && (34) \\ &\Rightarrow \quad n \geq \frac{2\Delta t}{(0,002 - \frac{\Delta l}{l})T} = 8,310 && (35) \end{aligned}$$

Dabei ist Δt die Messungenauigkeit für n Schwingungsdauern. Beim Fadenpendel ergibt sich, dass man mindestens 9 Schwingungsdauern messen muß, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen.

- Zur Kleinwinkelnäherung: Man erhält die Bewegungsgleichung über den Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = c = const \tag{36}$$

Geht man zu den Normalkoordinaten über, so folgt:

$$\frac{1}{2}ml^2 \tag{37}$$

$$dot\varphi^2 + mgl(1 - \cos\varphi) = c \tag{38}$$

$$\Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{2c}{ml^2} - \frac{2g(1-\cos\varphi)}{l} \tag{39}$$

Im Umkehrpunkt ist $\dot{\varphi} = 0$ und $\varphi = \varphi_{max}$, also

$$\frac{2c}{ml^2} = \frac{2g(1-\cos\varphi)}{l} \tag{40}$$

$$\Rightarrow \dot{\varphi}^2 = \frac{2g}{l}(\cos\varphi_{max} - \cos\varphi) \tag{41}$$

Formt man diese Gleichung weiter um, so ergibt sich laut T zu [[2]]

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\varphi_{max}} \frac{d\varphi}{2\sqrt{\sin^2\frac{\varphi_{max}}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}}}\, dx \tag{42}$$

Dieses Integral läßt sich in ein vollständiges elliptisches Integral erster Gattung überführen, aus dem sich die Periodendauer in Abhängigkeit von der maximalen Amplitude φ_{max} berechnen läßt.

In der Praxis verwendet man als Schwingungsdauer T:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1 + \frac{\varphi_{max}^2}{16}\right)} \tag{43}$$

Diese Beziehung ist für Amplituden bis zu 70^0 auf 1% genau. Bei unserer Messung ($\varphi_{max} = 6,10 \lessdot 8,00$) ist die Differenz zwischen dieser (in guter Näherung) und der in der Auswertung verwendeten Beziehung kleiner als 0,071%.

- Zur Vernachlässigung des Luftauftriebs: Berücksichtigt man den Luftauftrieb, so ergibt sich als auftriebskorrigierte Masse der Kugel $m_{Kugel} = V\,(\rho_{Kugel} - \rho_{Luft})$. Diese Masse muß in die Schwingungsgleichung eingesetzt werden. Da die Dichte von Luft aber sehr viel kleiner als die der Metallkugel ist, kann der Luftauftrieb in seht guter Näherung vernachlässigt werden.

- Zur Vernachlässigung der Dämpfung durch den Luftwiderstand: Für die Luft gilt unter Normalbedingungen:

$$\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} Pa\, s \tag{44}$$

$$\rho_{\,Luft} = 1,293 \frac{kg}{m^3} \tag{45}$$

Die Reynoldszahl einer Kugel ergibt sich als (siehe [[2]])

$$Re = \frac{2 r_{Kugel} \rho_{\,Luft} v_{max}}{\eta} = 342,1 \tag{46}$$

$$c_W = \frac{24}{Re} = 0,0701 \tag{47}$$

Dabei wurde für die Strömungsgeschwindigkeit v_{max} die maximale Geschwindigkeit verwendet, die die Kugel beim ersten Passieren des Potentialminimums hat.

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = mgh \tag{48}$$

$$v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\phi)} = 0,3236 \frac{m}{s} \tag{49}$$

Ebennfalls nach [[2]] verliert die Reibungsformel von Stokes ihre Gültigkeit, wenn der dekadische Logarithmus der Reynoldszahl größer als 0,4 ist. In diesem Fall ist $\log Re = 2,53$, d.h. ein Ansatz mit der geschwindigkeitsproportionalen Stokes-Reibung ist nicht mehr zulässig, da die Strömung zu turbulent ist.

Die Betrachtung der Newtonschen Reibung

$$F_{Reibung} = \frac{1}{2} \rho_{\,Luft} c_W A_{Kugelquerschnitt}\, v^2 \tag{50}$$

ist in bei diesem Versuch nicht so ganz einfach, da sich die Geschwindigkeit der Kugel ständig ändert. Um die Ausmaße der Luftreibung abschätzen zu können, macht man die Annahme, dass die Kugel den Weg Ψ mit der konstanten Maximalgeschwindigkeit v_{max} zurücklegt. Ψ sei ein Weg, dessen Länge äquivalent zur Länge des Schwingungsbogens ist, den die Kugel während einer Periode zurücklegt. Ist E_R die während einer Periode verlorene Energie und E_0 die Anfansenergie, so ergibt sich

$$\Psi = 4\phi \tag{51}$$

$$E_R = F_R \Psi = \frac{1}{2} \rho_{\,Luft} c_W A v_{max}^2 4\phi = 3,275 \cdot 10^{-7} J \tag{52}$$

$$E_0 = m_{Kugel} gh = 9,164 \cdot 10^{-4} J \tag{53}$$

$$\frac{E_R}{E_0} = 3,574 \cdot 10^{-4} \tag{54}$$

Wie man deutlich sieht, ist der Einfluss der Luftreibung durchaus vernachlässigbar.

- Zur Vernachlässigung des Trägheitsmomentes der Kugel: Wird das in diesem Versuch verwendete Fadenpendel als physikalisches Pendel aufgefasst, so darf man die Periodendauer nicht über die Beziehung (7) berechnen, sondern muss die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels betrachten, d.h. man muss l durch $\frac{I}{ml_s}$ ersetzen. Dabei ist I das Trägheitsmoment und l_s der Abstand des Schwerpunkts vom Aufhängepunkt des Pendelkörpers. Mit dem Satz von Steiner und (19) berechnet sich I zu

$$\begin{aligned} I_{res} &= I_{Kugel} + m_{Kugel} l_s^2 && (55) \\ &= \frac{2}{5} m_{Kugel} r^2 + m_{Kugel} l_s^2 && (56) \\ &= 1,551 \cdot 10^{-4} kgm^2 && (57) \end{aligned}$$

Eingesetzt in (9) ergibt dann $T_{phys.} = 1,945$. Offensichtlich kann das Pendel in diesem Versuch in guter Näherung als ein mathematisches Pendel betrachtet werden.

2.2 Reversionspendel

Im Gegensatz zum Fadenpendel kann das Reversionspendel nicht als mathematisches Pendel betrachtet werden. Es besteht aus einer Metallstange, an deren Enden eine groe und eine kleinere Masse befestigt sind. Um die Periodendauer dieses Pendels zu bestimmen, darf man also nicht die gesamte Pendellänge berücksichtigen, sondern muss mit der sogenannten reduzierten Pendellänge l_{red} rechnen. Diese entspricht dem Abstand der beiden Schneiden, wenn das Reversionspendel in beiden Aufhängungen (kleine, bzw. große Masse oben) die gleiche Periodendauer hat. Die gesuchte Länge l_{red} und ihre zugehörige Periodendauer T_{red} erhält man mittels Interpolation. Für beide Aufhängungen wird für die Schneidenabstände zwischen $680mm$ und $690mm$ die Dauer von 50 Schwingungen bestimmt. Der Schnittpunkt der beiden $l-T-$Geraden liefert die beiden gesuchten Werte.

Wie bereits im vorigen Kapitel gezeigt, gilt für die Erdbeschleuningung folgende Beziehung:

$$g = 4\pi \frac{l}{T^2} \tag{58}$$

Die graphische Auswertung ergibt als reduzierte Pendellänge l_{red} und die dazugehörige Schwingungsdauer für 50 Perioden:

$$\begin{aligned} l_{red} &= 689,5mm \pm 0,1mm && (59) \\ T_{red} &= 1,6668s \pm 0,0001s && (60) \end{aligned}$$

Für die Erdbeschleunigung folgt daher mit (58)

$$g = 9,798 \frac{m}{s^2} \pm 3,126 \cdot 10^{-3} \frac{m}{a^2} \tag{61}$$

Die relative Abweichung vom Ulmer Wert für die Erdbeschleunigung beträgt damit

$$\frac{9,8089 - 9,798}{9,8089} = 1,111 \cdot 10^{-3} \tag{62}$$

und ist offensichtlich im Vergleich zur errechneten Erdbeschleunigung beim Fadenpendel-Versuch geringfügig genauer (vgl. relative Abweichungen).

Fehlerdiskussion:
Ebenso wie beim Fadenpendel-Versuch geht man bei diesem Versuch von vereinfachenden Idealisierungen aus wie z.B. die Kleinwinkelnäherung $\sin\varphi = \varphi$ Weiterhin bleiben bei den Berechnungen Luftreibungen und Luftauftrieb unberücksichtigt. Als weitere Fehlerquelle trägt sicherlich die graphische Bestimmung der reduzierten Pendellänge und ihrer zugehörigen Periodendauer bei, da erstens die beiden Geraden nur Regressionslinien sind und zweitens der Schnittpunkt dieser Geraden nur recht ungenau abgelesen werden kann. Zudem darf man nicht die Messungenauigkeit bei der Bestimmung des Schneidenabstands vergessen. Nichtsdestotrotz scheinen die Näherungen das Messergebnis nicht entscheidend zu beeinträchtigen.

2.3 Rollschwingungen

Diese Versuchsanordnung ermöglicht eine Bestimmung von Trägheitsmomenten rollender Körper, wobei der Radius der dazu verwendeten Hohlkugel bekannt sein muss. Diesen bestimmt man mit Hilfe eines Körpers, dessen Trägheitsmoment bekannt ist. In unserem Fall ist der Referenzkörper eine Kugel mit einem Durchmesser $d_{Kugel} = (2,62 \pm 0,01)cm$ und einer Masse von $m_{Kugel} = (73,4 \pm 0,1)g$. Die Trägheitsmomente eines homogenen Vollzylinders und eines Hohlzylinders werden ebenfalls bestimmt.

Um den Zusammenhang zwischen der Schwingungsdauer T, dem Hohlkugelradius Γ und dem Trägheitsmoment I herzuleiten, benötigt man idealerweise eine Differentialgleichung der Form $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Diese erhält man über Energiebetrachtungen. Bei Rollschwingungen tritt kinetische, potentielle und auch Rotationsenergie auf. Demzufolge ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
const &= E_{kin} + E_{pot} + E_{rot} && (63)\\
const &= \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}I\omega^2 && (64)\\
const &= \frac{1}{2}m(\Gamma - r)^2\dot{\varphi}^2 + mg(\Gamma - r)(1 - \cos\varphi) + \frac{1}{2}I(\frac{\Gamma - r}{r})^2\dot{\varphi}^2 && (65)
\end{aligned}
$$

Differenziert man nach der Zeit, so folgt

$$
0 = m(\Gamma - r)^2\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + mg(\Gamma - r)\sin\varphi\dot{\varphi} + I(\frac{\Gamma - r}{r}^2)\dot{\varphi}\ddot{\varphi} \tag{66}
$$

Mit der Kleinwinkelnäherung $\sin\varphi \approx \varphi$ erhält man die Differentialgleichung

$$
\ddot{\varphi} + \frac{mgr^2}{(mr^2 + I)(\Gamma - r)}\varphi = 0 \tag{67}
$$

Durch Betrachtung dieser Beziehung erkennt man, dass $\omega = \sqrt{\frac{mgr^2}{(mr^2+I)(\Gamma-r)}}$ ist und sich damit die Periodendauer T zu

$$
T = 2\pi\sqrt{\frac{(mr^2 + I)(\Gamma - r)}{mgr^2}} \tag{68}
$$

ergibt. Nach Γ umgeformt, folgt

$$\Gamma = r + \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{mgr^2}{mr^2 + I} \tag{69}$$

und ein Größtfehler von

$$\Delta\Gamma = |\frac{\partial\,\Gamma}{\partial\,T}|\Delta T + |\frac{\partial\,\Gamma}{\partial\,m}|\Delta m + |\frac{\partial\,\Gamma}{\partial\,r}|\Delta r + |\frac{\partial\,\Gamma}{\partial\,I}| + \Delta I. \tag{70}$$

Auf die vollständige Darstellung des Korrekturterms wird an dieser Stelle verzichtet, ein geeignetes Mathematikprogramm gibt darüber Auskunft. Das Trägheitsmoment der verwendeten Metallkugel ergibt sich mit (19) zu

$$I_{Kugel} = \frac{2}{5}mr^2 = 5,038 \cdot 10^{-6} kgm^2 \pm 4,533 \cdot 10^{-8} kgm^2. \tag{71}$$

Die weiteren gemessenen und berechneten Werte folgen:

$$r = (1,31 \cdot 10^{-2} \pm 0,005 \cdot 10^{-2})m \tag{72}$$
$$m = (73,4 \cdot 10^{-3} \pm 0,1 \cdot 10^{-3})kg \tag{73}$$
$$T = (1,684 \pm 0,001)s \tag{74}$$
$$g = (9,798 \pm 3,126 \cdot 10^{-3})\frac{kg}{m^2} \tag{75}$$

Schließlich erhält man für den Hohlkugelradius $\Gamma = (0,516 \pm 0,030)m$.

Nun kann das Trägheitsmoment des Vollzylinders und das des Hohlzylinders bestimmt werden. Formt man (69) nach I um, so ergibt sich

$$I_{K\ddot{o}rper} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{mgr^2}{\Gamma - r} - mr^2. \tag{76}$$

Mit den Zeiten $T_{Hohlzylinder} = (1,904 \pm 0,001)s$ und $T_{Vollzylinder} = (1,732 \pm 0,001)s$ sowie den jeweiligen Massen und Radien ergeben sich folgende Endwerte:

$T\,[s]$	$m[kg]$	$r_a[m]$	$r_i[m]$	$I[kgm^2]$	$I_{Rechnung}[kgm^2]$
$1,904$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$0,015$	$0,013$	$1,182 \cdot 10^{-6} \pm 3,006 \cdot 10^{-7}$	$1,287 \cdot 10^{-6} \pm 3,789 \cdot 10^{-8}$
$1,732$	$12,1 \cdot 10^{-3}$	$0,010$	$-$	$5,704 \cdot 10^{-7} \pm 1,603 \cdot 10^{-7}$	$6,050 \cdot 10^{-7} \pm 6,100 \cdot 10^{-7}$

Dabei wurden die Trägheitsmomente $I_{Rechnung}$ nach den Formeln im Theorieteil (orpertrkörper berechnet.

Fehlerdiskussion:

Wie man deutlich sieht, stimmen die geometrisch berechneten Werte mit den theoretischen recht gut überein. Es fallen jedoch die relativ großen Fehlerintervalle auf, die die Folge der großen Unsicherheit des Krümmungsradius sind. Eine genaue Bestimmung des Krümmungsradius ist wiederum nur sehr schwer zu bewerkstelligen, da bei der Schwingungsmessung mit der Kugel eine Bahn durch den tiefsten Punkt der Hohlkugel nur näherungsweise angenommen werden kann.

Zusätzlich verhinderten große Reibungskräfte zwischen der rauhen Kugel- und Hohlkugeloberfläche eine optimale Schwingungsbewegung. Weiterhin muss auch berücksichtigt werden, dass die Kugeloberfläche nicht exakt rund ist.

Zur Messung der Schwingungszeiten in der Kugelschale verwenden wir ebenfalls die Lichtschranke, wodurch die Genauigkeit der Zeitmessung erheblich erhöt wurde. Inwieweit sich diese erbesserte Versuchsanordnung auf das Endergebnis auswirkt, ist beim direkten Vergleich mit den Messungen anderer Gruppen festzustellen.

Literatur

[1] J. Meckeler / J. R. Götz (1998): Versuch Nr. 3, Freie und erzwungene Schwingungen mit dem Drehpendel; Ulm, Universität Ulm.

[2] Bergmann / Schaefer (1998): Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd.1: Mechanik, Relativität, Wärme; 11., völlig neubearb. Aufl. Berlin / New York: de Gruyter

[3] P. A. Tipler (1994): Physik. 2. korr. Nachdruck 1998 der 1. Aufl. 1994 Heidelberg / Berlin / Oxford: Spektrum Akad. Verl. Seite 238

[4] W. Walcher (1994): Praktikum der Physik; 7., überarb. und erg. Aufl. Stuttgart: Teubner

Stablänge l - Periodendauer T - Diagramm